

# 用 HAAR 变换实现自动调焦的研究

陈 亚 骏

(上海交通大学 电子工程系)

**摘要**——本文提出用 Haar 变换列率谱作为判断图像清晰度的指标, 并推导了这一指标的理论分析公式, 详细讨论并用实验验证了该指标与系统离焦量、目标景物特性、系统参数之间的关系。与常见的自准调焦法相比, 该方法在适用范围、调焦灵敏度等方面都有所改善。

## 一、引 言

自动调焦采用的原理很多, 常见的有间接测距法、自准调焦图法、像清晰度判断法等。像清晰度判断法是较新发展起来的一种方法。随着光电探测器和图像处理技术的发展, 调焦引起的像质清晰度变化已能够用图像处理得到的参数加以衡量与判断。这方法的最大优点在于能直接用图像受调焦影响的变化反馈控制调焦, 从而真正达到最佳成像的调焦目的<sup>[10]</sup>。对其它原因引起的系统像面漂移, 这一方法也能同时消除。近几年关于自动调焦理论的探讨绝大多数是像清晰度判断法<sup>[1][2]</sup>, 它将成为今后自动调焦的最重要研究方向。本文提出的 Haar 变换即属于这一方法。

## 二、原 理

假设在像接收面  $2^{N+1}$  元线列 CCD 像传感器上的一维图像光强分布为  $I(x)$ , 则每一像元 (光机扫描时相当于每一抽样点) 的输出信号分别为

$$V_m = \int_{A_m} RI(x)dx, \quad \text{积分域 } A_m: \frac{m-1}{2^{N+1}}x_0 \leq x < \frac{m}{2^{N+1}}x_0$$

$$(m=1, 2, \dots, 2^{N+1}) \quad (1)$$

式中,  $R$  为光电转换系数,  $x_0$  为线列 CCD 总长度。

用离散 Haar 变换可求得  $N$  阶 (共  $2^{N+1}$  个) Haar 系数  $a_{ij}$  ( $i=0, 1, \dots, N; j=1, 2, \dots, 2^i$ ), 变换矩阵方程为<sup>[3][4]</sup>

$$[a_{ij}] = [\text{HAAR}_{2^{N+1}}] [V_m] \quad (2)$$

式中  $[\text{HAAR}_{2^{N+1}}]$  为  $2^{N+1} \times 2^{N+1}$  正交变换方阵。  $N=2$  时为

$$[\text{HAAR}_8] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ \sqrt{2} & \sqrt{2} & -\sqrt{2} & -\sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} & \sqrt{2} & -\sqrt{2} & -\sqrt{2} \\ 2 & -2 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & -2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

由于降阶正负对称性及大量零元素的存在, 采用快速 Haar 变换算法, 只需做  $2(2^{N+1}-1)$  次加减法便可求出  $2^{N+1}$  个未归一的 Haar 系数, 与 FFT 相比, 离散 Haar 变换突出的优点是计算简单。为利用求出的 Haar 系数分析图像频谱分布, 进而判断图像清晰度, 类似傅里叶频谱分析的方法, 可应用列率谱的概念分析 Haar 功率谱。

第  $i$  阶 Haar 功率谱列率分量定义为

$$B_i = \sum_{j=1}^{2^i} a_{ij}^2, \quad (i=0, 1, \dots, N)。 \quad (4)$$

式(4)就是本文提出的判断像清晰度指标的基本定义式。由  $2^{N+1}$  个测量数据  $V_m (m=1, 2, \dots, 2^{N+1})$  可算出  $N+1$  个 Haar 变换列率谱分量  $B_i (i=0, 1, \dots, N)$ 。仍以  $N=2$  为例, 由快速 Haar 变换修改得出的  $B_i$  快速算法信号流图如图 1 所示。

作者<sup>[11]</sup>已从理论上分析了  $B_i$  与离焦清晰度下降、图像功率谱分布等因素之间关系。假设  $2^{i+1}$  较大, 与光强分布  $I(x)$  对应的傅里叶变换信号谱  $I(\omega)$  连续, 推导出的理论分析公式如下:

$$B_i = \frac{1}{2} x_0 R^2 \int_{-\infty}^{\infty} |I(\omega)|^2 \sin^2\left(\frac{\omega x_0}{2^{i+2}}\right) \text{sinc}^2\left(\frac{\omega x_0}{2^{i+2}}\right) d\omega。 \quad (5)$$

为定量分析  $B_i$  与系统离焦量、目标景物特性、系统参数之间的关系, 并使结果具有一定的普遍性, 可利用非理想光学系统的离焦调制传递函数  $G(\omega_x, \omega_y, \delta)$ <sup>[7]</sup> 和自然景物统计功率谱分布  $W(\omega_x, \omega_y)$ <sup>[8]</sup>:

$$G(\omega_x, \omega_y, \delta) = \exp\left[-\frac{\sigma_0^2}{2}(\omega_x^2 + \omega_y^2)\right] \left\{ \frac{2J_1\left[8\pi\delta \frac{\sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2}}{\Omega_0} \left(1 - \frac{\sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2}}{\Omega_0}\right)\right]}{8\pi\delta \frac{\sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2}}{\Omega_0} \left(1 - \frac{\sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2}}{\Omega_0}\right)} \right\}; \quad (6)$$

$$W(\omega_x, \omega_y) = \frac{2\pi\alpha\sigma^2}{(\alpha^2 + \omega_x^2 + \omega_y^2)^{3/2}}; \quad (7)$$

式(6)中,  $J_1(x)$  为一阶第一类贝塞尔函数。式(6、7)的推导见文献[11]。由传递函数定义得

$$|I(\omega_x)|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} W(\omega_x, \omega_y) G^2(\omega_x, \omega_y, \delta) d\omega_y。 \quad (8)$$

将式(6、7、8)代入式(5)得  $B_i$  与各参数之间定量关系式为

$$B_i = \pi\sigma^2 x_0 R^2 \int_{-\infty}^{\infty} \sin^2\left(\frac{\omega_x x_0}{2^{i+2}}\right) \text{sinc}^2\left(\frac{\omega_x x_0}{2^{i+2}}\right) \times \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\alpha}{(\alpha^2 + \omega_x^2 + \omega_y^2)^{3/2}} \right.$$

$$\times \exp[-\sigma_0^2(\omega_x^2 + \omega_y^2)] \times \left[ \frac{2J_1 \left[ 8\pi\delta \frac{\sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2}}{\Omega_c} \left( 1 - \frac{\sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2}}{\Omega_c} \right) \right]}{8\pi\delta \frac{\sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2}}{\Omega_c} \left( 1 - \frac{\sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2}}{\Omega_c} \right)} \right] d\omega_y \} d\omega_{x0} \quad (9)$$

式(9)极其繁杂。考虑到传递函数截止角频率  $\Omega_c$ ，则无穷积分可改为有限，再经适当整理变形，采用计算机数值积分，可得不同参数时  $B_i$  相对离焦量  $\Delta$  的变化曲线。典型的  $B_i \sim \Delta$  曲线如图 2 所示。由图 2 可见， $B_i$  具有在准焦  $\Delta=0$  时为极大值和随  $|\Delta|$  的增大而衰减的特性。

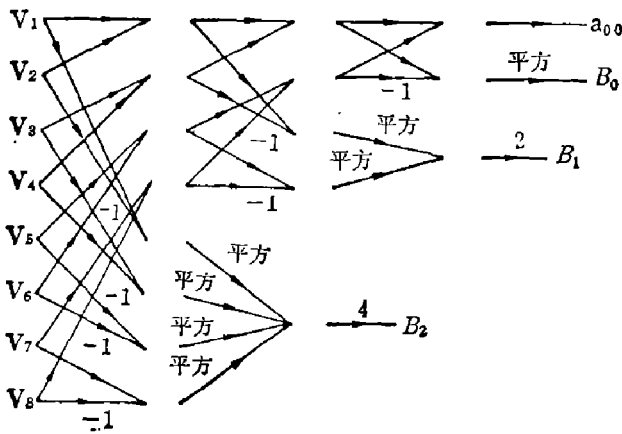


图 1  $B_i$  快速算法信号流图 ( $N=2$ )  
Fig. 1 Flow of information for  $B_i$  quick computation when  $N=2$ .

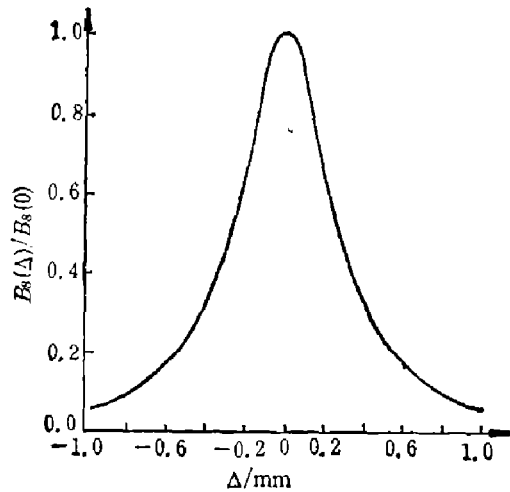


图 2 典型  $B_i - \Delta$  曲线  
Fig. 2 Typical  $B_i - \Delta$  curve.

### 三、实验装置

测量  $B_i$  实验装置如图 3 所示。

用 1024 元线列 CCD 作为图像传感器，像敏元间隔为  $16 \mu\text{m}$ ，总长  $x_0$  为  $16384 \mu\text{m}$ 。光学系统用的航摄镜头，分辨率为  $70 \text{lp/mm}$ ， $F/\text{数} = 2.8 \sim 8$ ， $f' = 120 \text{mm}$ 。用步进电机驱动像传感器，在平行于光学系统主光轴的方向上移动进行调焦；调焦范围为  $\pm 2 \text{mm}$ ，调焦精度为  $\pm 2 \mu\text{m}$ 。目标景物为  $30 \times 30 \text{cm}^2$  的航摄自然地物照片和一组条纹周期分别为  $4.5$  和  $8 \text{mm}$  的黑白栅状条纹图案，目标亮度为  $700 \sim 1400 \text{Lux}$ 。用 8Bit A/D 转换器作为接口电路，其精度为  $1/256$ 。

应用微机处理求各阶  $B_i$ ，快速计算程序仅占  $1/4\text{K}$ ，采用 1024 元 CCD 输出，计算  $B_0$  至  $B_6$  约需  $0.46 \text{s}$ ，单计算  $B_0$  则少于  $0.1 \text{s}$ 。实验处理软件还包括自动减少抽样点，自动降低抽样频率后  $B_i$  的计算，最高阶 Haar 系数绝对值和  $\sum_{j=1}^{2^i} |a_{ij}|$  的计算，及系统控制与结果输出等功能。

为与一般调焦方法进行比较，对同一光学系统与像传感器还用自准调焦法测量了调焦灵敏度。原实验装置中将目标景物改为模拟无穷远狭缝，而保持像传感器，光学系统等其余部分的参数基本不变。改动后的实验装置如图 4 所示。

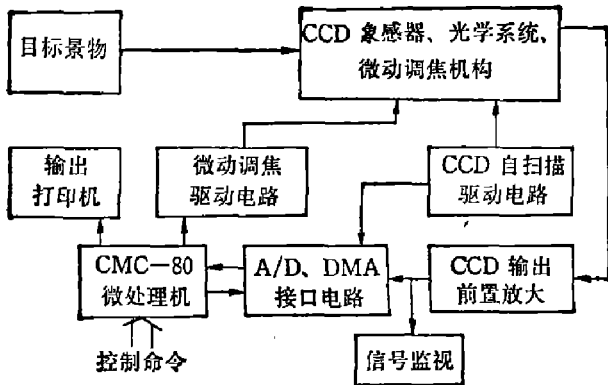


图3  $B_i$  测量实验框图

Fig. 3 Block diagram of experiment for  $B_i$

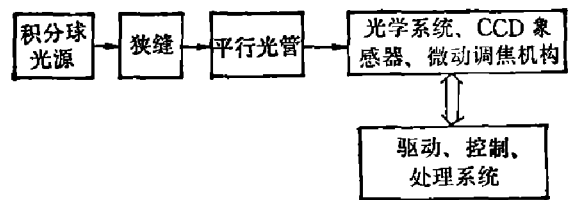


图4 自准调焦法实验装置框图

Fig. 4 Block diagram of self-correct focusing experimental setup

积分球直径为 300 mm, 积分球出口处放置狭缝, 狭缝宽分别为 0.33 mm 和 0.58 mm; 平行光管焦距为 4 m, 口径为 400 mm。

用模拟无穷远狭缝, 还同时测得所用光学系统的线扩散函数。测出  $1/\sigma_0 = 0.056 (1/\mu\text{m})$ 。

#### 四、自动调焦的研究

式(9)是用  $B_i$  分析判断离焦量的基本公式。自动调焦中的关键问题是准焦像面的唯一确定和调焦灵敏度。下面从理论和实验两方面研究目标景物特性、列率阶数  $i$ 、系统参数等因素对  $B_i$  的影响。

由于  $B_i$  的调焦灵敏度曲线全部用准焦时  $B_i (\Delta=0)$  值进行归一, 故式(9)的数值计算中乘性因子  $\sigma^2 R^2$  不影响结果。将离焦波像差  $\delta$ , 光学系统衍射限空间截止角频率  $\Omega_0$  用系统参数表达为

$$\delta = \frac{1}{8\lambda} \left( \frac{D_0}{l'} \right)^2 \Delta; \quad (10)$$

$$\Omega_0 = 2\pi \frac{D_0}{\lambda l'}. \quad (11)$$

入射光在像方介质中的实际波长用 CCD 敏感光波长  $0.7 \mu\text{m}$  代入, 由光学系统焦距  $f' = 120 \text{ mm}$  和实验物距  $1.9 \text{ m}$  确定理想像距  $l' = 128 \text{ mm}$ , 光学系统有效孔径  $D_0 = f'/F$  可由系统  $F$  数确定, 而  $\Delta$  为实际像面离焦量。

##### 1. 目标景物特性对 $B_i$ 的影响

由式(7)可见, 目标景物功率谱  $W(\Omega)$  的分布由参数  $\alpha$  决定。取谱分布参数  $\alpha$  分别为  $0.01$ 、 $0.02$  和  $0.1 \mu\text{m}^{-1}$  时,  $W(\Omega)$  的分布曲线见图 5(a); 此时, 由式(9)算出的相应  $B_i(\Delta)$  调焦灵敏度变化曲线见图 5(b)。实验中采用换不同条纹周期的栅状条纹图案来改变目标景物的谱分布, 取条纹周期为  $4.8 \text{ mm}$  时, 等效  $\alpha'$  分别为  $0.02$ 、 $0.01 \mu\text{m}^{-1}$  实验结果也见图 5(b)。

计算和实验中的其它主要参数保持一致, 为:  $\alpha_0 = 16384 (\mu\text{m})$ ;  $i = 8$ ;  $F = 2.8$ ;  $1/\sigma_0 = 0.056 (1/\mu\text{m})$ 。

其它多组计算和实验结果也表明, 当  $\alpha_0$ 、 $i$  等其它参数不同时, 都有目标景物功率谱高

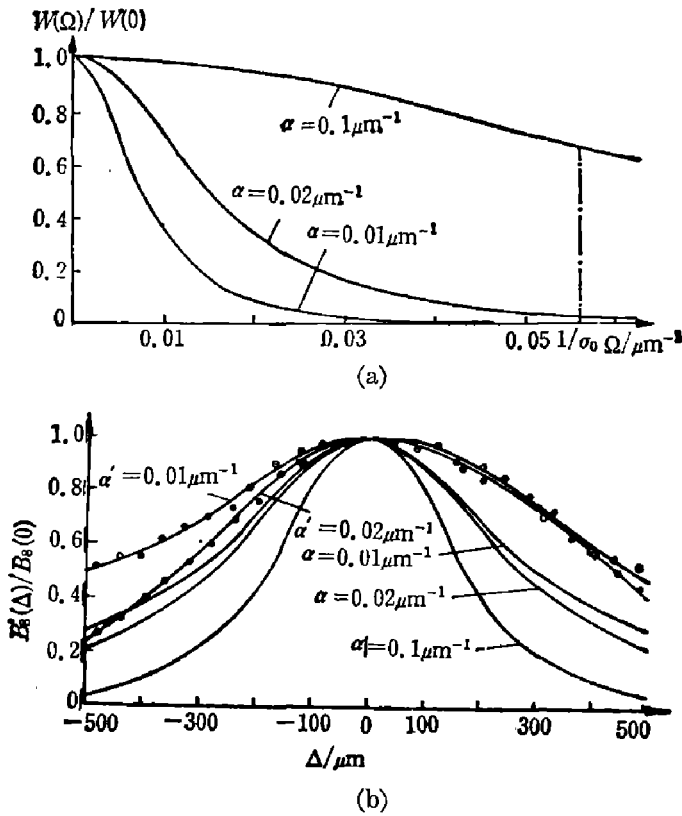


图5 景物谱分布对  $B_i$  的影响

Fig. 5 Effect on  $B_i$  of spectrum distribution of target scene.

频丰富,  $B_i$  调焦灵敏度较高的规律。

若以  $B_i(\Delta)$  下降至最大值的 93% 时的离焦量做为离焦判别标准精度  $\Delta_0$ , 仍以图 5 计算的相同条件为例, 则  $\alpha = 30 \mu\text{m}^{-1}$  时,  $\Delta_0 \approx 45 \mu\text{m}$ ; 而  $\alpha = 0.003 \mu\text{m}^{-1}$  时,  $\Delta_0 \approx 90 \mu\text{m}$ ; 说明谱分布参数变化达  $10^4$  时, 调焦精度改变仅一倍。在通常情况下,  $\alpha$  数值变化小于  $10^2$ , 则  $B_i(\Delta)$  的调焦灵敏度所受的影响不大于 20%。

## 2. 列率阶数 $i$ 对 $B_i$ 的影响

分析式(5)可知, 列率阶数  $i$  的变化主要影响该式中一维功率谱带通滤波因子

$$H(\omega_x) = \sin^2\left(\frac{\omega_x x_0}{2^{i+1}}\right) \text{sinc}^2\left(\frac{\omega_x x_0}{2^{i+1}}\right) \quad (12)$$

的带通中心。取  $i$  分别为 7、8、9 阶时的  $H(\omega_x)$  带通曲线见图 6(a); 相应算出的三条  $B_i(\Delta)$  理论曲线见图 6(b)。实验是采用快速 Haar 变换算法, 在微处理机上对同组数据处

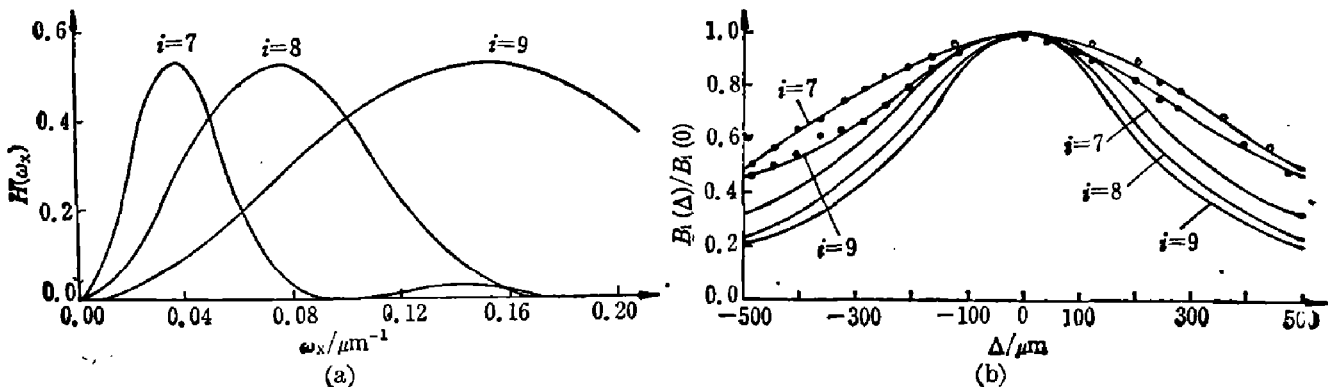


图6 列率阶数  $i$  对  $B_i$  的影响

Fig. 6 Effect on  $B_i$  of row-frequency order  $i$ .

理,一次算出不同阶的  $B_i(\Delta)$ , 实验结果也见图 6(b)。

其它主要参数为

$$\alpha_0 = 16384(\mu\text{m}); \alpha = 0.015(1/\mu\text{m}); F = 2.8; 1/\sigma_0 = 0.056(1/\mu\text{m})。$$

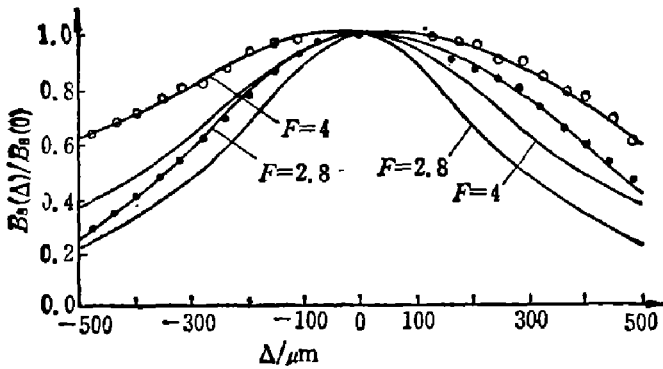


图 7 光学系统  $F$  数对  $B_i$  的影响

Fig. 7 Effect on  $B_i$  of optical system  $F$ /# number.

光学系统的特性由式(6)  $G(\omega_x, \omega_y, \delta)$  表征。式中像差的影响由参数  $\sigma_0$  确定; 而系统几何光学尺寸的影响从式(10)和式(11)可看出, 仅取决于有效孔径  $D_0$  与理想像距  $l'$  之比。一般情况下, 系统几何光学特性用焦距  $f'$ 、系统  $F$  数和物距  $l$  来说明, 从而可将  $D_0/l'$  用几何光学公式改写为

$$D_0/l' = \frac{1}{F} \left( 1 - \frac{f'}{l} \right)。 \quad (12)$$

下面仅讨论  $F$  数改变产生的影响, 根据讨论的结论再由式(12)推出  $f'$  或  $l'$  改变对  $B_i(\Delta)$  的影响。

(1) 系数  $F$  数较小时,  $B_i$  调焦灵敏度较高

$F$  数取 2.8、4 时的  $B_i(\Delta)$  理论计算和  $F'$  实验曲线见图 7。

其它主要参数为

$$\alpha_0 = 16384(\mu\text{m}); \dot{i} = 8; \alpha = 0.02(1/\mu\text{m}); 1/\sigma_0 = 0.056(1/\mu\text{m})。$$

利用式(12), 本结论还可表述为系统有效孔径  $D_0$  较大时, 或系统焦距  $f'$  较短时, 或理想像面距离  $l'$  较小时,  $B_i$  的调焦灵敏度较高。

(2) 系统像差较大时,  $B_i$  调焦灵敏度下降

像差由弥散光斑半径  $\sigma_0$  衡量, 当  $\sigma_0$  较大时像差较为严重。这一分析由于没有同一类型比较, 所以仅进行了  $B_i(\Delta)$  的理论计算。  $1/\sigma_0$  分别取 0.056 和 0.074  $\mu\text{m}^{-1}$  时;  $B_8(\Delta)$  的理论计算曲线见图 8。

其它主要参数为:

$$\alpha_0 = 16384\mu\text{m}; \dot{i} = 8; \alpha = 0.02(1/\mu\text{m}); F = 2.8。$$

$B_i$  相对调焦变化的灵敏度还受到目标景物亮度、 $A/D$  量化级数及信号抽样点数和方式等因素的影响, 这里就不一一讨论了。

所有  $B_i(\Delta)$  的理论计算都算出了  $\dot{i}$  为 6、7、8 和 9 阶时的四条曲线, 结果表明, 在其它环境, 系统参数改变时, 高阶  $B_i$  的调焦灵敏度总是优于低阶。实验采用 1024 元, OCD 最高值  $\dot{i} = 9$ 。当  $\dot{i}$  较大时, 实验结果完全证实了理论分析。当  $\dot{i}$  低于 4 时, 实验结果与理论不符, 主要原因是推出式(5)时, 曾提出了  $2^{i+1}$  较大的假设条件。

### 3. 光学系统特性参数的影响

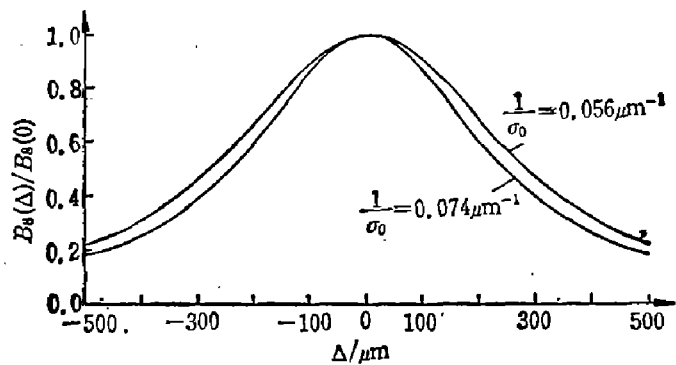


图 8 光学系统像差对  $B_i$  的影响

Fig. 8 Effect on  $B_i$  of optical system aberration.

为了方法之间的比较,对同一系统还用自准法测量了调焦灵敏度。自准调焦法实验原理是狭缝像峰值随系统离焦明显衰减。图9给出了自准法调焦灵敏度曲线  $C(\Delta)$  和用航摄照片模拟自然地物目标测出的  $B_8(\Delta)$  曲线。可以看出,  $B_8(\Delta)$  对系统离焦变化的灵敏度明显高于自准调焦法的  $C(\Delta)$ 。

最后讨论用  $B_i$  判断像清晰度能达到的调焦精度与测量数据的随机误差  $\alpha$ 。若由于随机噪声使  $B_i(\Delta)$  数据测量中存在相对误差为  $\rho$ , 则只有在最佳像面附近  $B_i(\Delta)$  变化满足  $|B_i(\Delta) - B_i(0)|/B_i(0) \geq \rho$  时, 方能判定系统

存在离焦。取等号时的  $\Delta_0$  便是理论上的调焦精度极限。当调焦灵敏度较高时  $\Delta_0$  较小。

本文实验的数据误差来源主要有 CCD 输出的不均匀性、前置放大噪声、A/D 量化噪声和  $B_i(\Delta)$  计算方法可能存在的误差。通过 CCD 不均匀校正, 改善前置放大器, 增加量化级数等措施, 原始数据上的随机误差可望得以改善。若原始数据  $V_m$  的相对误差为  $\rho_1$ , 则根据误差传递规律, 由式(2)、(4)可推出  $B_i$  的相对误差为  $\rho = 2\rho_1$ , 即  $B_i$  的计算对相对误差的传递无抑制或发散, 仅扩大了一倍。对于  $B_i$  计算方法产生的误差, 主要是在假设条件  $2^{i+1}$  较大时略去不完全符合式(5)调焦变化规律部分引起。理论分析和实验都已表明, 随着  $i$  的增大, 这一部分的相对作用迅速衰减。一般  $i$  大于 5 后, 对  $B_i$  的调焦灵敏度曲线的趋势已没有影响。若对  $B_i$  测量结果再进行数字滤波处理, 将能进一步提高结果的稳定性, 抑制随机噪声, 改善调焦精度。

## 五、结 论

本文提出采用  $B_i(\Delta)$  作为判断图象清晰度的指标, 进而完成自动调焦离焦的判断。推导出的理论分析公式, 不仅能表明外部景物和自身系统各参量可能产生的影响变化趋势, 而且通过数值计算可得到定量的结果, 用以分析可能达到的理论极限。用该公式算出的结果与实验相符较好。验证了理论分析公式的正确性, 也表明该公式具有一定的实用价值。

与自准调焦法相比, Haar 变换在适用范围、调焦灵敏度上都有所改善。综合模拟实验结果表明, 包括原始信号测量误差,  $B_i(\Delta)$  计算结果相对误差阈值高达 3% 时, 调焦精度可达  $40 \mu\text{m}$ 。而该系统条件由衍射限给出的焦深范围为  $22 \mu\text{m}$ , 调焦精度已达到焦深同一量级。因此能确认, 采用该方法已达到了完成自动调焦离焦判断的实用要求。

致谢——本文得到中国科学院上海技术物理研究所丁世昌、叶人超和史美跃三位导师的精心指导, 实验过程中得到该所五室有关课题组的大力支持和帮助, 谨在此表示衷心的感谢。

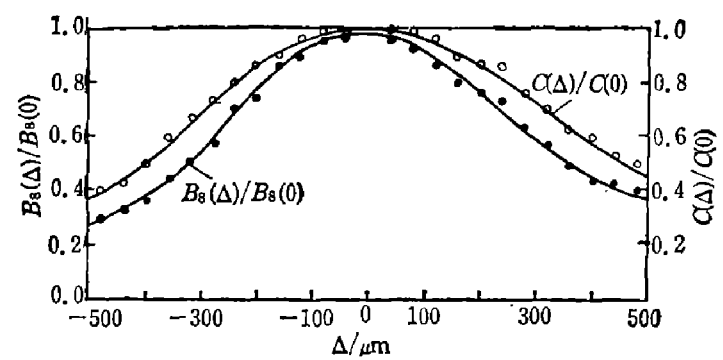


图9 自准法与  $B_i$  的灵敏度比较  
Fig. 9 Comparison of sensitivity of  $B_i$  with self-correct focusing.

## 参 考 文 献

- [ 1 ] Noda T., **AD-A037143**, (1976).
- [ 2 ] Noda T., **AD-A037142**, (1977).
- [ 3 ] 柳重堪, 正交函数及其应用, 国防工业出版社, (1982).
- [ 4 ] 胡征等, 沃尔什函数及其在通信中的应用, 人民邮电出版社, (1980).
- [ 5 ] Sivak G. , **AD-A082296**, (1980).
- [ 6 ] Goodman J. W., *Introduction to Fourier Optics*, **MCGraw-Hill**, (1968).
- [ 7 ] 麦伟麟, 光学传递函数及其数理基础, 国防工业出版社, (1979).
- [ 8 ] **N79-1111**.
- [ 9 ] Spencer R. C., *Appl. Opt.*, **17**(1968), 8: 1644.
- [ 10 ] Kurihara M., *U. S. Patent* 3713371, (1973).
- [ 11 ] 陈亚骏, **HAAR** 变换用于图像清晰度判断的理论推导与分析, 待发表。

## STUDY OF AUTOMATIC FOCUSING WITH HAAR TRANSFORM

CHEN YAJUN

(*Department of Electronic Engineering, Shanghai Jiao Tong University,*)

### ABSTRACT

An idea of using Haar transform row-frequency spectrum as the index to decide the image sharpness is put forward. The theoretical analytic formula of this index is derived. The relations between the index, the system displacement from focus, target scene characteristic and other system parameters are discussed and verified with experiments. Compared with common self-correct focusing, this method is improved in respects of applicable range and focusing sensitivity, etc.