

# 圆锥扫描在多光谱扫描仪中的适用性

韩 心 志

(哈尔滨工业大学一系)

**摘要**——本文对物方“圆锥”扫描进行了理论分析和计算,并讨论了这种扫描方案在多光谱扫描仪中的适用性。

## 一、引 言

由于  $8.5\sim 12.5\mu\text{m}$  波段焦平面列阵还未达到实用水平,因此,对于资源探测,在  $12.5\mu\text{m}$  波长,目前以至在今后的一段时期内,还只能借助于光机扫描系统用分立探测器阵列对地面实施复盖。在这种情况下,给出目前各种光机扫描系统的分类和评价,无论是对这些系统在资源探测中的进一步应用,或者是对其未来的发展,都明显地具有现实意义。

本文就物方“圆锥”扫描方案及其适用性进行讨论。

## 二、物方“圆锥”扫描系统

物方“圆锥”扫描的光学机械系统如图1所示。图中  $SF$  为扫描反射镜,在物方平行光路中工作。扫描反射镜绕其旋转轴  $OO$  旋转,对地面进行复盖扫描。 $\vec{n}$  为扫描反射镜镜面法线单位向量。反射镜的旋转轴  $OO$  与其法线向量  $\vec{n}$  之间存在一固定的夹角  $\alpha$ 。

设图示位置为扫描起始位置。这时,镜面法线向量  $\vec{n}$  和望远镜系统  $WY$  光轴间的夹角为  $\varphi_0$ 。当扫描反射镜  $SF$  绕其旋转轴  $OO$  连续而均匀地转动时,镜面法线向量  $\vec{n}$  在空间形成一顶点为  $D$ , 顶角为  $2\alpha$  的圆锥面;同时,观测线  $G$  从地面掠过,探测器的瞬时视场在穿轨迹方向对地面实施复盖。而在航迹方向,

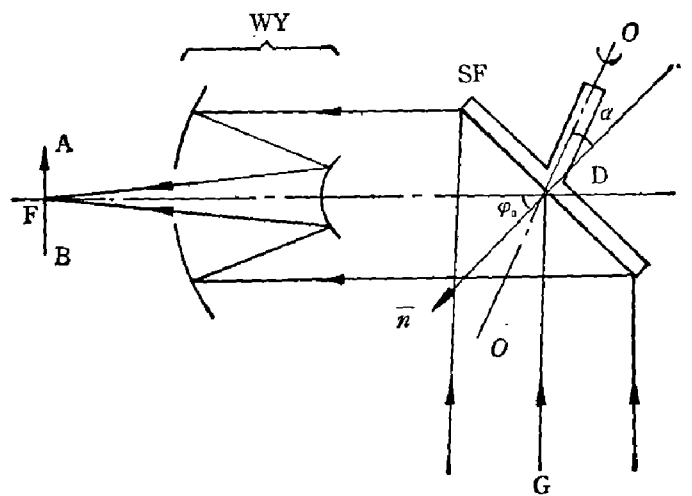


图1 物方“圆锥”扫描光学原理图

Fig. 1 Schematic illustration on the optical system for "conical scanning" in object space.

本文1986年4月22日收到。

仍依靠卫星的前进运动进行复盖扫描。

为简单计, 在讨论中暂不考虑卫星前进运动的影响。因为这种简化对讨论的结果不产生实质性的变化。

### 三、圆锥扫描系统运动的分析

#### 1. 观测线运动角速度方程式

定义望远镜系统  $WY$  的光轴经扫描反射镜  $SF$  反射后的光线为观测线(参看图 1, 与光线  $G$  反向)。求此观测线在扫描反射镜作扫描运动时所形成的空间轨迹及其在地面上的投影迹线。实际上, 这条地面迹线相应位于望远镜系统  $WY$  焦面上视场中心的探测器中心在地面上的复盖轨迹。

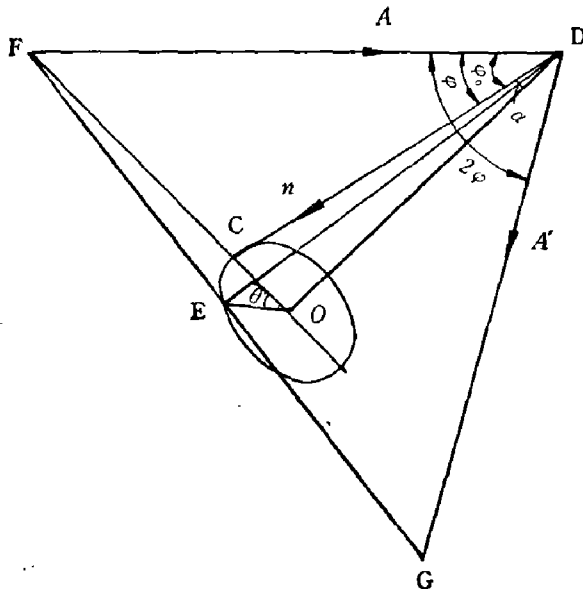


图 2 推导观测线运动方程的几何图形  
Fig. 2 Geometry for determination of kinematic equation of view line.

如图 2, 令入射光线单位向量  $\bar{A}$  的方向和望远镜系统  $WY$  的光轴重合, 则它经扫描镜  $SF$  的反射光线单位向量  $\bar{A}'$  的方向, 即观测线  $G$  的方向。

当反射镜  $SF$  的法线向量  $\bar{n}$  转动到某一位置, 例如  $AE$  时, 入射平面为由向量  $\bar{A}$  和  $AE$  构成的平面, 入射角从其初始值  $\varphi_0$  变成  $\varphi$ 。反射光线向量  $\bar{A}'$  亦应位于此  $(\bar{A}, \overline{DE})$  平面内, 并和  $\bar{A}$  构成  $2\varphi$  的夹角。由此, 反射光线的运动可以由角  $\varphi$  的变化来表达。

用角  $\theta$  来确定法线向量  $\bar{n}$  的位置。 $\theta$  角位于法线所形成的圆锥面的垂轴圆截面内。延长  $OO$ , 使其延长线和入射向量  $\bar{A}$  相交于  $F$  点, 连接  $FE$ 。由图并依余弦定理可得:

$$\cos \varphi = \frac{DE^2 + DF^2 - FE^2}{2DE \cdot DF} \quad (1)$$

由图上几何关系, 式(1)用  $\alpha$ 、 $\varphi_0$  及  $\theta$  可表示为:

$$\cos \varphi = \cos \alpha \cos(\alpha + \varphi_0) + \sin \alpha \sin(\alpha + \varphi_0) \cos \theta; \quad (2)$$

或

$$\varphi = \arccos [\cos \alpha \cos(\alpha + \varphi_0) + \sin \alpha \sin(\alpha + \varphi_0) \cos \theta]。 \quad (3)$$

在法线向量  $\bar{n}$  的几个特殊位置情况下有:

$$\varphi = \begin{cases} \varphi_0, & \theta = 0^\circ; \\ \arccos [\cos \alpha \cos(\alpha + \varphi_0)], & \theta = 90^\circ, 270^\circ; \\ \varphi_0 + 2\alpha, & \theta = 180^\circ. \end{cases} \quad (4)$$

在式(3)或式(4)中, 角  $\alpha$  和  $\varphi_0$  均为结构常量, 令:

$$\begin{cases} A = \cos \alpha \cos(\alpha + \varphi_0); \\ B = \sin \alpha \sin(\alpha + \varphi_0). \end{cases} \quad (5)$$

则

$$\cos \varphi = A + B \cos \theta。 \quad (6)$$

对式(6)微分,则法线的运动方程式为:

$$\frac{d\varphi}{dt} = B \frac{\sin \theta}{\sin \varphi} \frac{d\theta}{dt};$$

式中,  $d\varphi/dt = \omega_{\bar{n}}$  是法线  $\bar{n}$  的扫描角速度;  $d\theta/dt = \omega_{SF}$ , 是扫描反射镜的转动角速度。则,

$$\omega_{\bar{n}} = B \frac{\sin \theta}{\sin \varphi} \omega_{SF} = \frac{B \cdot \sin \theta}{\sqrt{1 - (A + B \cos \theta)^2}} \omega_{SF} \quad (7)$$

设  $\psi = 2\varphi$ , 是观测线  $G$  和光轴光线向量  $\bar{A}$  之间的夹角(见图 2), 则观测线的运动角速度为

$$\omega_G = 2\omega_{\bar{n}} \quad (8)$$

## 2. 观测线的地面扫描轨迹

图 3 是观测线地面扫描轨迹, 取坐标系  $O-XYZ$ 。令坐标系的原点  $O$  在地平面内。另取一坐标系, 标定在  $X=Y=0$  和  $Z=H$  的  $D$  点。此处,  $H$  是卫星轨迹高度。利用入射光线单位矢量  $\bar{A}$  沿光轴方向, 及扫描镜面法线单位矢量  $\bar{n}$ , 并用确定反射光线方向的向量方程式来确定经扫描镜反射后的出射光线单位矢量  $\bar{A}'$ ;

$$\bar{A}' = \bar{A} - 2\bar{n}(\bar{A}\bar{n}) \quad (9)$$

求在出射光线单位向量  $\bar{A}'$  在各坐标轴上的投影, 其通过点  $D(0, 0, H)$  的直线方程式为

$$\frac{X-X'}{L} = \frac{Y-Y'}{N} = \frac{Z-Z'}{N} \quad (10)$$

将  $X'=0$ 、 $Y'=0$ 、 $Z'=H$  和  $L = 1 - 2\cos^2 \beta \cos^2 \gamma$ ,  $M = \sin 2\beta \cos \gamma$ ,  $N = -\sin 2\gamma \cos^2 \beta$  代入上式, 则得该直线方程式为

$$\frac{X}{1 - 2\cos^2 \beta \cos^2 \gamma} = \frac{Y}{\sin 2\beta \cos \gamma} = \frac{Z-H}{-\sin 2\gamma \cos^2 \beta} \quad (11)$$

令  $Z=0$ , 得观测线与地面交点之坐标为

$$X = \frac{1 - 2\cos^2 \beta \cos^2 \gamma}{\sin 2\gamma \cos^2 \beta} H; Y = \frac{\tan \beta}{\sin \gamma} H \quad (12)$$

由图 3 可得:

$$\begin{cases} \sin \beta = \sin \alpha \sin \theta; \\ \gamma = \varphi_0 + \alpha - \alpha'; \\ \tan \alpha' = \tan \alpha \cos \theta. \end{cases} \quad (13)$$

当  $\theta=0^\circ$  时, 则由式(13)可得:

$$\gamma = \varphi_0; \quad \beta = 0.$$

将此结果代入式(12), 则:

$$X = -\operatorname{ctg} 2\varphi_0 \cdot H; Y = 0.$$

显然, 此结果可由图 1 或图 2 简单而直接地求得。

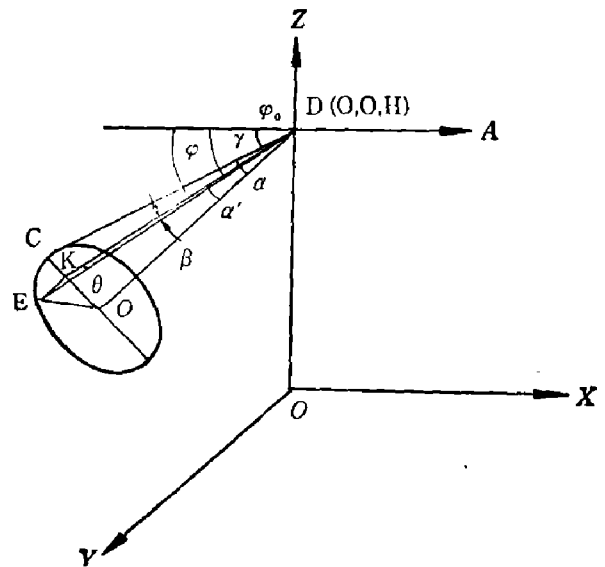


图 3 确定观测线扫描图形的几何图形  
Fig. 3 Geometry for determination of scan pattern of view line.

应该指出, 式(12)的基础是已假定了地球表面是一理想平面( $Z=0$ ), 相应于扫描镜安装角  $\alpha$  不大的情况。否则, 必须考虑地球曲率的影响。

### 3. 标线在地面投影的倾斜

图 4 是标线在地面投影的倾斜度。取坐标平面  $OXY$  与地平面重合, 坐标  $X$  的方向是卫星的航迹方向, 坐标  $Y$  是穿轨迹方向, 坐标  $Z$  垂直向上。

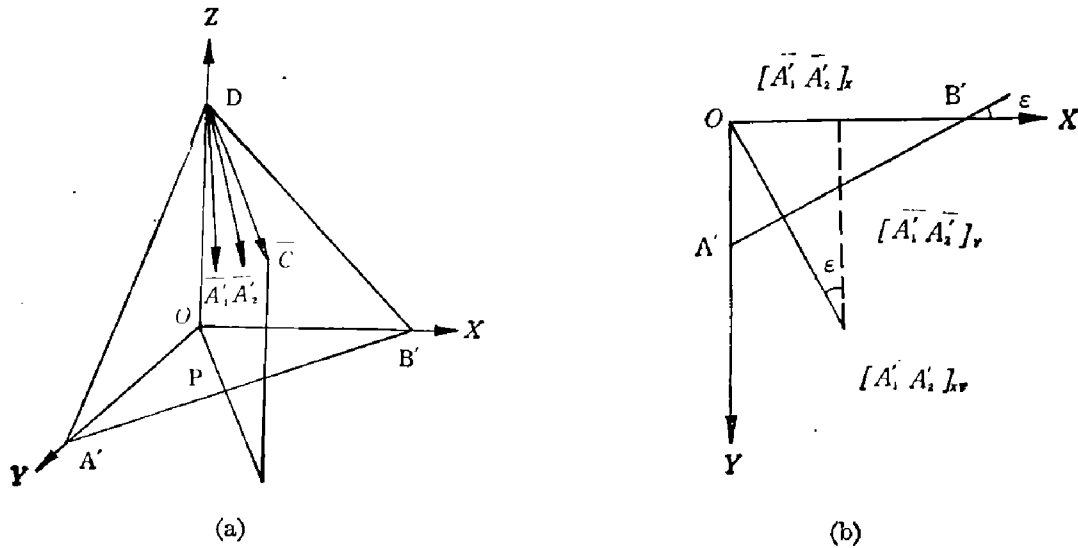


图 4 标线在地面投影的倾斜度

Fig. 4 Inclination of the projection of the labeled line on the ground.

按图 1, 标线  $AB$  在地面上的投影应与坐标轴  $X$  重合。如果此标线的地面投影  $A'B'$  与  $X$  轴构成某一夹角  $\epsilon$ , 则称之为产生标线投影倾斜。

采用以下方法来确定  $\epsilon$  角。取两条光线单位矢量  $\bar{A}_1$  和  $\bar{A}_2$ , 此两条光线可以从焦面标线  $AB$  上的任意两点发出。应用式(9), 求得此两条光线通过扫描反射镜  $SF$  后的反射光线单位矢量  $\bar{A}'_1$  和  $\bar{A}'_2$  (见图 4a)。使向量  $\bar{A}'_1$  和向量  $\bar{A}'_2$  相乘, 并令其向量积  $[\bar{A}'_1\bar{A}'_2] = \bar{C}$ 。按向量积的定义, 向量  $\bar{C}$  与向量  $\bar{A}'_1$  和  $\bar{A}'_2$  的平面  $P$  垂直, 向量  $\bar{C}$  在  $OXY$  平面上的投影应与直线  $A'B'$  相垂直。 $A'B'$  直线是平面  $P$  和  $OXY$  坐标平面所组成的两面角的棱线。在求得向量积  $\bar{C}$  在坐标轴  $OX$  和  $OY$  轴上的投影后, 即可确定标线  $AB$  在  $OXY$  面上投影的位置 (见图 4b):

$$\operatorname{tg} \epsilon = \frac{[\bar{A}'_1\bar{A}'_2]_x}{[\bar{A}'_1\bar{A}'_2]_y} \quad (14)$$

指定图 3 中的单位光线向量  $\bar{A}$  作为上述向量积中两条单位光线向量之一, 即  $\bar{A}_1$ 。此单位光线向量可认为是从标线  $AB$  的中点发出的。单位光线向量之二, 即  $\bar{A}_2$ , 取沿标线  $AB$  的方向, 可以认为是从标线  $AB$  上任何一点发出的, 并位于望远镜系统  $WY$  的子午面内。若取

$$A_{2x} = 0; A_{2y} = 0; A_{2z} = 1。$$

则按式(9)可得:

$$\bar{A}'_2 = -\sin 2\gamma \cos^2 \beta \bar{i} + \sin 2\beta \sin \gamma \bar{j} + (1 - 2\cos^2 \beta \sin^2 \gamma) \bar{k};$$

这样,

$$[\bar{A}'_1\bar{A}'_2]_x = \sin 2\beta \cos \gamma。$$

$$[\bar{A}'_1\bar{A}'_2]_y = \cos 2\beta。$$

将以上  $[\bar{A}'_1\bar{A}'_2]_x$  和  $[\bar{A}'_1\bar{A}'_2]_y$  的值代入式(14)则可得:

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{[\bar{A}'_1 \bar{A}'_2]_X}{[\bar{A}'_1 \bar{A}'_2]_Y} = \frac{\sin 2\beta \cos \gamma}{\cos 2\beta} = \operatorname{tg} 2\beta \cos \gamma. \quad (15)$$

可以证明, 当  $A_{2X}=0$ ;  $A_{2Y}=0$  和  $A_{2Z}=-1$  时, 上式仍然成立。

#### 四、系统实例分析

假设这一扫描方案的仪器安装在某一对地观测卫星上, 其轨道高度为 705 km, 天底点速度为 6.82 km/s, 天底点速高比为 9.68 mrad/s, 刈幅宽度为 185 km。假定焦平面列阵排列如图 5 所示。对实例分析如下:

##### 1. 探测器地面投影旋转的分析

以标线  $AB$  代表垂直到探测器的方向。如式(15)速示, 当扫描反射镜扫描时, 这一列探测器要发生投影旋转。同时参看式(13), 还可以确定, 其旋转的角度并非常数, 而是扫描反射镜位置, 即  $\theta$  角的函数。

为了确定标线投影倾斜度, 必须首先确定扫描反射镜的安装角度  $\alpha$ 。

依图 2 或图 3, 扫描最大幅宽度应发生在  $\theta=90^\circ$  或  $270^\circ$  附近。在式(13)中, 令  $\theta=90^\circ$ , 则

$$\alpha' = 0; \quad \gamma = \varphi_0 + \alpha; \quad \alpha = \beta_0.$$

从图 1 可见, 取  $\varphi_0 + \alpha = 45^\circ$  是合理的, 这样可获得基本上对称于星下点的地面扫描轨迹。这时, 扫描反射镜  $SF$  的旋转轴  $OO$  和望远镜系统  $WY$  光轴间的夹角为  $45^\circ$ 。

将上述数值和  $Y=185 \text{ km}/2$  代入式(12), 得

$$\alpha = 5.313^\circ;$$

取  $\alpha=5^\circ$ 。按式(15), 对扫描反射镜的各种值所计算的标线投影倾斜度列于表 1 中。

表 1 标线投影的倾斜度

Table 1 Inclination of the projection of the labeled line.

$\theta(^{\circ})$	0	45	90	135	180
$\varepsilon(^{\circ})$	0	5.37	7.069	4.745	0

从表 1 看出, 在扫描反射镜处于  $0 \sim 90^\circ$  时, 标线投影的旋转角度逐渐增大, 到  $\theta=90^\circ$  时达到最大值。当  $\theta$  超过  $90^\circ$  时, 标线投影又反向旋转; 到  $\theta=180^\circ$  时,  $\varepsilon$  减小到零, 标线投影重新和航迹重合。

值得注意的是, 式(15)和计算表明, 这种标线投影的旋转并非线性的。

##### 2. 探测器地面投影变形的分析

如图 5, 如果入射光线单位向量  $\bar{A}$  从焦面上某一视场  $\omega$  发出, 则按向量公式(9)同样求出其出射光线单位向量:

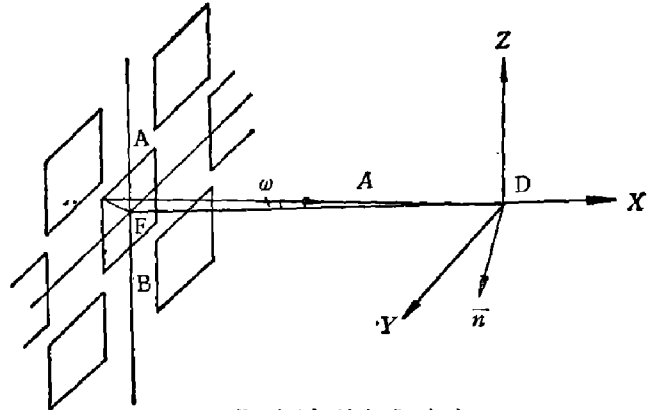


图 5 图象几何保真度

Fig. 5 Illustration of the geometry fidelity of image.

$$\begin{aligned} \bar{A}' = & \left( \cos \omega + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \omega \sin 2\beta \cos \gamma - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \omega \cos^2 \beta \sin 2\gamma \right. \\ & \left. - 2 \cos \omega \cos^2 \beta \cos^2 \gamma \right) \bar{i} + \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \omega - \sqrt{2} \sin \omega \sin^2 \beta + \right. \\ & \left. + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \omega \sin 2\beta \sin \gamma + \cos \omega \sin 2\beta \cos \gamma \right) \bar{j} + \\ & + \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \omega + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \omega \sin 2\beta \sin \gamma - \sqrt{2} \sin \omega \cos^2 \beta \sin^2 \gamma - \right. \\ & \left. - \cos \omega \cos^2 \beta \sin 2\gamma \right) \bar{k} \end{aligned} \quad (16)$$

这里,探测器单元是正方形的。当 $\omega=0$ ,亦即入射光线向量沿系统光轴时,此式即化成式(10)。于是,扫描线与地面交点之座标方程式变为

$$\begin{aligned} X = & - \frac{\cos \omega + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \omega \sin 2\beta \cos \gamma - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \omega \cos^2 \beta \sin 2\gamma - 2 \cos \omega \cos^2 \beta \cos^2 \gamma}{\frac{\sqrt{2}}{2} \sin \omega + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \omega \sin 2\beta \sin \gamma - \sqrt{2} \sin \omega \cos^2 \beta \cos^2 \gamma - \cos \omega \cos^2 \beta \sin 2\gamma} H; \\ Y = & - \frac{\frac{\sqrt{2}}{2} \sin \omega - \sqrt{2} \sin \omega \sin^2 \beta + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \omega \sin 2\beta \sin \gamma + \cos \omega \sin 2\beta \cos \gamma}{\frac{\sqrt{2}}{2} \sin \omega + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \omega \sin 2\beta \sin \gamma - \sqrt{2} \sin \omega \cos^2 \beta \sin^2 \gamma - \cos \omega \cos^2 \beta \sin 2\gamma} H. \end{aligned} \quad (17)$$

式(17)说明,某确定视场探测器上的某点,它在地面上的投影座标值( $X, Y$ )不仅只是视场角 $\omega$ 的函数,还与扫描反射镜的角位置 $\theta$ 有关。不用繁杂的计算就可从式(17)看出,座标 $X$ 和 $Y$ 的值和视角不成线性关系。这意味着随着 $\omega$ 角的变化,方形探测器的地面投影将产生变形,而且这种变形还随扫描镜的转动而发生变化。

探测器或探测器列阵在地面上的复盖投影,当扫描反射镜旋转时发生旋转和变形,使图象的几何保真度和各光谱段间的几何配准(包括各光谱段内的几何配准)难于实现。

### 3. 关于辐射测量精度的分析

辐射测量精度问题,涉及反射通道和发射通道。为简略计,这里只讨论热通道的辐射测量精度。

设扫描仪以方形瞬时视场扫描大面积景物,并采用低通滤波器电路,探测器为白噪声,则扫描仪的噪声等效温差与探测器驻留时间平方根成反比

$$NETD \propto \sqrt{\frac{\pi}{\tau_d}} \quad (18)$$

探测器的驻留时间 $\tau_d$ 定义为一个探测器在扫描方向扫过一个瞬时视场所需要的时间,即

$$\tau_d = \frac{\omega}{\omega_G} \eta_s \quad (19)$$

式中, $\omega$ 为角瞬时视场; $\omega_G$ 为观测线的运动角速度; $\eta_s$ 为扫描效率。

由式(7)和式(8)得:

$$\omega_G = \frac{2B \sin \theta}{\sqrt{1 - (A + B \cos \theta)^2}} \omega_{SF} \quad (20)$$

综合式(18)、(19)、(20)三式指出:仪器的温度与分辨率 $NETD$ ,最终和观测线的运动

角速度  $\omega_G$  有关。而式(20)表明,当扫描反射镜匀速转动时,即  $\omega_{SF}$  为常数时,扫描角速度的变化是非线性的。进一步分析式(17),还会发现这种变化与视场角  $\omega$  有关。这一事实导出的结论是:仪器的温度分辨率不是定值,而与视场和扫描反射镜的位置有关。这样,光谱段间和光谱段内的配准问题在理论上就成为不可能的了。

#### 4. 扫描速率的简要分析

为了定量地说明上述问题,表2按式(18)计算了观测线角速度的相对变化值。从表2可看出,相对角速度  $\omega_G/2B\omega_{SF}$  的变化是较大的;当  $\theta=0$  或  $180^\circ$  时,反射镜改变扫描方向,在这一瞬间的扫描角速度为零。

表2 扫描角速度的相对变化值

Table 2 The relative variation of the scanning angular velocity.

$\theta(^{\circ})$	0	45	90	135	180
$\omega_G/2B\omega_{SF}$	0	1.065	1.408	1.065	0

设  $\nu$  为扫描频率,  $n$  为并联的探测器元数(在一个光谱段内),则使星下区有重叠而不漏扫的条件是

$$v \leq \nu n \omega H; \quad (21)$$

式中,  $v$  为卫星速度;  $\omega H$  为地面瞬时视场,取为 120 m。令  $n=2$ ,则可获得扫描频率

$$\nu \geq 6.82 \times 10^3 / 2 \times 120 = 28.417/\text{s};$$

即扫描反射镜的转速应为 1705 rpm。而其扫描效率,即有用扫描时间和总扫描时间之比,最高也只能是 50%。

参看图1,扫描反射镜  $SF$  的质量分布不是轴对称的,应用于物方扫描又具有较大的尺寸。这种情况导致扫描反射镜动平衡的很大困难,从而对卫星产生极为不利的动力学影响。

### 五、圆锥扫描方案的适用性

图6所示的圆锥扫描,包括美国天空实验室多光谱扫描仪(S-192)在内,无论是物方扫

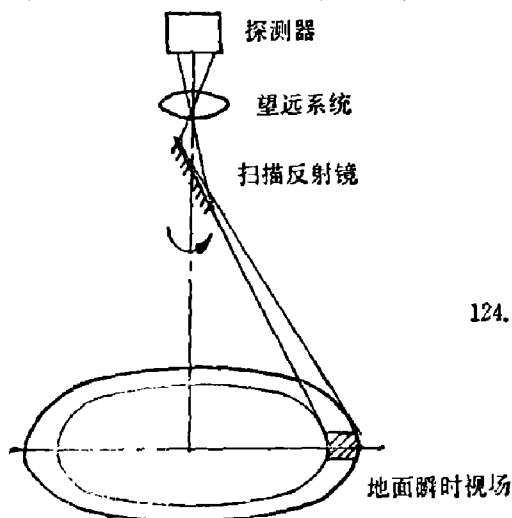


图6 “圆锥”扫描系统结构方案之一  
Fig. 6 One of the configuration of the “conical scanning” system.

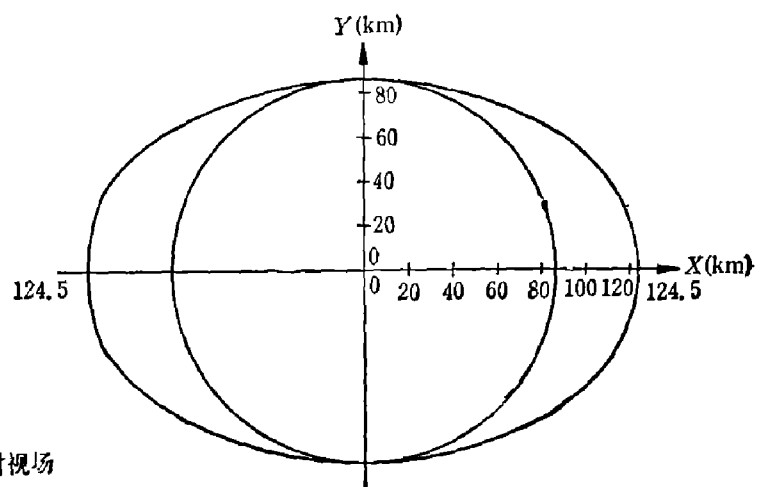


图7 圆锥扫描仪的扫描图形  
Fig. 7 Scan pattern of “conical” scanner.

描或象方扫描,本质上都是把所有视场元都引到轴上,并在轴上校正。当S-192使用象方扫描方案时,能使用相当小的扫描镜和大的入射光瞳直径(达43cm)在大辐射角(直径11度)和极高速度(6000rpm)的条件下扫描。同时,视场中各单元目标也有完全相同的几何和物理成象条件。

本文论证的“圆锥”扫描方案,扫描反射镜的法线在空间形成一圆锥曲面,观测线的空间轨迹则不是一圆锥曲面,因此,它的地面迹线也不是一个圆。这一结论可以从式(12)看出,我们不可能从 $X$ 、 $Y$ 座标方程式中消去中间参数而获得圆曲线的方程。表3是按式(12)计算的地面轨迹数据。

图7是观测线的地面迹线。从表3和图6可以看出,此曲线和圆相差甚远,而且对于天底点也不完全对称。因而,视场中各单元成象的几何条件和物理条件有较大的不同,会造成严重失配。

表3 “圆锥”扫描的地面轨迹座标值

Table 3 Coordinate of the trace on the ground for “conical scanning”.

$\theta(^{\circ})$	0	45	90	135	180
$X$ (km)	-124.5	-85.3	5.7	91	124.5
$Y$ (km)	0	66	86.8	58.3	0

以上讨论说明,对于多元多光谱扫描仪说来,圆锥扫描方式的实用前途不大。

### 参 考 文 献

- [1] 张幼文,红外光学工程,上海科学技术出版社,1983,434~440.  
 [2] B. A. 莫斯金,轰炸瞄准具与空中射击瞄准具光学原理,军事学院出版社[苏],1946,连铜淑译,北京工业学院出版,1958,148~157.

## PRACTICABILITY OF THE CONICAL SCANNING IN MULTISPECTRAL SCANNER

HAN XINZHI

(The First Department, Harbin Institute of Technology)

### ABSTRACT

Theoretical analysis and calculation are given in this paper for “conical scanning” in object space. Its practicability in multispectral scanner is discussed.