

# 光束大气传输源象抖动双频 相关函数的研究

张 逸 新

(华东工学院光电技术系)

**摘要**——本文讨论了通过湍流大气传输的光束在接收望远镜象面上成象位置起伏的频率相关问题;推导出束状波源象抖动双频相关函数,准球面、平面光波源象抖动相关函数的解析式(弱湍流起伏区)和最大源象抖动对应的光源工作波长。

## 一、引 言

关于光波通过湍流大气后在接收望远镜象面上成象位置的起伏的研究已有许多报道<sup>[1~4]</sup>,但是,这些工作大多是研究单一频率光束传输时大气湍流导致的象斑抖动。对不同频率的两束光通过大气在象面上成象位置抖动的相关特征研究很少,而在实际应用中,如红外激光雷达的双波长大气特征、气象参数的探测等都经常会遇到源象抖动双频相关问题。

本文利用 V. I. Tatarskii 研究源象抖动的方法<sup>[5]</sup>;探讨了束状波源象抖动双频相关问题,并用微扰近似研究了几个特例;还讨论了某一特定气象条件下,如何确定与源象抖动达到最大时相对应的光源发射波长  $\lambda_{\max}$ 。

## 二、束状光波源象抖动双频相关函数

由于大气湍流的干扰,光波通过大气后,在接收望远镜焦面上成象位置将作随机抖动,图像的位置矢量可由下式描述<sup>[1]</sup>:

$$\rho_t = \frac{F_t}{ik} \frac{\int d^2\rho u(x, \rho) T(\rho) \nabla_\rho [u^*(x, \rho) T(\rho)]}{\int d^2\rho T^2(\rho) |u(x, \rho)|^2}; \quad (1)$$

式中,  $F_t$  为望远镜焦距;  $\nabla_\rho$  为横向梯度算子;  $T(\rho) = T_0 \exp\left(-\frac{\rho^2}{2a_t^2}\right)$ ;  $T_0$  为透光系数;  $a_t$  是望远镜透光半径;  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  是光波波数;  $u(x, \rho)$  为光波复振幅。把光场  $u(x, \rho)$  分解为振幅和

相位之积, 即:

$$u(x, \rho) = A(x, \rho) \exp[is(x, \rho)]; \quad (2)$$

式中,  $S(x, \rho)$  为实波相位。由式(2)可得:

$$I(x, \rho) = u(x, \rho) u^*(x, \rho) = A(x, \rho) A^*(x, \rho);$$

已有理论表明<sup>[5]</sup>, 源象起伏主要来自波的相位起伏, 强度起伏仅导致源象起伏的两级修正, 所以可用  $\frac{\nabla_{\rho} A(x, \rho)}{A(x, \rho)} = 0$  的近似和用  $\langle I(x, \rho) \rangle \doteq I(x, \rho)$  来讨论源象抖动问题。将式(2)代入式(1), 并用上述近似可得到:

$$\rho_t = -F_t(k p_t)^{-1} \int d^2 \rho \nabla_{\rho} S(x, \rho) \langle I(x, \rho) \rangle T^2(\rho); \quad (3)$$

这里,  $p_t = \int d^2 \rho T^2(\rho) \langle I(x, \rho) \rangle$ 。根据实际应用的需要, 我们考虑单模高斯光束的传输:

$$u(x, \rho) |_{x=0} = u_0(\rho) = u_0 \exp\left(-\frac{\rho^2}{2\alpha_0^2} - \frac{ik}{2F} \rho^2\right); \quad (4)$$

式中,  $\alpha_0$  是光束的等效发射半径;  $F$  是波阵面曲率半径。由 A. I. Kon 等<sup>[6]</sup>的讨论可知, 接收面处的平均光强为:

$$\langle I(x, \rho) \rangle = \frac{\alpha_0^2 u_0^2}{\alpha_{eff}^2(x)} \exp\left(-\frac{\rho^2}{\alpha_{eff}^2(x)}\right); \quad (5)$$

式中,  $\alpha_{eff}^2(x) = \alpha_0^2 \left[ \left(1 - \frac{x}{F}\right)^2 + \Omega^{-2} + 8\beta_0^{12/5} \Omega^{-1} \right]$  是  $x$  处的等效光束半径;  $\Omega = k\alpha_0^2/x$ ;  $\beta_0^2$  是一级微扰闪烁方差; 是以 Rytov 近似为条件的结果, 对于平面波源  $\beta_0^2 = 0.31 C_n^2 k^7 / 6 x^{11/6}$ ; 对于球面源  $\beta_0^2 = 0.124 C_n^2 k^7 / 6 x^{11/6}$ ;  $C_n^2$  是折射率起伏结构常数。

对于两束波长不同的光束重叠发射, 由式(3)可得到源象抖动的频率相关函数为:

$$\begin{aligned} B_t(\lambda_1, \lambda_2, x) &= \langle \rho_t(\lambda_1, x) \cdot \rho_t(\lambda_2, x) \rangle \\ &= \frac{F_t^2 \iiint d^2 \rho_1 d^2 \rho_2 \langle \nabla_{\rho_1} S(\lambda_1) \nabla_{\rho_2} S(\lambda_2) \rangle \langle I(x, \rho_1, \lambda_1) \rangle T^2(\rho_1)}{k_1 k_2 \iiint d^2 \rho_1 d^2 \rho_2 T^2(\rho_1) \langle I(x, \rho_1, \lambda_1) \rangle} \\ &\quad \times \frac{\langle I(x, \rho_2, \lambda_2) \rangle T^2(\rho_2)}{T^2(\rho_2) \langle I(x, \rho_2, \lambda_2) \rangle} \end{aligned} \quad (6)$$

注意到  $p_t = \pi \alpha_0^2 \alpha_1^2(x) u_0^2 T_0^2 / \alpha_{eff}^2(x)$ , 其中  $\alpha_1^{-2}(x) = \alpha_t^{-2} + \alpha_{eff}^{-2}(x)$ , 式(6)可简化为:

$$\begin{aligned} B_t &= \frac{F_t^2}{k_1 k_2 \pi^2 \alpha_1^2(\lambda_1) \alpha_1^2(\lambda_2)} \iiint d^2 \rho_1 d^2 \rho_2 \langle \nabla_{\rho_1} \nabla_{\rho_2} S(\lambda_1, \rho) S(\lambda_2, \rho) \rangle \\ &\quad \times \exp\left[-\frac{\rho_1^2}{\alpha_{eff}^2(\lambda_1)} - \frac{\rho_2^2}{\alpha_{eff}^2(\lambda_2)} - \frac{\rho_1^2 + \rho_2^2}{\alpha_t^2}\right] \end{aligned} \quad (7)$$

在式(7)中作变量代换:  $2R = \rho_1 + \rho_2, \rho = \rho_1 - \rho_2$ ; 在此变换下,  $\langle \nabla_{\rho_1} \cdot \nabla_{\rho_2} (S(\lambda_1, \rho_1) S(\lambda_2, \rho_2)) \rangle$  项可由下式表示:

$$\langle \nabla_{\rho_1} \cdot \nabla_{\rho_2} (S(\lambda_1, \rho_1) S(\lambda_2, \rho_2)) \rangle = \frac{1}{2} \nabla_{\rho}^2 D_s(\lambda_1, \lambda_2, \rho)。$$

上面我们已引入新的函数关系:  $D_s(\lambda_1, \lambda_2, \rho) = 2[B_s(\lambda_1, \lambda_2, 0) - B_s(\lambda_1, \lambda_2, \rho)]$ , 而  $B_s(\lambda_1, \lambda_2, \rho) = \langle S(x, \rho_1, \lambda_1) \times S(x, \rho_2, \lambda_2) \rangle$  为相位起伏双频相关函数<sup>[7-8]</sup>。

将式  $\langle \nabla_{\rho_1} \cdot \nabla_{\rho_2} (S(\lambda_1, \rho_1) S(\lambda_2, \rho_2)) \rangle = \frac{1}{2} \nabla_{\rho}^2 D_s(\lambda_1, \lambda_2, \rho)$  代入式(7), 对  $R$  积分可得 (见附录):

$$B_t = \frac{F_t^2}{2k_1 k_2 \pi [\alpha_1^{-2}(\lambda_1) + \alpha_1^{-2}(\lambda_2)]} \iint d^2 \rho \nabla_\rho^2 D_s(\lambda_1, \lambda_2, \rho) \times \exp \left\{ - (\alpha_1^{-2}(\lambda_1) + \alpha_1^{-2}(\lambda_2)) \rho^2 / 4 + \frac{[\alpha_{eff}^{-2}(\lambda_1) - \alpha_{eff}^{-2}(\lambda_2)]^2 \rho^2}{4[\alpha_1^{-2}(\lambda_1) + \alpha_1^{-2}(\lambda_2)]} \right\}. \quad (8)$$

引入新参量  $\varphi$ :

$$\varphi^{-2}(\lambda_1, \lambda_2, x) = \frac{1}{2} \left\{ \alpha_1^{-2}(\lambda_1) + \alpha_1^{-2}(\lambda_2) - \frac{[\alpha_{eff}^{-2}(\lambda_1) - \alpha_{eff}^{-2}(\lambda_2)]^2}{[\alpha_1^{-2}(\lambda_1) + \alpha_1^{-2}(\lambda_2)]} \right\} = \frac{2}{[\alpha_1^{-2}(\lambda_1) + \alpha_1^{-2}(\lambda_2)]}; \quad (9)$$

则, 式(8)可简化为:

$$B_t = F_t^2 / (4k_1 k_2 \pi \varphi^2) \iint d^2 \rho \nabla_\rho^2 D_s(\lambda_1, \lambda_2, \rho) \exp \left( - \frac{\rho^2}{2\varphi^2} \right). \quad (10)$$

式(10)即束状波在大气湍流中传输时源象抖动频率相关函数(双频相关函数)的一般关系式。对于具体的湍流条件和光束波型, 计算相应的  $D_s(\lambda_1, \lambda_2, \rho)$ , 即可得到所需要的源象抖动双频相关函数。

### 三、平滑微扰近似解

本节用平滑微扰近似解研究准球面型发散光波和有限平面光束的源象抖动双频相关函数。

由 M. Tamir et al.<sup>[7]</sup>, 对相位起伏双频相关函数  $B_s(\lambda_1, \lambda_2, \rho)$  的讨论, 引用本节所讨论的波型和  $D_s(\lambda_1, \lambda_2, \rho)$  的定义为:

$$D_s(\lambda_1, \lambda_2, \rho x) = \frac{1}{1-h^2} \left[ D_s(\lambda, \rho, x) - \frac{1}{h} D_x(\lambda, \rho, xh) \right]; \quad (11)$$

式中,  $h = (k_1 - k_2) / (k_1 + k_2)$ ;  $k = 2k_1 k_2 / (k_1 + k_2)$ ;  $\lambda = \frac{2\pi}{k}$ ;  $D_s(\lambda, \rho, x)$ ,  $D_x(\lambda, \rho, xh)$  分别为单频相位起伏和对数振幅结构函数。由复相位  $\psi$  与  $x, S$  间关系和  $D_\psi, D_s, D_x$  的定义,  $D_\psi$  与  $D_s, D_x$  间满足<sup>[5]</sup>:

$$D_\psi = D_s + D_x.$$

利用上式, 式(11)可写为:

$$D_s(\lambda_1, \lambda_2, \rho, x) = \frac{1}{1-h^2} \left\{ D_s(\lambda, \rho, x) - \frac{1}{h} [D_\psi(\lambda, \rho, hx) - D_s(\lambda, \rho, hx)] \right\}. \quad (12)$$

作为近似, 下面用球面波的  $D_s$  和  $D_\psi$  来讨论准球面波型的发散光束的传输, 并采用与传输路径无关的 Kolmogorov 湍谱  $\phi_n(K) = 0.033 c_n^2 K^{-11/3}$ 。在  $\phi_n(K)$  与传输路径无关的湍流大气中, 球面波的  $D_s(x, \rho, \lambda)$ <sup>[8]</sup> 和  $D_\psi(x, \rho, \lambda)$ <sup>[9]</sup> 由下列关系式给出:

$$D_\psi(x, \rho, \lambda) = 8\pi^2 k^2 x \int_0^1 dt \int_0^\infty [1 - J_0(K\rho t)] \phi_n(K) K dK; \quad (13)$$

$$D_s(x, \rho, \lambda) = 4\pi^2 k^2 x \int_0^1 dt \int_0^\infty \left[ 1 + \cos \left( \frac{K^2 x t}{k} \right) \right] [1 - J_0(K\rho t)] \times \phi_n(K) K dK; \quad (14)$$

式中  $J_0(K\rho t)$  为零阶贝塞尔函数。而  $D_s(\lambda_1, \lambda_2, \rho, x)$  则由下式表示:

$$D_s(\lambda_1, \lambda_2, \rho, x) = 4\pi^2 k_1 k_2 x \int_0^1 dt \int_0^\infty K dK \phi_n(K) \left[ \cos\left(\frac{K^2 x}{k} t\right) + \cos\left(\frac{K^2 h x}{k} t\right) \right] [1 - J_0(K \rho t)]. \quad (15)$$

将式(15)代入式(10), 即得准球面发散光束在弱湍流起伏区源象抖动频率相关函数的解析式:

$$B_t^s = \frac{2\pi^2 F_t^2 x}{\varphi^2} \int_0^\infty \rho d\rho \exp\left(-\frac{\rho^2}{2\varphi^2}\right) \int_0^1 dt \int_0^\infty K dK \phi_n(K) \times \nabla_\rho^2 [1 - J_0(K \rho t)] \left[ \cos\left(\frac{K^2 x}{k} t\right) + \cos\left(\frac{K^2 h x}{k} t\right) \right]; \quad (16)$$

$$B_t^s = \frac{4\pi^2 F_t^2 x 0.033c_n^2}{2\varphi^2} \int_0^\infty \rho d\rho \exp\left(-\frac{\rho^2}{2\varphi^2}\right) \int_0^1 t^2 dt \int_0^\infty K^{-2/3} dK, \times \left[ \cos\left(\frac{K^2 x}{k} t\right) + \cos\left(\frac{K^2 h x}{k} t\right) \right] J_0(K \rho t); \quad (17)$$

$$B_t^s = \frac{0.099\pi^2 \Gamma(1/6) c_n^2 F_t^2 x}{4 \cdot 2^{5/6}} \varphi^{-1/3} \frac{16}{17} R_e \left\{ \frac{{}_2F_1(1, 1/6; 23/6; 1/(1+ig_1))}{(1+ig_1)^{1/6}} + \frac{{}_2F_1(1, 1/6; 23/6; 1/(1+ig_2))}{(1+ig_2)^{1/6}} \right\}; \quad (18)$$

式中,  ${}_2F_1(a, b; c; d)$  为超几何函数;  $\alpha_i^2(\lambda_i)$ , ( $i=1, 2$ ) 为发散光束的参量, 即  $\alpha_i^2(\lambda_i, -F)$ , ( $i=1, 2$ );  $g_1=2x/(k\varphi^2)$ ,  $g_2=2hx/(k\varphi^2)$ ,  $\Gamma(\cdot)$  为  $\Gamma$  函数。

在推导式(18)时, 我们已应用  $\nabla_\rho^2 [1 - J_0(K \rho t)] = K^2 t^2 J_0(K \rho t)$ 。

在式(18)中取  $\lambda_1 = \lambda_2$ , 则可得单色准球面发散波在弱湍流起伏区传输时光束源象的抖动方差为:

$$\sigma_t^2 = B_t^s(\lambda, x) = \frac{0.099\pi^2 \Gamma(1/6) c_n^2 F_t^2 x}{4 \cdot 2^{5/6}} \alpha_1^{-1/3} \left[ 1 + \frac{16}{17} \times R_e \frac{{}_2F_1(1, 1/6; 23/6; 1/(1+ig))}{(1+ig)^{1/6}} \right]. \quad (19)$$

式中,  $g$  参量为  $2x/(k\alpha_1^2(x))$ 。

考虑有限平面光束的传输。对于湍谱  $\phi_n(K)$  与传输路径无关的湍流条件, 平面波的  $D_s$  和  $D_\psi$  分别表示为<sup>[9]</sup>:

$$D_\psi(x, \rho, \lambda) = 8\pi^2 k^2 x \int_0^\infty [1 - J_0(K \rho)] \phi_n(K) K dK; \quad (20)$$

$$D_s(x, \rho, \lambda) = 4\pi^2 k^2 x \int_0^1 dt \int_0^\infty \left[ 1 + \cos\left(\frac{K^2 x t}{k}\right) \right] [1 - J_0(K \rho)] \times \phi_n(K) K dK. \quad (21)$$

同上面运算类似, 取 Kolmogorov 湍谱  $\phi_n(K) = 0.033c_n^2 K^{-11/3}$  后, 有限平面波束的源象抖动双频相关函数由下式表示:

$$B_t^p = \frac{0.066\pi^2 \Gamma(1/6) c_n^2 F_t^2 x}{2^{5/6}} \varphi^{-1/3} R_e \left\{ \frac{{}_2F_1\left(1/6, 1; 1; \frac{-ig_1}{1-ig_1}\right)}{(1-ig_1)^{1/6}} + \frac{{}_2F_1\left(1/6, 1; 1; \frac{-ig_2}{1-ig_2}\right)}{(1-ig_2)^{1/6}} \right\}; \quad (22)$$

式中,  $g_1=2x/(k\varphi^2)$ ;  $g_2=2hx/(k\varphi^2)$ ; 光束等效半径  $\alpha_{eff}(\lambda, x) = \alpha_0 [1 + \Omega^{-2} + 8\beta_0^{12/5} \Omega^{-1}]^{1/2}$ 。

当光束的初始半径  $\alpha_0 \rightarrow \infty$  (无限平面波) 时,  $\alpha_1^{-2} = \alpha_i^{-2}$ ; 则式(22)表明  $B_i^?$  与光束波长无关, 也就是弱湍流区传输的无限平面波的源象抖动与光源波长无关; 所以, 在以日光作为光源的实验中, 不必考虑波长效应, 这与实验结论是一致的。

上述讨论表明, 在狭光束传输中, 光束的象斑抖动和发射光源的波长有关。

#### 四、 $\lambda_{max}$ 与实验参数的关系

本节将讨论在特定气象、传输条件下, 源象位置抖动为极大时相应的光源发射光波长。在几何光学近似下, 光波实相位近似为<sup>[5]</sup>:

$$S(x, \rho) = k \int_0^x dx' n_1(x', \rho). \quad (23)$$

将式(23)代入式(3), 并取  $\rho_i^2$  的系综平均和应用马尔柯夫近似<sup>[9]</sup>, 可得到:

$$\langle \rho_i^2 \rangle = 4\pi F_i^2 x \int_0^\infty K^3 dK \phi_n(K) \exp\left(-\frac{\alpha_i^2 K^2}{2}\right), \quad (24)$$

由式(24)对光波长求导数  $\frac{d\langle \rho_i^2 \rangle}{d\lambda} = 0$ , 即可得到  $\langle \rho_i^2 \rangle_{Max}$  所对应的参数条件  $\left. \frac{d^2 \langle \rho_i^2 \rangle}{d\lambda^2} \right|_{\lambda_{max}} < 0$ , 而  $d\langle \rho_i^2 \rangle/d\lambda = 0$  等价于:

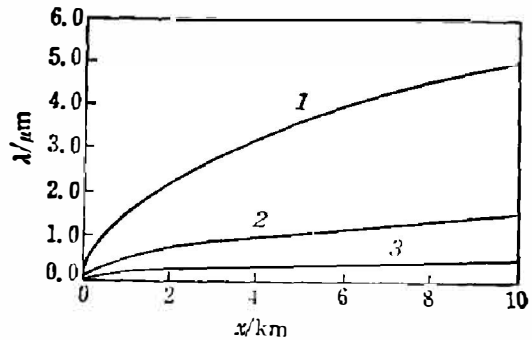
$$d\alpha_{eff}^2(x, \lambda)/d\lambda = 0; \quad (25)$$

由上式即得与  $\langle \rho_i^2 \rangle_{Max}$  对应的波长为

$$\lambda_{Max} = 4.23\alpha_0^{5/6} c_n x^{1/2}; \quad (26)$$

由式(26)可见,  $\lambda_{Max}$  和光束扩展最佳束径<sup>[10]</sup>对应的光源波长一致, 这是由于大气湍流导致的望远镜象面上象斑抖动和光束整体漂移相关的缘故; 研究表明: 光束漂移的缓急、大小直接和光束的等效半径  $\alpha_{eff}$  的大小相关。因此, 式(26)的得出是合理的。式(26)同时表明, 根据实验参数可以合适选用光源波长, 利用或避开  $\lambda_{Max}$  以增强或降低源象抖动程度, 满足实际检测的需要。

图1给出了  $\lambda_{max}$  随  $c_n, x, \alpha_0$  等参数变化的曲线。图中曲线表明: 在  $c_n^2 = 10^{-14} m^{-2/3}$  中弱湍流区域, 当传播距离  $x \geq 500$  m 时,  $\lambda_{Max}$  已进入红外区; 而当  $c_n^2 = 10^{-15} m^{-2/3}$  (弱湍流区),  $x$  达 4 km 时,  $\lambda_{Max}$  也进入红外区。因此, 在红外工程中应注意源象抖动的波长效应。



$\alpha_0 = 0.08$  m; 1— $C_n^2 = 10^{-14} m^{-2/3}$ ;  
2— $C_n^2 = 10^{-15} m^{-2/3}$ ; 3— $C_n^2 = 10^{-16} m^{-2/3}$

图1  $\lambda_{max}$  随  $C_n, x, \alpha_0$  变化的特性

Fig. 1 Variation of  $\lambda_{max}$  vs  $C_n, x, \alpha_0$ .

#### 五、讨 论

把通过湍流大气到达接收望远镜的光场表示为

$$u(x, \rho) = A(x, \rho) e^{is(x, \rho)},$$

用这样的模式, 本文研究了接收望远镜焦面上象斑抖动的频率相关问题。由于在光传输路径上任一平面内的光场总可近似表示为振幅和位相两个因子的乘积, 用它们描述光场在该

平面内的振幅和波阵面起伏空间分布;又由于

$$I(x, \rho) = u(x, \rho)u^*(x, \rho) = A(x, \rho)A^*(x, \rho),$$

在讨论中以  $I(x, \rho) = u(x, \rho)u^*(x, \rho)$  讨论  $B_s(\lambda_1, \lambda_2, x)$ , 其中  $u(x, \rho)$  用韦更斯-菲涅尔近似来描述(式(5)是由  $u(x, \rho)$  先用韦更斯-菲涅尔近似表示,再应用“平方近似”的结果)。所以,本文所得到的源象抖动频率相关函数式(10)是一个适用于束状波传输的关系式。

由于我们在研究  $D_s(\lambda_1, \lambda_2, \rho, x)$  时采用了平滑微扰近似下的  $D_v, D_s$ , 所以,得到的准球面波和有限平面束的源象抖动双频相关函数仅适用于弱起伏区;因为聚焦波束的  $D_s(\lambda_1, \lambda_2, \rho, x)$  的解析式尚未找到,所以我们对聚焦束没有作讨论,这问题可由式(3)对  $\langle \rho_i(\lambda_1), \rho_i(\lambda_2) \rangle$  取“马氏近似”讨论,在此不再赘述。

## 附录

在式(7)中代入新变量  $\mathbf{R}, \rho$  和利用  $\langle \nabla_{\rho_1} \cdot \nabla_{\rho_2} (S(\lambda_1, \rho_1)S(\lambda_2, \rho_2)) \rangle = \frac{1}{2} \nabla_{\rho}^2 D(\lambda_1, \lambda_2, \rho)$  得:

$$B_s = \frac{F_i^2}{2k_1 k_2 \pi^2 \alpha_1^2(\lambda_1) \alpha_1^2(\lambda_2)} \iiint d^2 \rho d^2 R \nabla_{\rho}^2 D_s(\lambda_1, \lambda_2, \rho) \times \exp[-a(R + \rho^2/4) - b\mathbf{R} \cdot \rho]; \quad (\text{A1})$$

式中,  $a = [\alpha_1^{-2}(\lambda_1) + \alpha_1^{-2}(\lambda_2)]$ ,  $b = [\alpha_{0ff}^{-2}(\lambda_1) - \alpha_{0ff}^{-2}(\lambda_2)]$ 。

对式(A1)中的  $R$  积分得:

$$\iint d^2 R \exp[-aR^2 - b\mathbf{R} \cdot \rho] = \iint d\xi_1 d\xi_2 \exp[-a(\xi_1^2 + \xi_2^2) + b(\xi_1 \eta_1 + \xi_2 \eta_2)]; \quad (\text{A2})$$

式中,  $\mathbf{R} = \xi_1 \mathbf{i} + \xi_2 \mathbf{j}$ ;  $\rho = \eta_1 \mathbf{i} + \eta_2 \mathbf{j}$ ; 而  $\xi_2$  的积分为:

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\xi_2 \exp(-a\xi_2^2 - b\xi_2 \eta_2) = \exp\left(\frac{b^2}{4a} \eta_2^2\right) \int_{-\infty}^{\infty} d\xi_1 \exp\left[-a\left(\xi_1 + \frac{b}{2a} \eta_1\right)^2\right]; \quad (\text{A3})$$

令  $\mu = \xi_1 + \frac{b}{2a} \eta_1$  则:

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\xi_1 \exp(-a\xi_1^2 - b\xi_1 \eta_1) = \exp\left(\frac{b^2}{4a} \eta_1^2\right) \int_{-\infty}^{\infty} d\mu \exp(-a\mu^2) = \sqrt{\frac{\pi}{a}} \exp\left(\frac{b^2}{4a} \eta_1^2\right) \quad (\text{A4})$$

利用上述结果后,式(A1)简化为

$$B_s = \frac{F_i^2}{2k_1 k_2 \pi^2 \alpha_1^2(\lambda_1) \alpha_1^2(\lambda_2) a} \iint d^2 \rho \nabla_{\rho}^2 D_s(\lambda_1, \lambda_2, \rho) \times \exp\left[-\frac{\rho^2}{4} a + \frac{b^2}{4a} \rho^2\right]. \quad (\text{A5})$$

## 参 考 文 献

- [1] Mironov. V. L. et al., *Radiophys. Quant. Electron.*, **23** (1980), 4: 319.
- [2] Lukin, V. P. et al., *Radiophys. Quant. Electron.*, **23**(1980), 6: 484.
- [3] Belen'kii. M. S., Mironov. V. L., *Sov. J. Quant. Electron.*, **12**(1982), 1: 3.
- [4] Gurvich. A. S. et al., *Izv Vyssh. Uchebn. Zaved., Radiofiz.*, **11**(1968). 1: 66.
- [5] 塔塔尔斯基 B. N., 湍流大气中波的传播理论, 温景嵩等译, 科学出版社, 1978.
- [6] Kon. A. I. et al., *Izv Vyssh. Uchebn. Zaved., Radiofiz.*, **17**(1974), 10: 1501
- [7] Tamir M. et al., *Appl. Opt.*, **23**(1984), 14: 2359.
- [8] Kon A. I., *Izv Vyssh. Uchebn., Radiofiz.* **13**(1970), 1: 61.
- [9] 石丸 A., 随机介质中波的传播和散射, 黄润恒等译, 科学出版社, 1986.
- [10] Plonus. M. A., *Appl. Opt.* **19**(1980), 18: 3082.

# FREQUENCY CORRELATION FUNCTION OF QUIVERING OF OPTICAL IMAGES OF LIGHT BEAMS PROPAGATING IN A TURBULENT ATMOSPHERE

ZHANG YIXIN

*(Department of Opto-electrical Technology, East China Institute of Technology)*

## ABSTRACT

The frequency correlation problem of quivering of optical images formed in a receiving system is analyzed. The source is a light beam propagating in a turbulent atmosphere. The double frequency correlation function of optical images of light beams in a turbulent atmosphere is derived. The analytical formulas of the quivering frequency correlation function of optical images of quasi-spherical waves and plane waves which are propagating in a weakly turbulent fluctuation region, and the wavelength of the optical source corresponding to the maximum quivering of optical images are obtained.