

# 短毫米波混频器的非线性分析方法

姜庆华 王士杰 周宝庆

(中国科学院上海技术物理研究所)

**摘要**——本文描述在频域求解混频器中二极管的大信号非线性响应的方法。该方法适用于任意的嵌入网络, 占用机时少于 Kerr 计算方法。

## 一、引 言

目前在短毫米波段, GaAs 肖特基势垒二极管(S. B. D.)混频器大多采用单管结构, 设计多管结构混频器一般也以单端混频器的分析结果作为基础。分析混频器首先是求解本振激励下二极管结上的电压、电流、电导和电容波形, 进行大信号非线性分析; 然后再从大信号波形确定小信号特性。通常小信号线性分析计算量较小, 没有大的问题<sup>[1]</sup>; 混频器理论分析的主要困难在于求解大信号波形。

早期对 S. B. D. 混频器非线性特性的分析是根据 Y 型(或 Z 型)三频端模型。这种分析方法过于粗糙, 会导致很大的误差。由于非线性问题的复杂性, 试图用解析法求解大信号波形, 这是不现实的。随着计算机技术的发展, 不少学者对混频器采用了数值分析方法。比较精确的分析工作应包括实际的嵌入电路以及二极管的非线性电阻和非线性电容特性, 这导致了分析方法的复杂化, 亦产生了计算方法的收敛性和计算工作量的增加。

Egami<sup>[2]</sup> 在频域使用谐波平衡方法对混频器进行了非线性数值分析, 但它的方法只考虑结电容为常量, 没有解决结电容的非线性问题, 并且如果计及本振高次谐波时, 收敛性不能得到保证, 初始近似解对收敛速度有很大的影响。Kerr<sup>[3]</sup> 在二极管和嵌入网络之间插入一段假想的传输线, 提出了多重反射算法, 可适用于结电容为非线性和任意嵌入阻抗的情况, 得到精确的分析结果。可是多重反射法收敛慢, 计算量大, 占用机时太长。为了适应工程分析和优化设计的要求, 我们提出一种新的在频域计算混频器非线性状态的数值分析方法。

## 二、非线性分析方法

混频器等效电路如图 1 所示。非线性电导和非线性电容上的电压电流关系为

$$i_{D1} = i_{sat} [\exp(\alpha v_d) - 1]; \quad (1)$$

$$\dot{i}_{c_j} = C_j \cdot dv_a/dt \quad (2)$$

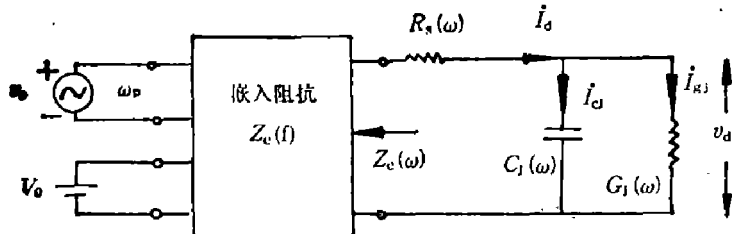


图1 混频器等效电路

Fig. 1 Equivalent circuit of the mixer

式中, 非线性结电容  $C_j = C_0 (1 - v_a/\phi)^{-\gamma}$ ;  $i_{sat}$  是反向饱和电流;  $\alpha = e/nkT$ ;  $n$  是二极管理想因子;  $C_0$  是零偏压结电容;  $\phi$  是结的势垒高度;  $\gamma$  是结电容非线性系数, 对肖特基势垒而言  $\gamma = \frac{1}{2}$ ;  $v_d$  是本征二极管上的总压降。设本振电压为

$$V_p(t) = V_{L0} \cos(\omega_p t) = V_1 e^{j\omega_p t} + V_{-1} e^{-j\omega_p t};$$

$$V_1 = V_{-1} = V_1^* \quad (3)$$

式中,  $\omega_p$  为本振频率。由于二极管的非线性作用, 本征二极管上实际的电压与电流波形为非正弦波, 一般可表示成傅里叶级数形式:

$$\dot{i}_d(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} I_{d_n} e^{jn\omega_p t}, \quad I_{d_n} = I_{d_{-n}}^* \quad (4)$$

$$v_d(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} V_{d_n} e^{jn\omega_p t}, \quad V_{d_n} = V_{d_{-n}}^* \quad (5)$$

式中  $V_{d_n}$ 、 $I_{d_n}$  分别是  $v_d(t)$  和  $\dot{i}_d(t)$  的傅里叶系数。

电压与电流的关系还可以通过嵌入阻抗在频域联系起来, 即  $\{V_{d_n}\}$  可用  $\{I_{d_n}\}$  表示为

$$V_{d_0} = V_0 - I_{d_0} [Z_e(0) + R_s(0)]; \quad (6)$$

$$V_{d_{\pm 1}} = V_1 - I_{d_{\pm 1}} [Z_e(\pm \omega_p) + R_s(\pm \omega_p)]; \quad (7)$$

$$V_{d_n} = -I_{d_n} [Z_e(n\omega_p) + R_s(n\omega_p)], \quad (n = \pm 2, \pm 3, \dots); \quad (8)$$

式中,  $Z_e(\omega)$  是嵌入网络对本振各次谐波所呈现的阻抗, 二极管串联寄生电阻  $R_s(\omega)$  由于集肤效应而成为频率的函数。为了简化表达式, 令:

$$\tau = \omega_p t; \quad (9)$$

$$I'_{d_n} = I_{d_n} (2 - \delta_{n,0}); \quad (10)$$

$$V'_{d_n} = V_{d_n} (2 - \delta_{n,0}); \quad (11)$$

$$\begin{cases} \delta_{n,0} = 1, & n=0; \\ \delta_{n,0} = 0, & n \neq 0; \end{cases} \quad (12)$$

式中,  $\tau$  为归一化时间。将归一化周期  $2\pi$  作  $NPTS$  等分, 第  $i$  个等分点为  $\tau_i = 2\pi i/NPTS$ ,  $i=0, 1, \dots, NPTS$ 。这时电路方程式为  $NPTS$  个联立方程,

$$AID(i) - AIP(i) = 0, \quad i=0, 1, \dots, (NPTS-1); \quad (13)$$

其中定义:

$$AID(i) = i_d(\tau_i); \quad (14)$$

$$AIP(i) = i_{sat} \{ \exp[\alpha v_d(\tau_i)] - 1 \} + \omega_p C_0 [1 - v_d(\tau_i)/\phi]^\gamma dv_d(\tau_i)/d\tau. \quad (15)$$

式(13)的意义是, 本来嵌入网络中的总电流与本征二极管中的总电流在任一时刻都是相等的。为了便于计算机求解, 我们假定, 当均匀的离散时间点足够多时, 总电流在连续的时间轴上相等, 与在离散的时间点上相等是等价的。

根据式(4)、(5)和式(10)、(11)、(12)有:

$$i_d(\tau_i) = \sum_{n=0}^{\infty} [R_s(I'_{d_n}) \cos(n\tau_i) - I_m(I'_{d_n}) \sin(n\tau_i)]; \quad (16)$$

$$v_a(\tau_i) = \sum_{n=0}^{\infty} [R_s(V'_{d_n}) \cos(n\tau_i) - I_m(V'_{d_n}) \sin(n\tau_i)]; \quad (17)$$

$$dv_a(\tau_i)/d\tau = \sum_{n=1}^{\infty} (-n) [R_s(V'_{d_n}) \sin(n\tau_i) + I_m(V'_{d_n}) \cos(n\tau_i)]. \quad (18)$$

根据式(6)、(7)、(8)和式(10)、(11)、(12), 式(16)、(17)、(18)中  $\{V'_{d_n}\}$  可用  $\{I'_{d_n}\}$  表示为

$$V'_{d_0} = V_0 - I'_{d_0} [Z_e(0) + R_s(0)]; \quad (19)$$

$$V'_{d_1} = V_{L0} - I'_{d_1} [Z_e(\omega_p) + R_s(\omega_p)]; \quad (20)$$

$$V'_{d_n} = -I'_{d_n} [Z_e(n\omega_p) + R_s(n\omega_p)], \quad (n=2, 3, \dots). \quad (21)$$

将式(16)~(21)代入式(13), 得到以  $\{I'_{d_n}\}$  为自变量的多元非线性代数方程组, 它是确定电路非线性状态的方程, 易于用计算机求解。

对一组近似解  $\{I'_{d_n}\}^*$ , 一般有

$$\Delta ID(i) - \Delta IP(i) = f_i \neq 0;$$

定义目标函数  $FS$  为

$$FS = \sum_{i=0}^{NPTS-1} f_i^2;$$

目标函数  $FS$  值越小, 表示近似解  $\{I'_{d_n}\}^*$  值越精确。  $FS$  的计算量与  $NPTS$  值近似地成正比。在数值计算过程中, 如果将式(16)、(17)、(18)中电压与电流超过  $N$  次的谐波分量省略, 则根据采样定理估算,  $NPTS$  值的理想范围是  $4N \sim 7N$ 。

在实际的计算过程中, 我们取  $N=8$ ,  $NPTS=50$ 。另外, 我们先用 Powell<sup>[4]</sup> 直接搜索法快速求得一个较好的初始迭代近似值, 然后再交叉使用阻尼最小二乘法<sup>[5]</sup> 和 DFP 变度量算法<sup>[4]</sup> 求解电路方程的解。

求得二极管上电压、电流、电导和电容波形后, 求解混频器的小信号特性, 包括各端口阻抗, 噪声温度, 变频损耗等指标, 可参阅文献[1]。

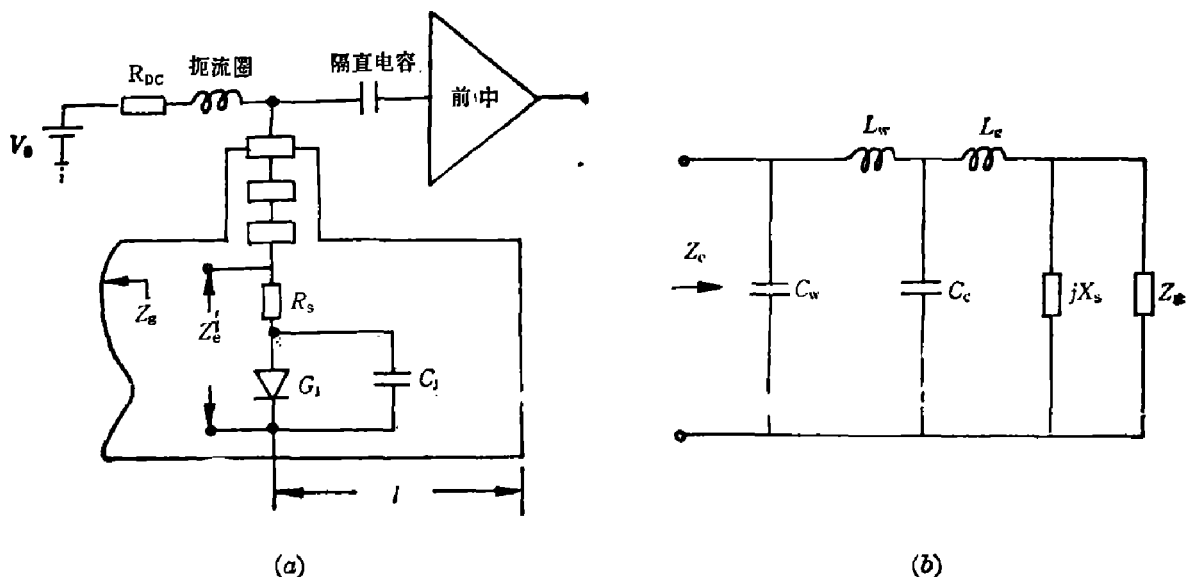


图2 混频器结构和高频等效电路

(a) 波导腔混频器 (b) 两极管两端看到的高频等效电路

Fig. 2 The mixer configuration and the high frequency equivalent circuit

(a) The waveguide mixer used in the example (b) high frequency embedding circuit seen from the terminals of the diode.

### 三、非线性分析方法的应用

根据上述的非线性分析方法,并结合文献[1]的线性分析方法,我们编制了一个通用分析程序,并应用该程序分析了图2所示混频器中二极管上的大信号电压与电流波形。图2(a)中二极管安装在 $1/3$ 减高波导的中心线上,并通过射频扼流圈与直流偏置源和中频放大器相连。二极管看到的嵌入阻抗可根据Lehto模型<sup>[6]</sup>给出,如图2(b)所示。其中,距离二

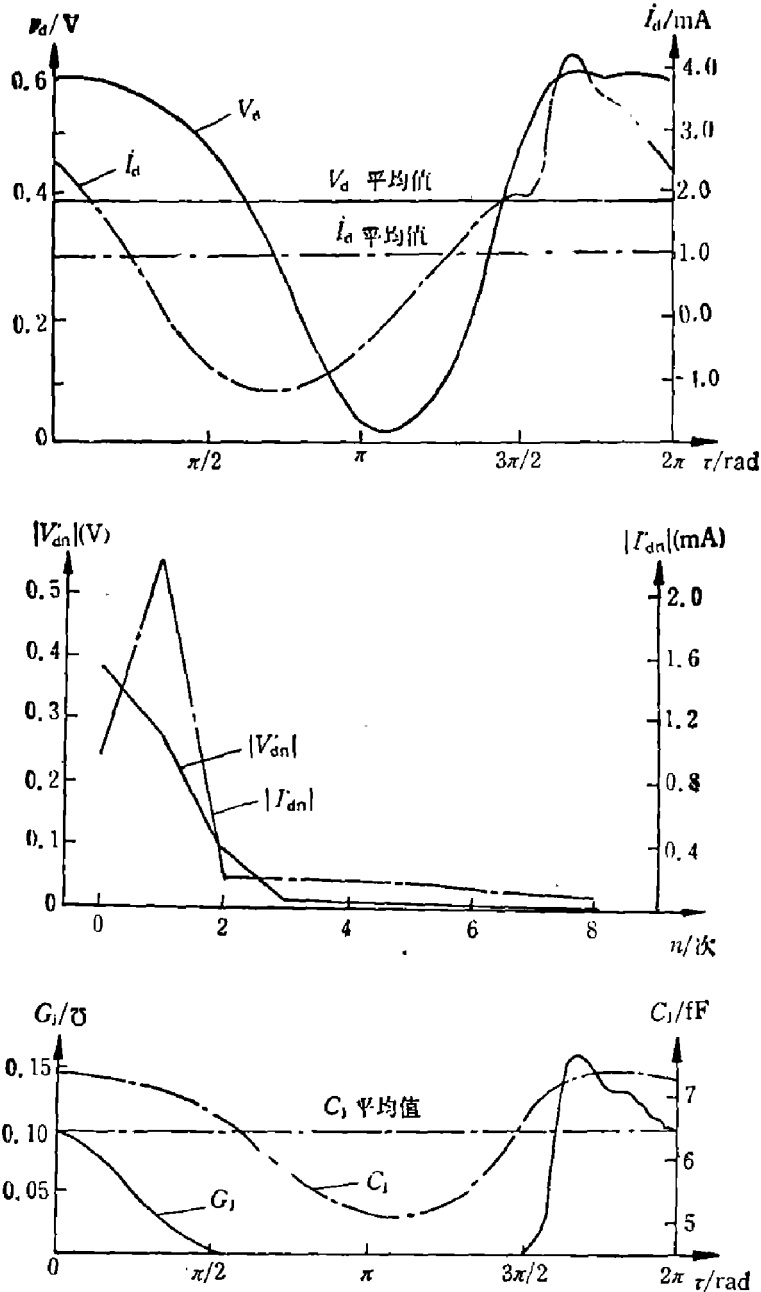


图3 大信号分析结果

(a) 本征二极管上电压电流波形和平均值 (b) 电压电流波形的傅里叶振幅谱(略去8次以上成份)  
(c) 二极管非线性电导和非线性电容波形

Fig. 3 The results of large signal analysis.

(a) waveforms and mean values of the voltage and the current at the intrinsic diode. (b) Fourier amplitude spectrums of the voltage and the current waveforms (Harmonics above order 8 are neglected). (c) Waveforms of the nonlinear conductance and capacitance of the diode.

极管为  $l$  的短路面的等效阻抗为

$$jX_s = jZ_0 \operatorname{tg}(\beta l);$$

而波导阻抗  $Z_0 = 2(\mu/\epsilon)^{1/2} \frac{b}{a} \frac{1}{[1 - (f_0/f)^2]^{1/2}}, (f > f_0);$

对 1/3 减高波导  $\frac{b}{a} = \frac{1}{b}; f_0 = \frac{c}{\lambda_0}; c$  是真空中光速; 在  $W$  波段截止波长  $\lambda_0 = 2a = 5.08 \text{ mm}$ 。

图 3 给出了一个非线性状态计算结果。图中  $\tau$  为归一化时间,  $n$  为谐波次数。从图 3(a) 中可以看出, 在短毫米波段, 由于嵌入阻抗和非线性结电容的作用, 使得二极管上的电压和电流波形与正弦波偏离很大, 因而 Y 型 (或 Z 型) 混频器的分析方法是不可靠的。图 3(b) 表明, 高次谐波的能量快速下降, 工程计算时应该根据计算精度要求, 确定电压电流傅里叶分析时需要保留到哪一次。图 3(c) 表明, 结电容的非线性效应使得结电容的时间平均值比零偏压值大 25%, 对图 3(c) 中结电容波形作傅里叶分析后得出, 零次与一次谐波分量模之比  $c_{j0}/c_{j1} \approx 10$ 。

图 4 给出了本文算法与 Kerr 算法收敛性质的粗略对照。图中  $n$  为谐波次数,  $\delta(n)$  为收敛特别因子, 其定义见文献[3]。图中 1 为本文方法 (50 次迭代), 2 与 3 为 Kerr 方法 (分别为 100 次迭代和 300 次迭代)。

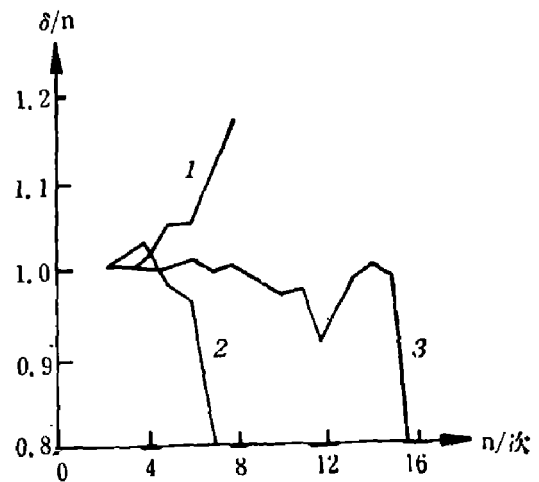


图 4 收敛性质比较

Fig. 4 Comparison of the properties in convergency

### 参 考 文 献

- [1] Held D. N. and Kerr A. R., *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, **MTT-26** (1978), 2:49~55.
- [2] Egami S., *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, **MTT-22** (1974), 3: 270~275.
- [3] Kerr A. R., *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, **MTT-23** (1975), 10: 781~787.
- [4] 刘德贵等, **FORTRAN** 算法汇编 (第二分册), 国防工业出版社, 1980.
- [5] 万耀青等, 最优化计算方法常用程序汇编, 工人出版社, 1983.
- [6] Lehto A. O. and Raisanen A. V., *Int. J. Infrared and Millimeter Waves*, **4** (1983), 4: 609~628.

## A METHOD OF NONLINEAR ANALYSIS OF SHORT MILLIMETER WAVELENGTH MIXERS

JIANG QINGHUA, WANG SHIJIE, ZHOU BAOQING  
(Shanghai Institute of Technical Physics, Academia Sinica)

### ABSTRACT

A method which enables the large signal nonlinear responses to be determined in the frequency domain for a mixer diode is presented. This method is applicable to any embedding network. It is estimated that the calculation duration of this method will be less than Kerr's one.