

非等温漫射空腔辐射特性的Monte-Carlo 解*

张 宏 李碧娟 范载祥

(哈尔滨工业大学精密仪器系)

摘要——本文应用 Monte-Carlo 法计算了非等温圆锥——圆筒漫射空腔发射率及腔口处空腔发射率分布。从而简化了黑体炉辐射出射度及积分发射率的计算，并为实际的镜——漫混合反射模式的空腔特性计算提供了先决条件。

一、引言

对于等温及非等温漫射轴对称黑体空腔而言，国内外普遍采用积分方程组的精密解（即 Bedford/Ma 法）^[1~4]进行理论定标，计算其有效发射率沿腔内的分布，然后再求定其积分发射率和对检测器的辐射贡献^[5]。但实际上当考虑到壁面材料的方向及波长的热辐射特性时，特别在红外区工作时，黑体空腔腔内的漫射假设就不完全合理了，此时腔内将有镜反射的成份而使空腔辐射特性的求解变得更为复杂。而 Monte-Carlo 法是一种解决上述复杂问题的有效方法，在计算等温漫射腔的辐射特性时已取得较为理想的结果^[6,7]。采用此法不仅可简化黑体空腔的特性计算，而且更可作为解决实际的镜——漫混合反射模式的先决条件。考虑到目前国内广泛采用圆锥——圆筒空腔作为标准辐射源，因此，本文用 Monte-Carlo 法计算非等温圆锥——圆筒腔的辐射特性，并与 Bedford 的精密解作比较。另外，在以前的求解中，只给出空腔发射率，并认为辐射出射度沿腔口分布是均匀的，而这仅适用于长腔及小开口的情况。在本文中，将不仅给出空腔发射率解，而且也将给出辐射出射度沿腔口的分布，从而提高了空腔对检测器辐射贡献计算的精度。

二、空腔辐射特性及分析

空腔由圆锥体及圆筒体组成。为了方便起见，采用无量纲参数，圆筒半径取为 1.0。圆锥半锥角为 ω ，空腔腔长为 L ，空腔开口半径为 R_o ，空腔内壁材料发射率为 ϵ ，参考点定在锥顶，其温度为 T_o 。坐标系原点也定在锥顶，沿锥面轴向的坐标取为 x ，沿筒面轴向的坐标取为 y 。

应用 Monte-Carlo 法，把光束或由发射点发射的光子去向看作为独立的过程，它们或在

本文 1986 年 12 月 17 日收到。

* 国家自然科学基金资助项目。

反射点被吸收或从空腔中逸出。空腔的辐射能由发光点发出，这些发光点均匀地分布在空腔的内壁上，每个发光点发射的能量与该点所在处的温度有关。发光点发射的或发射后被反射的能量除直接射出孔口的部份外，剩余的部份按光束某一随机方向在腔内传播。采用此法光束能量与实际情况相符，这些光束的运动按物理过程的随机性一步步地进行。在光束被壁面吸收或脱离系统前将被跟踪。跟踪大量的光束，并将其结果平均就可确定发射能被吸收或由开口逸出的比率，从而求定空腔辐射特性。

1. 在参考温度 T_0 下的空腔发射率

空腔发射率可写为

$$\varepsilon_0 = \frac{E_{out}}{A_a \cdot E_b(\lambda, T_0)}; \quad (1)$$

式中， E_{out} 为空腔由腔口逸出的辐射功率； A_a 为空腔开口面积； $E_b(\lambda, T_0)$ 为在温度 T_0 及波长 λ 下的黑体单色辐射出射度。

某点 i 发射的光束所携带的单色辐射功率为

$$E_i = \varepsilon \cdot E_b(\lambda, T_i) \cdot dS_i; \quad (2)$$

式中， $E_b(\lambda, T_i)$ 为在温度 T_i 及波长 λ 下的黑体单色辐射出射度； dS_i 为发光点处微元面积。

由于发光点均匀地分布在腔壁上，设腔体发光表面面积为 A_w ，发光点个数为 N 。因此式(1)可写为

$$\begin{aligned} \varepsilon_0 = & \frac{\varepsilon \cdot A_w \cdot (e^{\frac{c_0}{\lambda T_0}} - 1)}{A_a \cdot N} \sum_{i=1}^N \frac{1}{e^{\frac{c_i}{\lambda T_i}} - 1} [F_i + (1 - F_i) F_{i1} + (1 - F_i)(1 - F_{i1}) F_{i2} \\ & + \dots + (1 - F_i)(1 - F_{i1}) \dots (1 - F_{im-1}) F_{im}]; \end{aligned} \quad (3)$$

式中， F_i 为第 i 个发光点处微面元对腔口的角系数； F_{i1} 为第 i 个发光点光束在腔内发生第一次反射时，该反射点微面元对腔口的角系数；并以此类推至 F_{im} 。设光束在第 m 次反射后被腔壁吸收。

空腔发射率分布 $\varepsilon_0(K)$ 表示把腔口分成 G 个同心圆环，对应第 K 个圆环上的空腔有效发射率值，于是：

$$\varepsilon_0(K) = \frac{E_{out}}{\pi(R_k^2 - R_{k-1}^2) \cdot E_b(\lambda, T_0)}; \quad (4)$$

式中， $E_{out}(K)$ 为由圆环 K 处逸出的辐射功率。 R_k, R_{k-1} 为圆环 K 的外圆与内圆半径。

2. 发光点坐标的确定

取随机数 R_p ，则有：

$$0 \leq R_p \leq A_{w1}/A_w \text{ (发光点在圆锥上);}$$

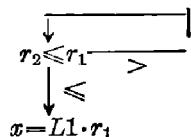
$$A_{w1}/A_w < R_p \leq 1 \text{ (发光点在圆柱上);}$$

式中， A_{w1} 为圆锥面积； A_w 为空腔腔壁面积。

当发光点在圆锥上时，其轴向坐标为 x 。按直接抽样法则有

$$x = \sqrt{\cos^2 \omega \cdot R_p \cdot A_w / \pi \cdot \tan \omega}.$$

为减少计算机的计算工作量，本文采用挑选抽样法：



r_1, r_2 为随机数，没有必要舍弃 $r_2 > r_1$ 的情况，只需取其中最大值，即

$$x = L_1 \cdot \max(r_1, r_2)$$

式中, L_1 为圆锥体轴向长度。

当发光点在圆筒上时, 可用直接抽样法得到其轴向坐标为:

$$y = L_1 + (L - L_1) \cdot R_y$$

3. 光束方向极角 θ 及方位角 φ 的确定

设发光点或反射点微面元 dS_i 的有效辐射亮度为 I 。由于是漫射状态, I 与方向及波长无关。 θ 及 φ 作为随机变量是连续的, θ 的概率分布函数为

$$P(\theta) = \frac{\int_{\phi}^{\pi} \int_0^{\theta} I \cdot \cos \theta \cdot \sin \theta \cdot dS_i \cdot d\theta \cdot d\varphi}{\int_{\phi}^{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} I \cdot \cos \theta \cdot \sin \theta \cdot dS_i \cdot d\theta \cdot d\varphi};$$

如采用直接抽样法, 则有:

$$\sin \theta = \sqrt{R_\theta}; \quad \theta = \sin^{-1} \sqrt{R_\theta}.$$

为了避免开方运算以节省计算机运算时间, 故采用挑选抽样法:

$$\begin{array}{c} \downarrow \\ r_2 \leq \sin \pi r_1 \\ \downarrow \quad < \quad > \\ Q = \frac{\pi}{2} r_1 \end{array}$$

当 θ 角选定后, 可确定 φ 角的范围。由于光束仍留在腔内, 所以应扣除在给定 θ 角下直接射出腔口的光线 φ 角的范围。具体步骤可参阅文献[6]。

4. 反射点的确定

由随机数 R_θ 确定发光点的几何位置, 并由 R_θ, R_φ 两随机数决定从发光点发出的该光束的方向后, 就可以根据空腔的具体几何尺寸求出该光束与空腔内壁面的交点, 即反射点的位置坐标。

光束在反射点是否为壁面所吸收将由随机数 R_s 的大小来决定。当随机数 $R_s \leq \varepsilon$ 时, 能量被吸收; 反之, 当 $R_s > \varepsilon$ 时, 光束被反射。反射的能量 $E_s(1 - F_s)$ 分为两部份, 一部份由腔口直接射出, 另一部份再沿某一方向传至下一反射点, 直至光束在某一反射点处被吸收。对每一条光束重复以上的过程, 就可最终求得由腔口射出的能量 E_{out} 。

三、计算结果及讨论

以国内目前批量生产的某型中温圆锥——圆筒非等温黑体炉为例, 按上述数学模型编制了程序, 并在 VAX-11-780 型计算机上进行了计算, 得到了在 $\lambda=5, 8$ 及 $15 \mu\text{m}$ 三种情况下的空腔发射率及其沿腔口的分布。经实测, 该空腔在 600°C 参考温度下, 温度由腔底逐渐向腔口递减, 至腔口约下降 20%。表 1 及表 2 给出了计算结果。为了便于进行比较分析, 用 Monte-Carlo 法计算了该空腔在等温状态下的辐射特性, 其数据见表 3。

为了验证此法计算结果的正确性, 利用 Bedford 法求解了该空腔的有效发射率分布, 并利用检测器位于腔口的积分发射率等于空腔发射率的概念, 求得上述三种不同工作波长下的空腔发射率精密解(见表 1)。

表 1 非等温空腔单色空腔发射率

Table 1 The spectral cavity emissivity of a nonisothermal cylinder-cone.

 $(L=9, w=10^\circ, R_a=1, \varepsilon=0.8, T_0=873.15\text{K})$

方 法	ε_c		
	$\lambda=5\text{\mu m}$	$\lambda=8\text{\mu m}$	$\lambda=15\text{\mu m}$
Monte-Carlo 法	0.5838	0.6677	0.7899
精 确 解 法	0.5817	0.6672	0.7951

表 2 非等温空腔单色空腔发射率分布

Table 2 The distribution of the spectral cavity emissivity across the aperture of a nonisothermal cylinder-cone.

 $(L=9, w=10^\circ, R_a=1, \varepsilon=0.8, T_0=873.15\text{K})$

\bar{R}	$\varepsilon_c(\bar{R})$		
	$\lambda=5\text{\mu m}$	$\lambda=8\text{\mu m}$	$\lambda=15\text{\mu m}$
0.05	0.6233	0.7012	0.8177
0.15	0.6220	0.7002	0.8168
0.25	0.6193	0.6980	0.8150
0.35	0.6152	0.6946	0.8123
0.45	0.6096	0.6899	0.8084
0.55	0.6021	0.6837	0.8032
0.65	0.5925	0.6755	0.7963
0.75	0.5801	0.6648	0.7869
0.85	0.5642	0.6510	0.7748
0.95	0.5465	0.6350	0.7641

注 $\bar{R}=R/R_a$

表 3 等温空腔发射率及其分布

Table 3 The cavity emissivity and its distribution across the aperture of an isothermal cylinder-cone.

 $(L=9, tw=10^\circ, R_a=1, \varepsilon=0.8, T_0=873.15\text{K})$

\bar{R}	0.05	0.15	0.25	0.35	0.45
$e_c(\bar{R})$	0.9559	0.9557	0.9554	0.9548	0.9540
\bar{R}	0.55	0.65	0.75	0.85	0.95
$e_c(\bar{R})$	0.9525	0.9502	0.9462	0.9405	0.9398
e_c	0.9474				

注 $\bar{R}=R/R_a$

由实际计算可得到以下结论:

1. 随着抽样数目, 即光束数 N 的增大, 其结果趋于平稳(见图 1)。计算中一般取 $N>50000$, 但由图可见, 当 $N>30000$ 时, 计算结果就相当平稳了。
2. 空腔发射率的 Monte-Carlo 解与 Bedford 的精密解非常接近, 特别在波长较短的情况下, 两者相差仅在 1~2%。这样就可免去精密解先求黑体空腔有效发射率分布, 再求积分发射率的复杂过程。因此在精度要求不是特别高的情况下还是比较适用的。

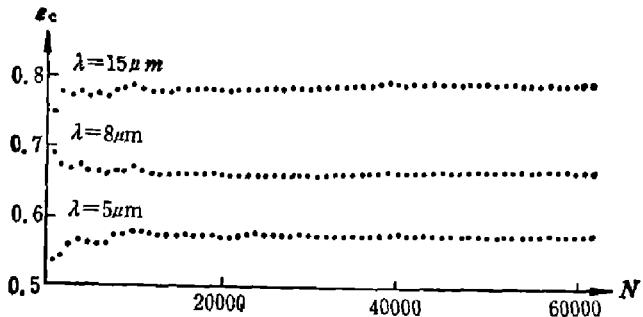


图 1 非等温情况下的单色空腔发射率与发光点数的关系

Fig. 1 Spectral cavity emissivity vs N of a nonisotherm alcyinder-cone.

($L=9$, $w=10^\circ$, $R_a=1$, $\epsilon=0.8$, $T_0=873.15\text{K}$)

3. 值得注意的是, 必须考虑辐射出度沿腔口的分布。由计算结果可见, 在 $\lambda=5\mu\text{m}$ 时, $\epsilon_c(K)$ 在腔口中心与腔口边缘相差达 0.08。而在 $\lambda=15\mu\text{m}$ 时, 两者差别在 0.06 左右。因此, 在考虑检测器与空腔的辐射交换时, 必须考虑空腔发射率分布以提高精度。

4. 在本文的基础上, 再加上镜反射情况下的 Monte-Carlo 法的数学模型, 可望解决实际的镜——漫混合模式下的空腔辐射特性。

致谢——上海航天局 803 研究所庞金龙同志提供空腔温度分布数据, 并提出许多宝贵意见, 作者在此谨致谢意。

参 考 文 献

- [1] Bedford R. E. and ma C. K., *J. Opt. Soc. Am.*, **64**(1974), 339.
- [2] *Ibid.*, **65**(1975), 565.
- [3] *Ibid.*, **66**(1976), 724.
- [4] Bedford R. E. et al., *Appl. Opt.*, **24**(1985), 2971.
- [5] Chen Shouren, Chu Zaixiang and Chen Hongpan, *metrology*, **16**(1980), 69.
- [6] Heinich R. P. and Sparrow E. M., *J. Opt. Soc. Am.*, **63**(1973), 152.
- [7] Sparrow E. M. and Heinich R. P., *J. Heat Transfer*, **96**(1974), 112.

* Project supported by the Natural Science Fund of China.

RADIANT CHARACTERISTIC CALCULATION OF A NONISOTHERMAL DIFFUSE CAVITY BY USING MONTE-CARLO*

ZHANG HONG Li BIJUAN CHU ZAIXIANG

(*Department of Precise Instruments, Harbin Institute of Technology*)

ABSTRACT

The application of the Monte-Carlo solution in the calculation of radiant emission characteristics for a nonisothermal cavity is presented. The cavity emissivity and its distribution across the aperture of a nonisothermal cylinder-cone have been evaluated by using Monte-Carlo. The radiant exitance calculation of blackbody furnaces is thus simplified, and a primary step for solving the mixed specular-diffuse model within the cavity used is provided.