

红外自动椭圆偏仪最佳测试条件的研究

张克奇 严义坝

(中国科学院上海技术物理研究所)

摘要——宽波段工作的自动红外椭圆偏仪的测量精度主要受探测器噪声的限制。本文分析了光学薄膜参数 n 和 d 的测量精度如何随测量条件(如起偏器、检偏器的方位角和入射角)而变化,并提出选择最佳测量条件的方法。最后,给出具体实例的计算结果并与实验结果进行了比较。

一、引 言

应用椭圆偏振术测量薄膜的光学参数 n 、 k 和厚度 d 具有精度高、速度快等优点,与微处理机配合使用尤为方便,是设计和研究光学薄膜的有效手段。为此我们建立了一台适用于 $3\sim 16\mu\text{m}$ 波段的光度式红外自动椭圆偏仪。在这一波段影响测试结果的主要因素有:(1)一般的红外线栅型偏振器的消光比不够高,这会引入一个较大的系统误差,关于这个问题已另作讨论^[1]。(2)宽波段红外光电测试系统(包括自动椭圆偏仪在内)的信噪比受探测器噪声的限制,这是影响精度的主要因素。

D.E.Asnes 已对旋转偏振器式椭圆偏仪的测量精度问题进行了详细的讨论^[2],但未涉及我们采用的 PRSA 型椭圆偏仪^[1]。R.W.Stobie 等人提出的装置同我们的相类似,他们用光密度函数方法对偏振器最佳方位角的设置问题进行了讨论^[3],但局限性较大。本文从推导待测样品的椭圆参数 ψ 、 Δ 的误差公式入手,并将系统的噪声作为影响精度的主要因素,计算了在测试系统具有一定均方根噪声的条件下, ψ 、 Δ 的精度和偏振器方位角 p_1 、 p_3 设置的关系;分析了薄膜折射率 n_2 和厚度 d 的精度与 ψ 、 Δ 的精度及入射角 θ_1 的关系;最后以 ZnS 薄膜为例,说明最佳测试条件的选择方法,并与实验结果进行了比较验证。

二、红外自动椭圆偏仪的基本理论

椭圆偏振术是测量一束完全偏振光经待测样品反射后偏振状态的变化,这种变化通常由入射平面内的复振幅反射系数 r_p 和垂直于入射面的复振幅反射系数 r_s 之比来描述:

$$\rho = r_p/r_s = \tan\psi \cdot e^{i\Delta}, \quad (1)$$

其中 $\tan\psi = |r_p|/|r_s|$, $\Delta = \Delta_p - \Delta_s$, Δ_p 和 Δ_s 分别表示 P 光和 S 光的相位延迟, Δ 、 ψ 通常称

为椭圆参数。通过菲涅尔公式很容易建立起一个由单层薄膜和基底构成的待测系统的椭圆参数 ψ 、 Δ 和入射媒质折射率 n_1 、膜层折射率 n_2 、厚度 d 、基底折射率 n_3 、测量波长 λ 和入射角 θ_1 之间的关系。这种关系在形式上很复杂,可记作:

$$\left. \begin{aligned} \psi &= \psi(n_1, n_2, n_3, d, \theta_1, \lambda), \\ \Delta &= \Delta(n_1, n_2, n_3, d, \theta_1, \lambda). \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

这里假设膜层和基底的吸收是可以忽略的。在实际情况下, n_1 、 n_3 、 λ 和 θ_1 是可以预先确定的,若能测出 ψ 、 Δ , 也就可以设法解出 n_2 和 d 。根据这一原理,可有各种 ψ 、 Δ 的测量方法,也就构成了不同结构的椭偏仪。

本文选用了类似于 R.W.Stobie 等人^[8]提出的由起偏器 P_1 、检偏器 P_3 和旋转偏振器 P_2 组成的测试系统,从下面的分析可以看出,这种结构的椭偏仪在红外波段有它独特的优点。图 1 为它的工作原理图,利用一组中心波长不同的窄带滤光片来控制工作波长, P_1 、 P_2 和 P_3 都是以 AgBr_2 为基底的线栅偏振器,直径(即系统通光孔径)为 2.5cm。探测器是浸没型热敏电阻。 P_2 以恒定的角速度 ω 旋转,对入射线偏振光进行调制,并由专门装置输出 P_2 的方位角信息。全部光学部件都安装在一台测角仪的两个臂上。用琼斯矩阵法即可导出探测器接收到的光强信号 I :

$$I = A_0 [A_1 + B_2 \cos(2\omega t - \gamma_2) + B_4 \cos(4\omega t - \gamma_4)]. \quad (3)$$

式(3)中:

$$B_2 = (A_2^2 + A_3^2)^{\frac{1}{2}},$$

$$B_4 = (A_4^2 + A_5^2)^{\frac{1}{2}},$$

$$A_2 = [\sin 2p_1 (\cos^2 p_3 \cdot |r_p|^2 + \sin^2 p_3 \cdot |r_s|^2) + \sin 2p_3 \cdot |r_p| \cdot |r_s| \cdot \cos \Delta] / 4,$$

$$A_3 = (\cos^2 p_1 \cdot \cos^2 p_3 \cdot |r_p|^2 - \sin^2 p_1 \cdot \sin^2 p_3 \cdot |r_s|^2) / 2,$$

$$A_4 = [\sin 2p_1 (\cos^2 p_3 \cdot |r_p|^2 - \sin^2 p_3 \cdot |r_s|^2) + \cos 2p_1 \cdot \sin 2p_3 \cdot |r_p| \cdot |r_s| \cdot \cos \Delta] / 8,$$

$$A_5 = [\cos 2p_1 (\cos^2 p_3 \cdot |r_p|^2 - \sin^2 p_3 \cdot |r_s|^2) - \sin 2p_1 \cdot \sin 2p_3 \cdot |r_p| \cdot |r_s| \cdot \cos \Delta] / 8.$$

A_0 决定于信号的强度, A_1 、 B_2 和 B_4 分别表示了直流分量及 ω 的 2 次和 4 次谐波振幅之间的相对关系,它们都是与时间 t 无关的量。根据 ψ 和 Δ 的定义,可得:

$$\tan^2 \psi / \tan^2 p_3 =$$

$$\frac{\left\{ \begin{aligned} &2 \sin 2p_1 \cos^2 p_1 + 2 \cos 2p_1 \cdot \sin^2 p_1 \cdot \tan \gamma_2 \\ &+ \tan \gamma_4 (-\cos 2p_1 + \sin^2 2p_1 + 2 \sin 2p_1 \cdot \sin^2 p_1 \cdot \tan \gamma_2) \end{aligned} \right\}}{\left\{ \begin{aligned} &2 \sin 2p_1 \cdot \sin^2 p_1 + 2 \cos 2p_1 \cdot \cos^2 p_1 \cdot \tan \gamma_2 \\ &+ \tan \gamma_4 \cdot (-\cos 2p_1 + 2 \sin 2p_1 \cdot \cos^2 p_1 \cdot \tan 2\gamma_2 - \sin^2 2p_1) \end{aligned} \right\}} \quad (4)$$

$$\cos \Delta =$$

$$\frac{2 \cdot \tan \gamma_2 (\cos^2 p_1 \cos^2 p_3 \cdot \tan^2 \psi - \sin^2 p_1 \cdot \sin^2 p_3) - \sin^2 p_1 (\cos^2 p_3 \cdot \tan^2 \psi + \sin^2 p_3)}{\sin 2p_3 \cdot \tan \psi} \quad (5)$$

由式(4)和式(5)可知,只要测出输出光强的 2 次和 4 次谐波的初相位角 γ_2 和 γ_4 , 就可以算出相应的 ψ 和 Δ 值。这是一种相位测量方法,一定程度上避免了精确测定振幅的困难,这一点在红外波段尤为重要,能显著提高测量精度。我们利用精密矢量锁相放大器可直接读出 γ_2 和 γ_4 , 电路简单,测试方便。

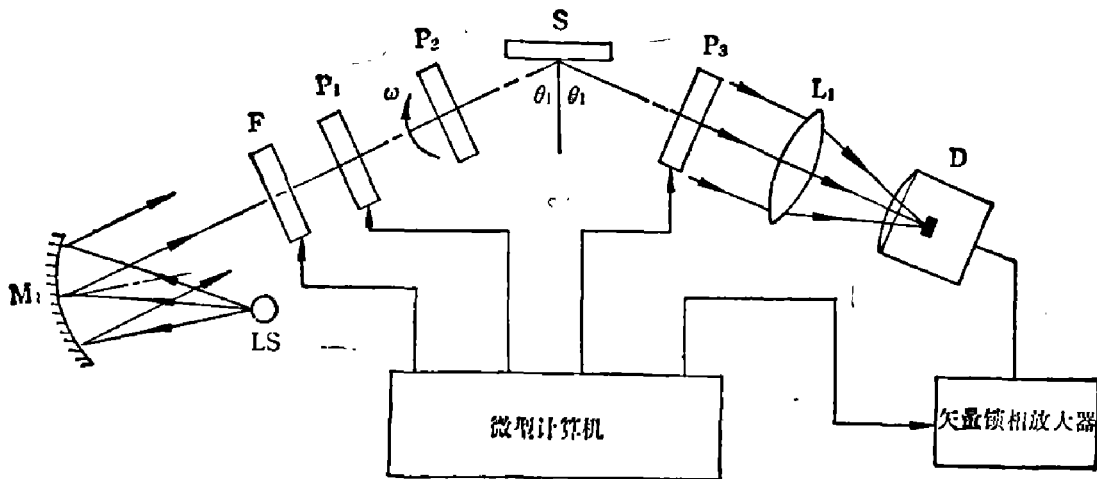


图1 红外自动椭偏仪的工作原理

LS—硅碳棒光源; M₁—准直镜; F—滤光片轮; P₁、P₂和 P₃—线栅偏振器;
S—待测样品; L₁—会聚透镜; D—探测器

Fig. 1 Schematic diagram of IR automatic ellipsometer

LS—SiC light source; M₁—spherical mirror, F—filter wheel, P₁、P₂ and
P₃—wire grid polarizers; S—sample; L₁—lens; D—bolometer detector

三、测量精度分析和最佳测量条件的选择

SiC 光源在 $3\sim 16\ \mu\text{m}$ 波段中的辐射功率是有限的, 加上红外探测器的噪声限制, 使得红外自动椭偏仪的信噪比常常是不高的(随样品的性质和测试条件而变), 怎样根据不同的样品选择最佳的测量条件, 以大大改善薄膜参数的测量精度, 是这一部分的主要内容。由于实际测量的是 γ_2 和 γ_4 , 然后计算 ψ 和 Δ , 再通过计算机拟合确定 n_2 和 d , 所以必须了解上述各个环节的误差传递过程。

首先分析测试系统噪声对 ψ 、 Δ 的精度影响。根据我们建立的测试系统的实际情况, 可以假定探测器的噪声是系统的唯一噪声源, 并且可以认为 2 次谐波和 4 次谐波的噪声是相同的, 不随信号大小而变化, 其均方根值为 δA_0 。由式(3), (4)和(5)可以导出它与 ψ 、 Δ 的均方根误差 $\delta\psi$ 、 $\delta\Delta$ 之间的关系:

$$\delta\psi = (\delta A_0/A_0 \cdot |r_s|^2) \cdot U(\psi, \Delta, p_1, p_3), \quad (6)$$

$$\delta\Delta = (\delta A_0/A_0 \cdot |r_s|^2) \cdot V(\psi, \Delta, p_1, p_3), \quad (7)$$

其中

$$U(\psi, \Delta, p_1, p_3) = \left[\left(\frac{\partial\psi}{\partial\gamma_2} \right)^2 \cdot \left(\frac{|r_s|^2}{B_2} \right)^2 + \left(\frac{\partial\psi}{\partial\gamma_4} \right)^2 \cdot \left(\frac{|r_s|^2}{B_4} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (8)$$

$$V(\psi, \Delta, p_1, p_3) = \left[\left(\frac{\partial\Delta}{\partial\gamma_2} \right)^2 \cdot \left(\frac{|r_s|^2}{B_2} \right)^2 + \left(\frac{\partial\Delta}{\partial\gamma_4} \right)^2 \cdot \left(\frac{|r_s|^2}{B_4} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (9)$$

U 和 V 是决定 ψ 、 Δ 测量精度的噪声因子, 其具体计算结果在附录 I 中给出, 值得注意的是它们都只与 ψ 、 Δ 、 p_1 和 p_3 有关, 与系统的噪声无关, 因此 U 和 V 的大小反映了系统测定 ψ 和 Δ 时的误差 $\delta\psi$ 和 $\delta\Delta$ 相对于 δA_0 被放大和缩小的倍数。同时还可以看出, 适当地调整起偏器 P_1 和检偏器 P_3 的方位角 p_1 、 p_3 有可能使 U 和 V 变小。另外, 由于 U 和 V 还与 ψ 、 Δ 都有关, 而 ψ 、 Δ 除了取决于膜层基底的性质外, 还与入射角 θ_1 和波长 λ 有关(见式(4)), 因

此在决定 θ_1 或改变 λ 时也必须注意这个问题。为了更具体地说明 U 、 V 的特点, 根据附录 I 可将式(8)和式(9)改写为:

$$U = (\tan^2 p_3 / 2 \cdot \tan \psi \cdot \sec^2 \psi) \cdot U_1(\psi, \Delta, p_1, p_3), \quad (10)$$

$$V = [1/|\sin \Delta| \cdot (\sin 2p_3 \cdot \tan \psi)^2] \cdot V_1(\psi, \Delta, p_1, p_3)。 \quad (11)$$

这样就可明显地看出, 当 p_3 取某些特殊值如 0° 或 90° 时, U 和 V 将趋向无穷大, 意味着 ψ 、 Δ 不可能精确测定。图 2 给出了当 ψ 、 Δ 、 p_1 一定时, U 和 V 如何随 p_3 变化, 同时可以看到, 方位角在某些取值区时, 对噪声有明显的抑制作用。

关于 ψ 、 Δ 值本身对噪声因子 U 、 V 的影响, 已有过一些报道, 但大多数是注意了 Δ 的取值对 ψ 、 Δ 精度的影响^[4]。从我们的分析结果可以看出, ψ 的取值对 ψ 、 Δ 的精度也可能有重大的影响。从式(10)和式(11)可明显地看出, 若 ψ 值过小, 则 U 、 V 会明显变大, 图 3 给出了当 p_1 、 p_3 和 Δ 一定时, U 、 V 如何随 ψ 值而变化。

上面已分析过, 任一待测样品的 ψ 、 Δ 值会随 θ_1 和 λ 而变化, 这种变化有时是很大的, 因此在测量过程中应尽量避免出现 ψ 太小的情况。

M.M.Ibrahim 等人^[5]已经给出了 $\delta\psi$ 、 $\delta\Delta$ 与 n_2 、 d 的均方根误差 δn_2 、 δd 的关系:

$$\delta n_2 = \left[\left(\frac{\partial \Delta}{\partial d} \cdot \delta \psi \right)^2 + \left(\frac{\partial \psi}{\partial d} \cdot \delta \Delta \right)^2 \right]^{1/2} / x, \quad (12)$$

$$\delta d = \left[\left(\frac{\partial \Delta}{\partial n_2} \cdot \delta \psi \right)^2 + \left(\frac{\partial \psi}{\partial n_2} \cdot \delta \Delta \right)^2 \right]^{1/2} / x。 \quad (13)$$

其中

$$x = \left| \frac{\partial \psi}{\partial d} \cdot \frac{\partial \Delta}{\partial n_2} - \frac{\partial \psi}{\partial n_2} \cdot \frac{\partial \Delta}{\partial d} \right|, \quad (14)$$

$\frac{\partial \psi}{\partial d}$ 、 $\frac{\partial \psi}{\partial n_2}$ 、 $\frac{\partial \Delta}{\partial d}$ 和 $\frac{\partial \Delta}{\partial n_2}$ 的具体计算结果在附录 II 中给出。显然, δn_2 和 δd 只是 n_2 、 d 、 n_3 、 θ_1

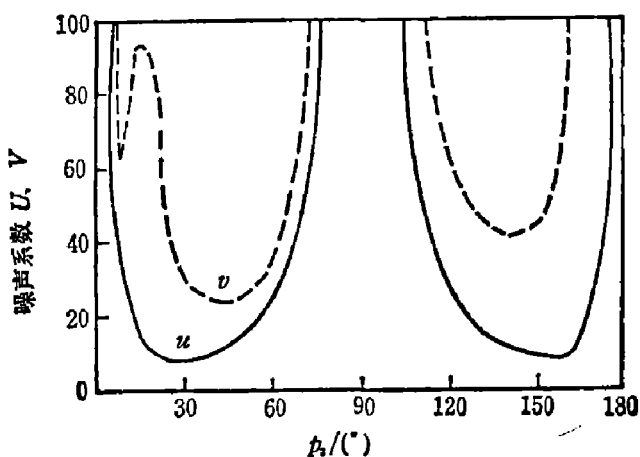


图 2 噪声因子 U 、 V 随 p_3 的变化
($\psi=15.65^\circ$ 、 $\Delta=106.87^\circ$ 、 $p_1=35^\circ$)
——: U , ———: V

Fig. 2 Noise factors U and V vs azimuth of analyzer p_3 at $\psi=15.65^\circ$, $\Delta=106.87^\circ$, $p_1=35^\circ$

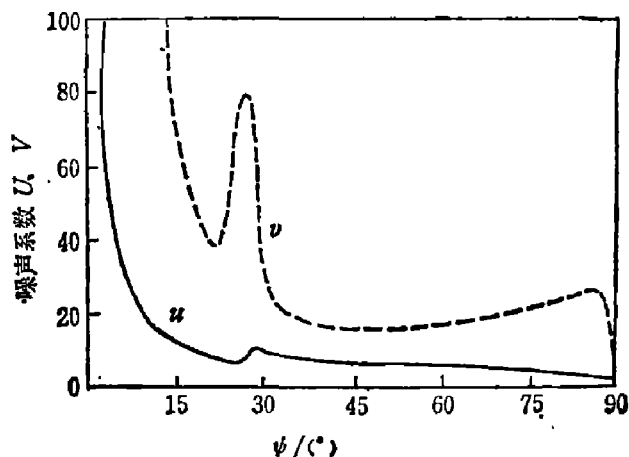


图 3 噪声因子 U 、 V 与 ψ 值的关系
($\Delta=160^\circ$ 、 $p_1=p_3=35^\circ$)
——: U , ———: V

Fig. 3 Noise factors U and V vs elliptic parameter ψ at $\Delta=160^\circ$, $p_1=p_3=35^\circ$

和 λ 的函数, 并与 $\delta\psi$ 、 $\delta\Delta$ 的大小有关, 式(14)中 $\frac{\partial\psi}{\partial d}$ 、 $\frac{\partial\Delta}{\partial d}$ 、 $\frac{\partial\psi}{\partial n_2}$ 和 $\frac{\partial\Delta}{\partial n_2}$ 描述了误差的传递过程。若假设 $\delta\psi$ 、 $\delta\Delta$ 一定(实际情况在下文分析), 就可以通过适当地选取 n_2 、特别是调整 θ_1 来改善上述的误差传递, 以得到最小的 δn_2 和 δd 。图 4 和图 5 给出了基底为 Al_2O_3 的不同厚度 ZnS 膜的测量实例, 由图中可知: 一般总存在一个使 δn_2 或 δd 最小的最佳入射角 θ_{1opt} , 并且 θ_{1opt} 随 d 、 n_2 和 n_3 等而变化。对各种不同的膜层都应按具体情况进行计算才可能得到正确的结果。从式(2)及式(6)、(7)可以看出, 当 θ_2 改变时, ψ 、 Δ 及 $\delta\psi$ 、 $\delta\Delta$ 必然随之变化, 也必然使 δn_2 、 δd 变化。所以, 为了达到最佳测试条件, 就必须在 p_1 、 p_3 和 θ_1 之间进行反复调整。可见, 要得到有关最佳测量条件的简单而带有普遍性的结论是困难的。

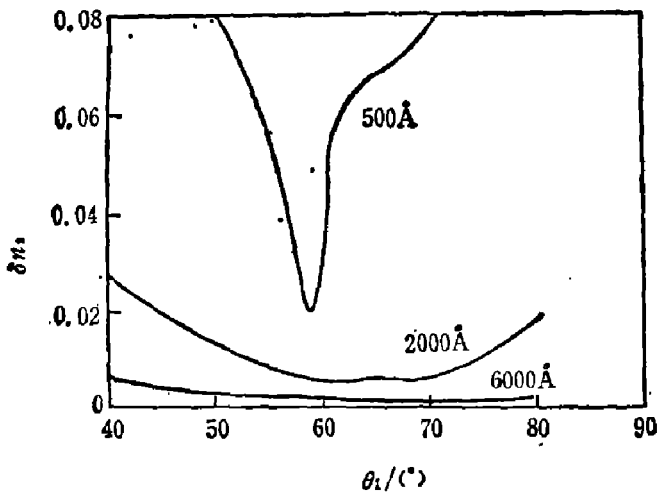


图 4 δn_2 与 θ_1 的关系 ($n_2=2.25$, $n_3=1.69$, $\delta\psi=0.05^\circ$, $\delta\Delta=0.25^\circ$, $\lambda=5\mu\text{m}$)

Fig. 4 rms deviation of layer refractive index vs incident angle θ_1 for the ZnS layer and Al_2O_3 substrate assembly at different thicknesses ($n_2=2.25$, $n_3=1.69$, $\delta\psi=0.05^\circ$, $\delta\Delta=0.25^\circ$, $\lambda=5\mu\text{m}$)

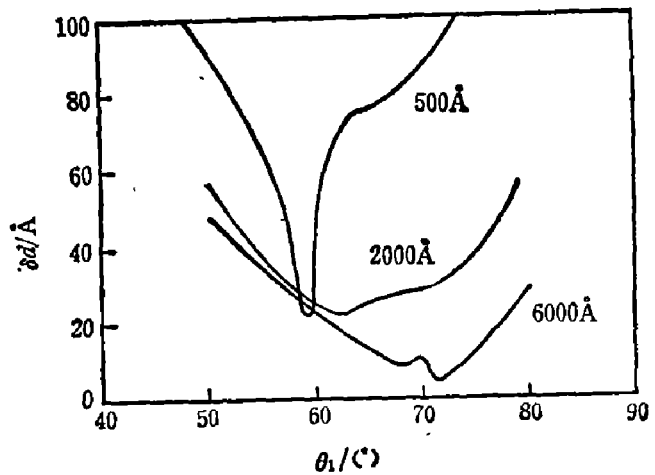


图 5 δd 与 θ_1 的关系 ($n_2=2.25$, $n_3=1.69$, $\delta\psi=0.05^\circ$, $\delta\Delta=0.25^\circ$, $\lambda=5\mu\text{m}$)

Fig. 5 rms deviation of layer thickness vs incident angle θ_1 for the ZnS layer and Al_2O_3 substrate assembly ($n_2=2.25$, $n_3=1.69$, $\delta\psi=0.05^\circ$, $\delta\Delta=0.25^\circ$, $\lambda=5\mu\text{m}$)

按照上面的方法进行实际测量时, 先根据 n_2 、 d 的大致范围选择一种适当的基底, 由假定的 $\delta\psi$ 、 $\delta\Delta$ 算出 θ_{1opt} , 然后由菲涅尔公式求出相应的 ψ 、 Δ , 再利用式(6)和式(7)求出最佳 p_1 和 p_3 以及相应的 U_{min} 和 V_{min} 。表 1 给出了 Al_2O_3 基底 ($n_3=1.69$) 上不同厚度的 ZnS 膜 ($n_2=2.25$) 的计算结果。

表 1 不同厚度 ZnS 膜的最小噪声因子及相应的 θ_{1opt} *

Table 1 The minimum noise factors for ZnS layers with different film thicknesses and their corresponding incident angle θ_{1opt}

d (nm)	θ_{1opt} ($^\circ$)	ψ ($^\circ$)	Δ ($^\circ$)	U_{min}	V_{min}	p_1 ($^\circ$)	p_3 ($^\circ$)
10.0	59.37	0.68	94.56	827.3	446.5	25	25
50.0	59.00	3.47	111.54	174.1	833.2	30	25
100.0	58.83	6.64	119.82	102.3	336.7	40	25
200.0	61.14	9.34	118.33	52.0	130.9	35	35
600.0	70.64	0.43	86.88	287.9	1625	155	25

* 测量条件: $\lambda=5\mu\text{m}$, 相对于 $\delta\psi=0.05$, $\delta\Delta=0.25^\circ$ 。

从表1的计算结果可知, θ_{1opt} 一般都在 $\Delta=90^\circ$ 或在主入射角附近, 这一点与 D.O. Horowitz 等人的结果是一致的^[6]。

如果按表1中的 θ_{1opt} 、 p_1 和 p_3 进行测量, 实际得到的 δn_2 和 δd 一般不是最佳的, 因为实际 $\delta\psi$ 、 $\delta\Delta$ 与假定值可能相差很远。应进一步用实际 $\delta\psi$ 、 $\delta\Delta$ 值重新计算 θ_{1opt} , 并反复几次, 方能得到最佳测试条件。通过计算我们还看到, 在许多情况下 ψ 值随 θ_1 的变化是很大的, 相反, δn_2 、 δd 对 θ_1 的变化则不灵敏, 这样, 即使不进行反复优化, 而仅在 θ_{1opt} 附近作不大的变化, 由于 ψ 的变化使 U_{min} 、 V_{min} 变小, 也可提高测试精度。例如表2给出的结果, 只是将表1中各种情况的 θ_{1opt} 都增加了 10° , 其它测量条件不变, 但测试精度有了很大的提高。因此, 当考虑了 ψ 对噪声因子的影响后, 真正的 θ_{1opt} 已经不再是通常认为的那样相当靠近主入射角的了, 但适当的偏离量应该通过上述计算得到, 因为它是随 n_2 和 d 而变化的。

表2 表1中 θ_{1opt} 偏离 10° 后的最小噪声因子
Table 2 The minimum noise factors at incident angle θ_{1opt} with a ten degree departure

$d(\text{nm})$	$\theta_{1opt}(^\circ)$	$\psi(^\circ)$	$\Delta(^\circ)$	U_{min}	V_{min}	$p_1(^\circ)$	$p_3(^\circ)$
10.0	69.37	15.48	2.32	36.8	1924	150	25
50.0	69.00	14.67	12.05	37.0	398.4	145	25
100.0	68.83	13.73	24.16	36.4	205.2	140	25
200.0	71.14	14.54	34.00	25.1	94.6	135	25
600.0	80.64	20.94	1.49	7.9	506.5	150	35

四、实验结果

我们的实验主要在 $\lambda=5\mu\text{m}$ 处进行, 已经测量了许多 PbTe、ZnS 和 ZnSe 样品的 n 和 d 。用我们的装置测试样品时, 热敏电阻探测器输出信号的2次和4次谐波的振幅一般在几个微伏到十几微伏量级, 信噪比很低。按照前面提出的方法选择测量条件, 可使 n_2 的测量精度优于0.5%, d 的平均误差为2nm左右(取决于样品的性质)。表3给出了两个典型样品的测试结果。

表3 典型的测量结果实例*
Table 3 Typical experimental results of PbTe and ZnS layers at $\lambda=5\mu\text{m}$, $\theta_1=60^\circ$ and $p_1=p_3=33.6^\circ$

样品名称	$\psi(^\circ)$	$\Delta(^\circ)$	n_2	$d(\text{nm})$	$\delta\psi(^\circ)$	$\delta\Delta(^\circ)$	δn_2	$\delta d(\text{nm})$
4# PbTe	33.07	-167.28	5.66	319.0	0.03	0.03	0.01	0.5
2# ZnS	14.61	159.11	2.24	426.8	0.09	0.19	0.006	2.9

* 测量条件 $\lambda=5\mu\text{m}$ 、 $\theta_1=60^\circ$ 、 $p_1=33.6^\circ$ 、 $p_3=33.6^\circ$, PbTe 膜的基底是 Si, ZnS 膜的基底是 Al_2O_3 。

根据测得的膜层参数 n_2 、 d 和实际系统噪声 δA_0 , 利用附录给出的公式可算出各均方根误差值, 列于表4, 比较表3和表4, 可知理论和实验是吻合的。

为了使仪器在使用波段的长波区也能达到相似的精度, 需要改用 D^* 更高的致冷型光子探测器。

表4 理论计算结果

Table 4 Calculated results of PbTe and ZnS layers

样品名称	$\delta\psi(^{\circ})$	$\delta\Delta(^{\circ})$	δn_2	$\delta d(\text{nm})$
4* PbTe	0.02	0.08	0.011	0.3
2* ZnS	0.05	0.29	0.003	2.9

五、结 论

由起偏器、检偏器和旋转起偏器组成的宽波段红外自动椭圆偏仪的测试精度,可以通过选择最佳入射角 θ_1 和起偏器、检偏器的方位角 p_1 、 p_3 而得到改善,实验结果验证,计算方法是可靠的,并可用于实际测试工作。

附录 I 噪声因子 U 、 V 的表达式

$$U = \left[\left(\frac{\partial\psi}{\partial\gamma_2} \right)^2 \cdot \left(\frac{|r_s|^2}{B_2} \right)^2 + \left(\frac{\partial\psi}{\partial\gamma_4} \right)^2 \cdot \left(\frac{|r_s|^2}{B_4} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}},$$

$$V = \left[\left(\frac{\partial\Delta}{\partial r_2} \right)^2 \cdot \left(\frac{|r_s|^2}{B_2} \right)^2 + \left(\frac{\partial\Delta}{\partial r_4} \right)^2 \cdot \left(\frac{|r_s|^2}{B_4} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}.$$

其中 $\frac{\partial\psi}{\partial r_n} = \frac{1}{2 \operatorname{tg} \psi \sec^2 \psi} \cdot \frac{\partial(\operatorname{tg}^2 \psi)}{\partial r_n}$, $\frac{\partial\Delta}{\partial r_n} = -\frac{1}{\sin \Delta} \cdot \frac{\partial(\cos \Delta)}{\partial r_n}$, $n=2, 4$.

$$\frac{\partial(\operatorname{tg}^2 \psi)}{\partial \gamma_2} = \frac{2 \operatorname{tg}^2 p_3 \sec^2 \gamma_2 (-\sin 4 p_1 \cos 2 p_1 + \cos 6 p_1 \operatorname{tg} \gamma_4 + \sin 2 p_1 \cos 4 p_1 \operatorname{tg}^2 \gamma_4)}{A},$$

$$\frac{\partial(\operatorname{tg}^2 \psi)}{\partial \gamma_4} = \frac{1}{A} \cdot 2 \operatorname{tg}^2 p_3 \cdot \sec^2 \gamma_4 \cdot (\sin 2 p_1 - \operatorname{tg} \gamma_2 \cos 2 p_1)$$

$$\frac{\partial(\cos \Delta)}{\partial \gamma_2} = \frac{1}{(\sin 2 p_3 \operatorname{tg} \psi)^2} \left\{ \left[2 \sec^2 \gamma_2 (\cos^2 p_1 \cos^2 p_3 \operatorname{tg}^2 \psi - \sin^2 p_1 \sin^2 p_3) + \frac{\partial(\operatorname{tg}^2 \psi)}{\partial \gamma_2} (2 \operatorname{tg} r_2 \cos^2 p_1 \cos^2 p_3 - \sin 2 p_1 \cos^2 p_3) \right] \sin 2 p_3 \operatorname{tg} \psi - \frac{\partial(\operatorname{tg} \psi)}{\partial \gamma_2} \cdot B \right\},$$

$$\frac{\partial(\sin \Delta)}{\partial \gamma_4} = \frac{1}{(\sin 2 p_3 \operatorname{tg} \psi)^2} \left[\frac{\partial(\operatorname{tg}^2 \psi)}{\partial \gamma_4} (2 \operatorname{tg} \gamma_2 \cos^2 p_1 \cos^2 p_3 - \sin 2 p_1 \cos^2 p_3) \cdot \sin 2 p_3 \cdot \operatorname{tg} \psi - \frac{\partial(\operatorname{tg} \psi)}{\partial \gamma_4} \cdot B \right],$$

$$A = [2 \sin 2 p_1 \sin^2 p_1 + 2 \cos p_1 \cos^2 p_1 \operatorname{tg} \gamma_2 + \operatorname{tg} \gamma_4 (-\cos 2 p_1 + 2 \sin 2 p_1 \cos^2 p_1 \operatorname{tg} \gamma_2 - \sin^2 2 p_1)]^2,$$

$$B = \sin 2 p_3 [2 \operatorname{tg} r_2 (\cos^2 p_1 \cos^2 p_3 \operatorname{tg}^2 \psi - \sin^2 p_1 \sin^2 p_3) - \sin 2 p_1 (\cos^2 p_3 \operatorname{tg}^2 \psi + \sin^2 p_3)].$$

附录 II 误差传递公式

这里列出了正文中式 (14)、(15) 中 $\frac{\partial\psi}{\partial n_2}$ 、 $\frac{\partial\Delta}{\partial n_2}$ 、 $\frac{\partial\psi}{\partial d}$ 、 $\frac{\partial\Delta}{\partial d}$ 的表示式。

$$\frac{\partial\psi}{\partial d_2} = \frac{\left(a \frac{\partial a}{\partial n_2} + b \frac{\partial b}{\partial n_2} \right) \left(\frac{c^2 + d_0^2}{a^2 + b^2} \right)^{\frac{1}{2}} - \left(c \frac{\partial c}{\partial n_2} + d_0 \frac{\partial d_0}{\partial n_2} \right) \left(\frac{a^2 + b^2}{c^2 + d_0^2} \right)^{\frac{1}{2}}}{a^2 + b^2 + c^2 + d_0^2},$$

$$\frac{\partial\psi}{\partial d} = \frac{\left(a \frac{\partial a}{\partial d} + b \frac{\partial b}{\partial d} \right) \sqrt{\frac{c^2 + d_0^2}{a^2 + b^2}} - \left(c \frac{\partial c}{\partial d} + d_0 \frac{\partial d_0}{\partial d} \right) \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{c^2 + d_0^2}}}{a^2 + b^2 + c^2 + d_0^2},$$

$$\frac{\partial\Delta}{\partial n_2} = \frac{a \frac{\partial b}{\partial n_2} - b \frac{\partial a}{\partial n_2}}{a^2 + b^2} - \frac{c \frac{\partial d_0}{\partial n_2} - d_0 \frac{\partial c}{\partial n_2}}{c_0 + d_0^2},$$

$$\frac{\partial \Delta}{\partial d} = \frac{a \frac{\partial b}{\partial d} - b \frac{\partial a}{\partial d}}{a^2 + b^2} - \frac{c \frac{\partial d_0}{\partial d} - d_0 \frac{\partial c}{\partial d}}{c^2 + d_0^2}.$$

其中:

$$\begin{aligned} a &= a_1 \cos 4B + a_2 \cos 2B + a_3, & b &= a_1 \sin 4B + a_2 \sin 2B, \\ c &= b_1 \cos 4B + b_2 \cos 2B + b_3, & d_0 &= b_1 \sin 4B + b_2 \sin 2B, \\ B &= \frac{2\pi}{\lambda} n_2 d \cdot \cos \theta_2, & \cos \theta_2 &= \frac{1}{n_2} \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_1}, \\ a_1 &= R_2 R_3 R_4, & a_2 &= R_2 + R_1 R_3 R_4, & a_3 &= R_1, \\ b_1 &= R_1 R_2 R_4, & b_2 &= R_4 + R_1 R_2 R_3, & b_3 &= R_3, \\ R_1 &= \frac{n_2 \cos \theta_1 - n_1 \cos \theta_2}{n_2 \cos \theta_1 + n_1 \cos \theta_2}, & R_2 &= \frac{n_3 \cos \theta_2 - n_2 \cos \theta_3}{n_3 \cos \theta_2 + n_2 \cos \theta_3}, \\ R_3 &= \frac{n_1 \cos \theta_1 - n_2 \cos \theta_2}{n_1 \cos \theta_1 + n_2 \cos \theta_2}, & R_4 &= \frac{n_2 \cos \theta_2 - n_3 \cos \theta_3}{n_2 \cos \theta_2 + n_3 \cos \theta_3}, \end{aligned}$$

θ_1 是入射角, θ_2, θ_3 分别是薄膜和基板中的折射角。由以上各式可以求出 $\frac{\partial a}{\partial n_2}, \frac{\partial b}{\partial n_2}, \frac{\partial c}{\partial n_2}, \frac{\partial d_0}{\partial n_2}, \frac{\partial a}{\partial d}, \frac{\partial b}{\partial d}, \frac{\partial c}{\partial d}, \frac{\partial d_0}{\partial d}$ 的表示式:

$$\begin{aligned} \frac{\partial a}{\partial n_2} &= \frac{\partial a_1}{\partial n_2} \cos 4B - 4a_1 \sin 4B \frac{\partial B}{\partial n_2} + \frac{\partial a_2}{\partial n_2} \cos 2B - 2a_2 \sin 2B \frac{\partial B}{\partial n_2} + \frac{\partial a_3}{\partial n_2}, \\ \frac{\partial b}{\partial n_2} &= \frac{\partial a_1}{\partial n_2} \sin 4B + 4a_1 \cos 4B \frac{\partial B}{\partial n_2} + \frac{\partial a_2}{\partial n_2} \sin 2B + 2a_2 \cos 2B \frac{\partial B}{\partial n_2}, \\ \frac{\partial c}{\partial n_2} &= \frac{\partial b_1}{\partial n_2} \cos 4B - 4b_1 \sin 4B \frac{\partial B}{\partial n_2} + \frac{\partial b_2}{\partial n_2} \cos 2B - 2b_2 \sin 2B \frac{\partial B}{\partial n_2} + \frac{\partial b_3}{\partial n_2}, \\ \frac{\partial d_0}{\partial n_2} &= \frac{\partial b_1}{\partial n_2} \sin 4B + 4b_1 \cos 4B \frac{\partial B}{\partial n_2} + \frac{\partial b_2}{\partial n_2} \sin 2B + 2b_2 \cos 2B \frac{\partial B}{\partial n_2}, \\ \frac{\partial a_1}{\partial n_2} &= \frac{\partial R_2}{\partial n_2} R_3 R_4 + \frac{\partial R_3}{\partial n_2} R_2 R_4 + \frac{\partial R_4}{\partial n_2} R_2 R_3, \\ \frac{\partial a_2}{\partial n_2} &= \frac{\partial R_2}{\partial n_2} + \frac{\partial R_1}{\partial n_2} R_3 R_4 + \frac{\partial R_3}{\partial n_2} R_1 R_4 + \frac{\partial R_4}{\partial n_2} R_1 R_3, \\ \frac{\partial a_3}{\partial n_2} &= \frac{\partial R_1}{\partial n_2}, \\ \frac{\partial b_1}{\partial n_2} &= \frac{\partial R_1}{\partial n_2} R_2 R_4 + \frac{\partial R_2}{\partial n_2} R_1 R_4 + \frac{\partial R_4}{\partial n_2} R_1 R_2, \\ \frac{\partial b_2}{\partial n_2} &= \frac{\partial R_4}{\partial n_2} + \frac{\partial R_1}{\partial n_2} R_2 R_3 + \frac{\partial R_2}{\partial n_2} R_1 R_3 + \frac{\partial R_3}{\partial n_2} R_1 R_2, \\ \frac{\partial b_3}{\partial n_2} &= \frac{\partial R_3}{\partial n_2}, \\ \frac{\partial B}{\partial n_2} &= \frac{2\pi d}{\lambda \cos \theta_2}, \\ \frac{\partial R_1}{\partial n_2} &= \frac{2n_1 \cos \theta_1 \cos 2\theta_2}{\cos \theta_2 (n_2 \cos \theta_1 + n_1 \cos \theta_2)^2}, & \frac{\partial R_2}{\partial n_2} &= \frac{-2n_3 \cos \theta_3 \cos 2\theta_2}{\cos \theta_2 (n_3 \cos \theta_2 + n_2 \cos \theta_3)^2}, \\ \frac{\partial R_3}{\partial n_2} &= \frac{-2n_1 \cos \theta_1}{\cos \theta_2 (n_1 \cos \theta_1 + n_2 \cos \theta_2)^2}, & \frac{\partial R_4}{\partial n_2} &= \frac{2n_3 \cos \theta_3}{\cos \theta_2 (n_2 \cos \theta_2 + n_3 \cos \theta_3)^2}, \\ \frac{\partial a}{\partial d} &= -4a_1 \sin 4B \frac{\partial B}{\partial d} - 2a_2 \sin 2B \frac{\partial B}{\partial d}, & \frac{\partial b}{\partial d} &= 4a_1 \cos 4B \frac{\partial B}{\partial d} + 2a_2 \cos 2B \frac{\partial B}{\partial d}, \\ \frac{\partial c}{\partial d} &= -4b_1 \sin 4B \frac{\partial B}{\partial d} - 2b_2 \sin 2B \frac{\partial B}{\partial d}, & \frac{\partial d_0}{\partial d} &= 4b_1 \cos 4B \frac{\partial B}{\partial d} + 2b_2 \cos 2B \frac{\partial B}{\partial d}, \\ \frac{\partial B}{\partial d} &= \frac{2\pi}{\lambda} n_2 \cos \theta_2. \end{aligned}$$

参 考 文 献

- [1] 张克奇、曹永良、严义坝, 红外研究, **5A** (1986), 2.
- [2] Aspnes D.E., *J. Opt. Soc. Amer.*, **64**(1974), 639.
- [3] Stobie R. W. et. al., *J. Opt. Soc. Amer.*, **65**(1975), 25.
- [4] Aspnes D. E. et. al., *Appl. Opt.*, **14**(1975), 220.
- [5] Ibrahim M. M. et. al., *J. Opt. Soc. Amer.*, **61**(1971), 1622.
- [6] D. Chandler-Horowitz et. al., *Appl. Opt.*, **21**(1982), 2972.

A STUDY OF OPTIMUM SETTING IN IR AUTOMATIC ELLIPSOMETER OPERATION

Zhang Keqi, Yan Yixun (Yen Yihsun)
(Shanghai Institute of Technical Physics, Academia Sinica)

ABSTRACT

The precision of a broadband IR automatic ellipsometer is primarily limited by the noise of detector. In this paper the dependence of the precision of coating parameters (n_2 , d) to be measured on the setting in operation, such as azimuth of polarizer and analyzer (p_1 , p_2), incident angle (θ_1), is analysed. A method for searching optimum setting is presented. A comparison between measured and calculated results is performed.