

光导探测器芯片中的温度分布

许 生 龙
 (昆明物理研究所)

摘要——研究了辐射热与焦耳热并存时芯片中的温度分布,结果表明:只有作者提出的“非波动成份”才对致冷有贡献,功率为 $Q = 4ab\lambda\sqrt{\mathcal{R}^2 + C_{01}^2} \left\{ 1 - \frac{k^2}{4} - \frac{15}{64} k^4 + \dots \right\}$, 辐射热与焦耳热之间存在相互作用,其度量因子是 $k = \frac{\mathcal{R} C_{01}}{\mathcal{R}^2 + C_{01}^2}$ 。还分析了辐射热的频率响应特性。

一、热 源 函 数

如何正确地分析芯片内部的热过程,一直是探测器研制工艺中所关注的问题之一。我

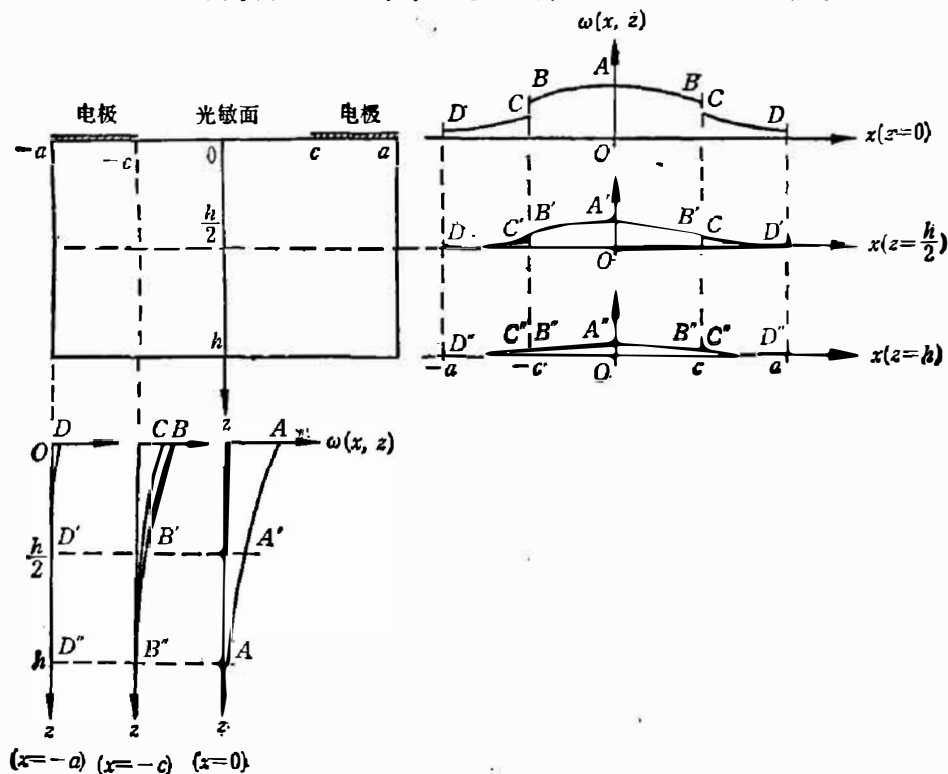


图 1 电功率在芯片中的分布

Fig. 1 Distribution of electric power in the core piece.

本文 1986 年 11 月 25 日收到。修改稿 1987 年 3 月 9 日收到。

们看到的多数文献都假定焦尔热产生于芯片表层,这种看法有其合理之处,但不全面。因为在探测器工作时,整个芯片内部处处都是热源,但在接近光敏面的位置,产生的焦尔热要多一些(参看图1)。为了弄清在与外界有热交换时芯片中的温度分布,应该首先研究芯片内部的电功率分布。参考文献[2]已作了些工作,但侧重于研究“功率电阻”,故此有必要重新研究 $\omega(x, y, z)$ 的分布特征。我们已经求得

$$\omega(x, y, z) = \frac{2\sigma V_0^2}{a^2 c^2} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} D_m D_n \{ \cos(\alpha_m - \alpha_n) x \cdot \text{ch}(\alpha_m + \alpha_n)(h-z) + \cos(\alpha_m + \alpha_n) x \cdot \text{ch}(\alpha_m - \alpha_n)(h-z) \}, \quad (1)$$

其中

$$\begin{cases} \alpha_n = \frac{\pi}{a} \left(n + \frac{1}{2} \right), \\ D_n = \frac{\sin \alpha_n c}{\alpha_n c \text{ch}(\alpha_n h)}. \end{cases} \quad n=0, 1, 2, \dots \quad (2)$$

由于 $\omega(x, y, z)$ 是位置函数,因此在不同点之间必然有热交换,故而应考查 $\omega(x, y, z)$ 的梯度:

$$\begin{cases} \frac{\partial \omega}{\partial x} = -\frac{2\sigma V_0^2}{a^2 c^2} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} D_m D_n \{ (\alpha_m - \alpha_n) \sin(\alpha_m - \alpha_n) x \cdot \text{ch}(\alpha_m + \alpha_n)(h-z) + (\alpha_m + \alpha_n) \sin(\alpha_m + \alpha_n) x \cdot \text{ch}(\alpha_m - \alpha_n)(h-z) \}, \\ \frac{\partial \omega}{\partial y} = 0, \\ \frac{\partial \omega}{\partial z} = -\frac{2\sigma V_0^2}{a^2 c^2} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} D_m D_n \{ (\alpha_m + \alpha_n) \cos(\alpha_m - \alpha_n) x \cdot \text{sh}(\alpha_m + \alpha_n)(h-z) + (\alpha_m - \alpha_n) \cos(\alpha_m + \alpha_n) x \cdot \text{sh}(\alpha_m - \alpha_n)(h-z) \}. \end{cases} \quad (3)$$

显然,在 $x=0$ 或者是侧面 $x = \pm a$ 时,有

$$\begin{cases} \frac{\partial \omega}{\partial x} = 0, \\ \frac{\partial \omega}{\partial z} \neq 0. \end{cases} \quad (4)$$

而在底面 $z=h$ 时,有

$$\begin{cases} \frac{\partial \omega}{\partial x} \neq 0, \\ \frac{\partial \omega}{\partial z} = 0. \end{cases} \quad (5)$$

式(4)、(5)表明:如果沿芯片表面的法线方向,则愈接近表面, ω 的差异愈小,如果沿切线方向,则无此结果。

引用“热流”概念 $q = -\lambda \nabla T$ (λ 为热导系数),注意到文献[2]中的关系式

$$\frac{dT}{dt} = \frac{\omega}{\rho C_v}, \quad (6)$$

则在侧面 $x = \pm a$ 时,有

$$\begin{cases} \frac{dq_x}{dt} = 0 \quad (\text{法向}), \\ \frac{dq_z}{dt} \neq 0 \quad (\text{切向}). \end{cases} \quad (7)$$

在底面 $z=h$ 上也同样有

$$\begin{cases} \frac{dq_z}{dt} = 0 & (\text{法向}), \\ \frac{dq_x}{dt} \neq 0 & (\text{切向}). \end{cases} \quad (8)$$

式(7)、(8)表明:由芯片表面溢出的热流不随时间变化,呈现稳态特征。

二、热传导方程

设想一个封闭曲面,考查其中所发生的热运动过程,就可得到具有热源时的方程是

$$\frac{1}{u^2} \frac{\partial G}{\partial t} = \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 G}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 G}{\partial z^2} + \frac{1}{\lambda} \omega(x, y, z), \quad (9)$$

显然式(6)是它的特例。在式(9)中 $G = T - T_0$ 是温度差, T_0 为低温区的温度,并且 $u^2 = \frac{\lambda}{\rho Q_v}$ 。将式(9)用于文献[1]的模式,则可提出下面的边值条件。

1. 底面条件

由于芯片的底面 $z = h$ 直接接触温度为 T_0 的低温区,故对底面可提恒温条件

$$G|_{z=h} = 0 \text{ (或 } T|_{z=h} = T_0 \text{)}. \quad (10)$$

2. 侧面条件

由于芯片密封在高度真空的环境中,残余气体所传导的热量完全可以忽略,故对侧面可提绝热条件

$$\begin{cases} \left. \frac{\partial G}{\partial x} \right|_{x=\pm a} = 0, \\ \left. \frac{\partial G}{\partial y} \right|_{y=\pm b} = 0. \end{cases} \quad (11)$$

3. 表面条件

由于任何辐射信号 $W(t)$ 皆可作傅里叶分解:

$$W(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} W_0(\omega) e^{j\omega t} d\omega, \quad (12)$$

$$W_0(-\omega) = W_0^*(\omega). \quad (13)$$

也就是说 $W(t)$ 可由一系列“单色波”—— $W_0(\omega) e^{j\omega t}$ 来合成。因此研究 $W_0(\omega) e^{j\omega t}$ 具有典型性。式(13)表明 $W(t)$ 是实函数。假定从背景辐射强度为 P_0 的外界,向探测器投射一束频率为 ω 、功率为 W_0 的单色光信号,由于电极与光敏面对入射光的吸收系数 η' 、 η'_0 、 η 、 η_0 不一样,并注意到芯片密封在高真空中,故对表面可提:

$$-\lambda \frac{\partial G}{\partial z} \Big|_{z=0} = \begin{cases} \eta_0 P_0 + \eta W_0 e^{j\omega t}, & (|x| \leq c) \\ \eta'_0 P_0 + \eta' W_0 e^{j\omega t}, & (c \leq |x| \leq a) \end{cases} \quad (14)$$

对入射光信号 $W_0 e^{j\omega t}$ 取绝对值,则得信号功率 $|W_0|$,而 $e^{j\omega t}$ 则是谐振因子。

注意到以上各式都不含 y ,式(11)中的第二式则天然成立。因此式(9)可简化为

$$\frac{1}{u^2} \frac{\partial G}{\partial t} = \frac{\partial^2 G}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 G}{\partial z^2} + \frac{1}{\lambda} \omega(x, z), \quad (15)$$

将 G 分解为平衡态 $S(x, z)$ 与动态 $L(x, z, t)$ 两部份

$$G = L(x, z, t) + S(x, z), \quad (16)$$

则平衡态 $S(x, z)$ 满足方程

$$\frac{\partial^2 S}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 S}{\partial z^2} + \frac{1}{\lambda} \omega(x, z) = 0 \quad (17)$$

及边值条件

$$\begin{aligned} S|_{z=h} = 0, \quad \frac{\partial S}{\partial x} \Big|_{x=\pm a} = 0, \\ -\lambda \frac{\partial S}{\partial z} \Big|_{z=0} = \begin{cases} \eta_0 P_0 & (|x| \leq c), \\ \eta'_0 P_0 & (c \leq |x| \leq a). \end{cases} \end{aligned} \quad (18)$$

而动态 $L(x, z, t)$ 满足的方程是

$$\frac{1}{u^2} \frac{\partial L}{\partial t} = \frac{\partial^2 L}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 L}{\partial z^2}, \quad (19)$$

边值条件则是

$$\begin{aligned} L|_{z=0} = 0, \quad \frac{\partial L}{\partial x} \Big|_{x=\pm a} = 0, \\ -\lambda \frac{\partial L}{\partial z} \Big|_{z=h} = \begin{cases} \eta W_0 e^{i\omega t}, & (|x| \leq c) \\ \eta' W_0 e^{i\omega t}, & (c \leq |x| \leq a) \end{cases} \end{aligned} \quad (20)$$

三、平衡态的解

在式(17)中, 由于 $\omega(x, z)$ 是 x 的偶函数, 因此在 $S(x, z)$ 中只应含 $X(x) = \cos \beta x$ 因子。满足侧面条件的 $X(x)$ 是

$$X_k(x) = \cos \beta_k x, \quad (21)$$

其中

$$\beta_k = \frac{k\pi}{a}, \quad (k=0, 1, 2, \dots)$$

令

$$\frac{1}{\lambda} \omega(x, z) = \sum_{k=0}^{\infty} F_k(z) \cos \beta_k x, \quad (22)$$

可得

$$F_k(z) = \frac{\sigma V_0^2}{\lambda a^2 c^3} \sum_{\substack{n=0 \\ i=\pm 1}}^{\infty} D_n D_{n+ik} \operatorname{ch} \frac{\pi}{a} (2n + ik + 1) (h - z). \quad (23)$$

令

$$S(x, z) = \sum_{k=0}^{\infty} S_k(z) X_k(x), \quad (24)$$

则式(17)变为

$$\frac{d^2 S_k}{dz^2} - \beta_k^2 S_k + F_k(z) = 0, \quad (k=0, 1, 2, \dots) \quad (25)$$

1. 当 $k=0$ 时

$$\frac{d^2 S_0}{dz^2} = -F_0(z) = -\frac{2\sigma V_0^2}{\lambda a^2 c^2} \sum_{n=0}^{\infty} D_n^2 \operatorname{ch} [2\alpha_n (h - z)], \quad (26)$$

其解为

$$S_0(z) = \underbrace{C_{01}(h-z)}_{\text{线性分布}} + \underbrace{\frac{\sigma V_0^2}{2\lambda a^2 c^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{D_n^2}{\alpha_n^2} \{1 - \operatorname{ch} [2\alpha_n (h-z)]\}}_{\text{非线性分布}}, \quad (27)$$

其中

$$C_{01} = \frac{2\sigma V_0^2}{\lambda a^2 c^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin^2(\alpha_n c)}{\alpha_n^3} \tan h(\alpha_n h) + \frac{P_0}{\lambda} \left[\eta'_0 + \frac{c}{a} (\eta_0 - \eta'_0) \right]. \quad (28)$$

显然, V_0 和 P_0 对 C_{01} 都有贡献, 并且 V_0 的贡献就是文献[2]中求得的焦尔热的总功率, 下文特证明 C_{01} 可描述穿越底面的热流。由此可见, 由不同的途径得到同一结论。

2. 当 $k \neq 0$ 时

通过较为复杂的演算, 可求得

$$S_k(z) = C_{k1} \text{sh} \beta_k (h-z) - \frac{\sigma V_0^2}{2\lambda a^2 c^2} \sum_{\substack{n=0 \\ i=\pm 1}}^{\infty} \frac{D_n \cdot D_{n+ik}}{\alpha_n \cdot \alpha_{n+ik}} \text{sh} \alpha_n (h-z) \cdot \text{sh} \alpha_{n+ik} (h-z), \quad (29)$$

其中

$$C_{k1} = \frac{\sigma V_0^2}{2\lambda a^2 c^2} \sum_{\substack{n=0 \\ i=\pm 1}}^{\infty} \frac{D_n \cdot D_{n+ik}}{\alpha_n \cdot \alpha_{n+ik}} \cdot \frac{\text{sh}(\alpha_n h) \cdot \text{sh}(\alpha_{n+ik} h)}{\beta_k \text{ch}(\beta_k h)} \\ \times \left\{ \frac{\alpha_n}{\tanh(\alpha_n h)} + \frac{\alpha_{n+ik}}{\tanh(\alpha_{n+ik} h)} \right\} + \frac{2P_0(\eta_0 - \eta'_0) \sin \beta_k c}{a \beta_k^2 \text{ch}(\beta_k h)}. \quad (30)$$

由此可见, 有热源存在时的平衡态 $S(x, z)$ 是一个分布复杂的状态。它由“非波动成份”—— $S_0(z)$ 和一系列“波动成份”—— $S_k(z) \cos \beta_k x$ 组成。而 $S_0(z)$ 又分为“线性分布”与“非线性分布”两大部分, 而以往报道大多只研究了线性分布。另外外加电压 V_0 与背景辐射 P_0 对 $S(x, z)$ 皆有贡献。若 $V_0 \rightarrow 0$, $S(x, z)$ 并不消失, $S(x, z)$ 的分布类似图 1。

四、动态解

由于式(19)是齐次方程, 为消除谐振因子 $e^{j\omega t}$, 令

$$L(x, z, t) = \sum_{k=0}^{\infty} L_k(z) \cdot X_k(x) e^{j\omega t}, \quad (31)$$

得

$$\frac{d^2 L_k}{dz^2} - \beta_k^2 L_k = j \frac{\omega}{u^2} L_k. \quad (k=0, 1, 2, \dots) \quad (32)$$

令

$$\mu_k = \sqrt{\left(\frac{k\pi}{a}\right)^2 + j \frac{\omega}{u^2}}, \quad (33)$$

解得

$$L_k(z) = \bar{C}_k \text{sh} \mu_k (h-z). \quad (34)$$

其中

$$\begin{cases} \bar{C}_0 = \frac{W_0}{\lambda \mu_0 \text{ch}(\mu_0 h)} \left[\eta' + \frac{c}{a} (\eta - \eta') \right], \\ \bar{C}_k = \frac{2W_0}{k\pi \lambda \mu_k \text{ch}(\mu_k h)} (\eta - \eta') \sin \beta_k c. \end{cases} \quad (35)$$

显然, 在动态分布 $L(x, z, t)$ 中, 不可能存在“线性分布”。由于 $\bar{C}_k \propto W_0$, 故知 $L(x, z, t)$ 与入射光的辐射功率 W_0 成正比, 如果有 $\eta' = \eta$, 则 $\bar{C}_1, \bar{C}_2, \dots$ 各项消失, $L(x, z, t)$ 蜕化为

$$L(x, z, t) = \bar{C}_0 \text{sh} \mu_0 (h-z) e^{j\omega t}. \quad (36)$$

也就是说, 由于电极与光敏面对入射信号的吸收不一样, 从而在 $L(x, z, t)$ 中产生“波动成份”—— $L_k(z) \cos \beta_k x e^{j\omega t}$ 。下文将证明“波动成份”对致冷的总功率并无贡献, 它的作用是重新分配芯片内部的热能。

五、致冷功率

由前面的计算得到芯片中温度分布是

$$T = T_0 + \underbrace{\sum_{k=0}^{\infty} S_k(z) X_k(x)}_{\text{直流成份}} + \underbrace{\sum_{k=0}^{\infty} L_k(z) X_k(x) e^{j\omega t}}_{\text{交流成份}} \quad (37)$$

如果考查热流, 可得

$$\begin{cases} q_x = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} = \lambda \sum_{k=0}^{\infty} [L_k(z) e^{j\omega t} + S_k(z)] \beta_k \sin \beta_k x, \\ q_y = -\lambda \frac{\partial T}{\partial y} = 0, \\ q_z = -\lambda \frac{\partial T}{\partial z} = -\lambda \sum_{k=0}^{\infty} \left[\frac{dL_k}{dz} e^{j\omega t} + \frac{dS_k}{dz} \right] \cos \beta_k x. \end{cases} \quad (38)$$

对于侧面, 显然有 $q_x = 0$, 计算穿越底面的热流, 就是所需致冷的功率 Q 。

$$Q = \int_{-b}^b dy \int_{-a}^a q_z \Big|_{z=h} dx = -4ab\lambda \left[\frac{dL_0}{dz} e^{j\omega t} + \frac{dS_0}{dz} \right]_{z=h}, \quad (39)$$

即表明只有“非波动成份”才对致冷功率 Q 有贡献, 进而求得

$$Q = 4ab\lambda [\mu_0 \bar{C}_0 e^{j\omega t} + C_{01}]. \quad (40)$$

令

$$\mu_0 \bar{C}_0 = \mathcal{R} e^{j\phi}, \quad (41)$$

可得

$$|Q| = 4ab\lambda \sqrt{\mathcal{R}^2 + C_{01}^2 + 2\mathcal{R}C_{01} \cos(\omega t + \phi)}. \quad (42)$$

这就是说, 对 Q 有贡献的除了纯粹的信号辐射 W_0 与纯粹的焦尔热及背景辐射 P_0 之外, 还有它们的相互作用项 $2\mathcal{R}C_{01} \cos(\omega t + \phi)$ 。有趣的是, 相互作用项具有辐射信号的周期, 而且相位 ϕ 也是 ω 的函数。 $2\mathcal{R}C_{01} \cos(\omega t + \phi)$ 的出现意味着在特定条件下, 热运动也会产生类似于“波动”过程的“叠加”效应, 这一现象至今还未见过报道。

由于 $|Q|$ 值与热导率 λ 无关, 故只需要维持冷源的温度不变, 制冷的功率就与 λ 无关。 Q 是时间函数, 求其平均值得

$$\langle |Q| \rangle = 4ab\lambda \sqrt{\mathcal{R}^2 + C_{01}^2} \left\{ 1 - \frac{1}{4} k^2 - \frac{15}{64} k^4 + \dots \right\}, \quad (43)$$

其中 $k = \mathcal{R}C_{01} / (\mathcal{R}^2 + C_{01}^2)$ 就是相互作用项的贡献。因为 $0 \leq k \leq 0.5$, 故知它在式(43)中仅起到修正作用。这说明相互作用项一直未曾引起注意的原因是其贡献不大。

另外, 式(42)表明, 致冷功率 Q 是 \mathcal{R} 与 C_{01} 的“矢量和”, 这与以往报道不同。

六、频响特性

虽然平衡态 $S(x, z)$ 与 ω 无关, 但是 $L(x, y, t)$ 却与 ω 关系密切, 并且决定着滤波后的电信号, 故有必要分析动态的频率响应特性。在不考虑 $\eta - \omega$ 关系的前提下, 剔除 \mathcal{R} 中不变的因子, 令

$$\xi(\omega) = \frac{\mathcal{R}}{W_0 \left[\eta' + \frac{c}{a} (\eta - \eta') \right]} = \left| \frac{1}{ch(\mu_0 h)} \right| = \sqrt{\frac{2}{ch \sqrt{\frac{\omega}{\omega_0}} + \cos \sqrt{\frac{\omega}{\omega_0}}}}, \quad (44)$$

其中 $\omega_0 = \lambda / \rho C_v h^2$ 是由芯片的厚度 h 及性能参数所决定的特征频率。在 $\omega < \omega_0$ 时, 有

$$\xi(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{4!} \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 + \frac{1}{8!} \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^4 + \dots}}, \quad (45)$$

在 $\omega \gg \omega_0$ 时有

$$\xi(\omega) \doteq 2e^{-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\omega}{\omega_0}}}. \quad (46)$$

由此可见: $\xi(\omega)$ 在低频变化不大, 在高频却衰减较快。其衰减因子 $h/2\sqrt{\rho C_v/\lambda}$ 与厚度 h 有关。 $\xi(\omega)$ 曲线见图 2, 在设计芯片的厚度时需要考虑探测器的工作波段。

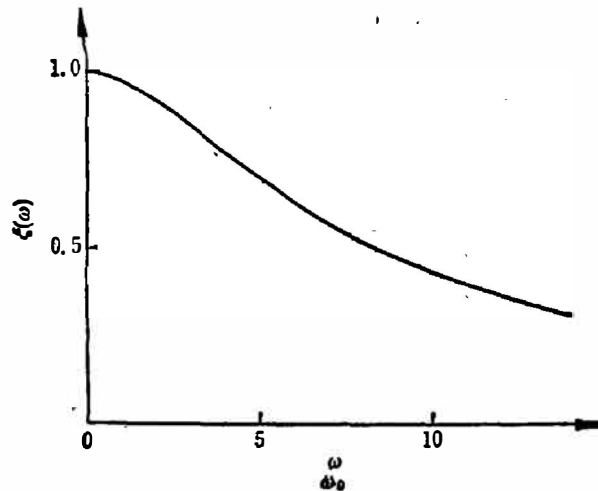


图 2 动态的频率响应曲线

Fig. 2 Curve of dynamic frequency response.

致谢——感谢邵式平和朱惜辰同志的帮助。

参 考 文 献

- [1] 许生龙、冯文清, 红外研究, 5 (1986), 1: 69~73.
- [2] 许生龙, 红外研究, 5 (1986), 6: 465~468.

TEMPERATURE DISTRIBUTION IN THE CORE PIECE OF PHOTOCONDUCTIVE DETECTOR

XU SHENGLONG

(*Kunming Institute of Physics*)

ABSTRACT

The temperature distribution in the core piece is calculated when the Joule heat and radiation heat exist simultaneously. The results show that there is a non-wave component which contributes to a refrigeratory power $Q = 4ab\lambda\sqrt{\mathcal{K}^2 + C_{01}^2} \left\{ 1 - \frac{1}{4}k^2 - \frac{15}{64}k^4 + \dots \right\}$; there exists an interaction between Joule heat and radiation heat which can be measured by a factor $k = \frac{\mathcal{R}C_{01}}{\mathcal{K}^2 + C_{01}^2}$. The response characteristic of radiation heat as a function of frequency is analysed.