

# 梯度磁场作用下的自由电子 激光器增益特性研究

赵东焕 雷仕湛 陈建文

(中国科学院上海光学精密机械研究所)

**摘要**——本文数值计算了在空间周期磁场摆动器上迭加轴向梯度磁场后自由电子激光器的增益特性,结果表明:采用梯度磁场比均匀磁场可获得更佳的激光增益特性。

## 一、引 言

关于如何提高自由电子激光器的增益及能量转换效率的理论和实验工作已有不少报道。比如说,在空间周期磁场摆动器上迭加轴向均匀磁场,就可提高自由电子激光器的增益和能量转换效率<sup>[1,2]</sup>。我们在文献[3]中分析了在摆动器空间周期磁场内迭加均匀磁场的自由电子激光器,其增益特性可望提高十倍左右,但获得这一结果所要求的工作条件相当苛刻。本文通过数值求解相对论电子在摆动器内洛仑兹力运动方程和能量方程,分析了在梯度磁场作用下的自由电子激光器的增益特性,认为这种方法也可获得较高的激光增益,而且在很大程度上降低了对工作条件的要求。

## 二、方 程 建 立

设相对论电子的初始能量为  $m_0c^2\gamma$ , 其中  $m_0$  是电子静止质量,  $c$  为光速,  $\gamma$  是相对论因子,

$$\gamma = (1 - \beta^2)^{-\frac{1}{2}} \quad (1)$$

式(1)中  $\beta = |\boldsymbol{\beta}| = |\mathbf{v}/c|$ , 这里  $\mathbf{v}$  是电子的运动速度;  $\boldsymbol{\beta}$  是相对论电子运动速度:  $\boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{\beta}_\perp + \beta_z$ , 这里  $\boldsymbol{\beta}_\perp$  是相对论电子的横向运动归一化速度,  $\beta_z$  是相对论电子纵向运动归一化速度。

假定摆动器内的光辐射是圆偏振辐射, 它的电场  $\mathbf{E}_r$  和磁场  $\mathbf{B}_r$  分别为

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E}_r &= E_0 [\cos(k_r z + \varphi + \omega_r t), -\sin(k_r z + \varphi - \omega_r t), 0], \\ \mathbf{B}_r &= \frac{E_0}{c} [\sin(k_r z + \varphi - \omega_r t), \cos(k_r z + \varphi - \omega_r t), 0]. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

式(2)中  $\omega_r$  是光辐射圆频率,  $\omega_r = 2\pi\nu_r$ ;  $k_r$  是波矢;  $\varphi$  是初相位常数;  $E_0$  是电场振幅

本文 1985 年 3 月 15 日收到。

假定迭加的梯度磁场  $B_{1m}$  方向沿  $z$  轴, 它的初始磁场强度为  $B_{10}$ ; 空间周期磁场  $B_{2m}$  方向沿  $y$  轴,  $z$  轴作周期变化, 其磁场振幅为  $B_{20}$ 、周期长度为  $\lambda_g$  (参见图 1), 就有:

$$\left. \begin{aligned} B_{1m} &= B_{10}(1+\alpha z, 0, 0)x, \\ B_{2m} &= B_{20}\left(0, \sin \frac{2\pi}{\lambda_g} z, 0\right)y, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式中  $\alpha$  是梯度因子, 可取正、负值。

相对论电子在磁场中的运动规律可由洛伦兹力方程描述:

$$\begin{aligned} \frac{dr}{dt} &= -\frac{|e|\hbar}{m_0c} \beta \cdot E \\ &= -\frac{|e|\hbar}{m_0c} [\beta_x E_0 \cos(k_r z + \varphi - \omega_r t) \\ &\quad - \beta_y E_0 \sin(k_r z + \varphi - \omega_r t)], \end{aligned} \quad (4)$$

$$\frac{d}{dt}(r\beta) = -\frac{|e|\hbar}{m_0c} (E_r + c\beta \times B), \quad (5)$$

式中  $e$  是电子电荷, 磁场  $B$  为摆动器内总磁场, 并有:

$$B = B_r + B_{1m} + B_{2m}. \quad (6)$$

在直角坐标系中,  $\frac{d}{dt}(r\beta)$  的三个分量分别为:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} r\beta_x &= -\frac{|e|\hbar}{m_0c} [E_0 \cos(k_r z + \varphi - \omega_r t) - c\beta_y B_{20} \sin \frac{2\pi}{\lambda_g} z \\ &\quad - E_0 \beta_x \cos(k_r z + \varphi - \omega_r t)]; \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} r\beta_y &= -\frac{|e|\hbar}{m_0c} [c\beta_x B_{10}(1+\alpha z) + E_0 \beta_y \sin(k_r z + \varphi - \omega_r t) \\ &\quad - E_0 \sin(k_r z + \varphi - \omega_r t)]; \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} r\beta_z &= -\frac{|e|\hbar}{m_0c} \left[ c\beta_x B_{20} \sin \frac{2\pi}{\lambda_g} z + E_0 \beta_x \cos(k_r z + \varphi - \omega_r t) - c\beta_y B_{10}(1+\alpha z) \right. \\ &\quad \left. - E_0 \beta_y \sin(k_r z + \varphi - \omega_r t) \right]. \end{aligned} \quad (9)$$

自由电子激光器的增益  $G(t)$  可表示为:

$$G(t) = -\langle \Delta r \rangle m_0 c^2 \rho_0 V 4\pi / E_0^2, \quad (10)$$

式中  $\rho_0$  为相对论电子束密度,  $V$  为体积,  $\langle \Delta r \rangle = \langle r - r_0 \rangle$  为相对论因子与初值之差的平均值。

我们利用电子计算机求解由式(4)、(7)、(8)、(9)、(10)组成的方程组。

### 三、结果与分析

为了与均匀磁场作用下的自由电子激光器作比较, 我们在计算过程中选择的初始条件与文献[3]中的条件尽可能相同, 即光辐射圆频率  $\omega_r = 1.884 \times 10^{12}$  Hz, 相对论因子初值  $r_0 = 47$ , 电子束密度  $\rho_0 = 10$  mA/cm<sup>2</sup>, 空间周期磁场振幅  $B_{20} = 0.24$  kGs, 周期长度  $\lambda_g$  的变化范围为 1~13.3 cm, 梯度磁场强度  $B_{10}$  在 0.24~1.2 kGs 范围内取值, 梯度因子  $\alpha$  在 -0.018~0.018 范围内选择。图 2 中实线表示迭加的梯度磁场取不同强度时的激光器极

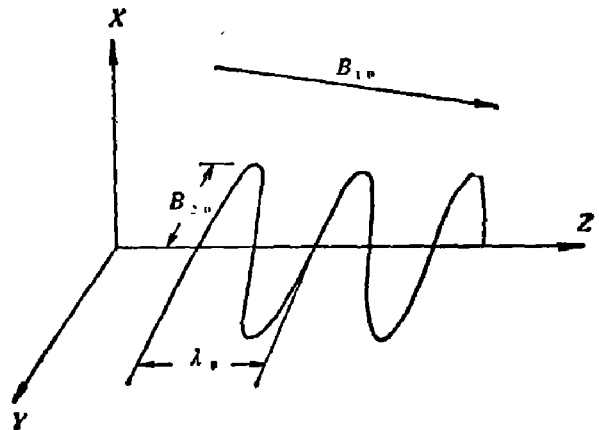


图 1 梯度磁场和周期磁场

Fig. 1 The gradient magnetic field and the periodic magnetic field

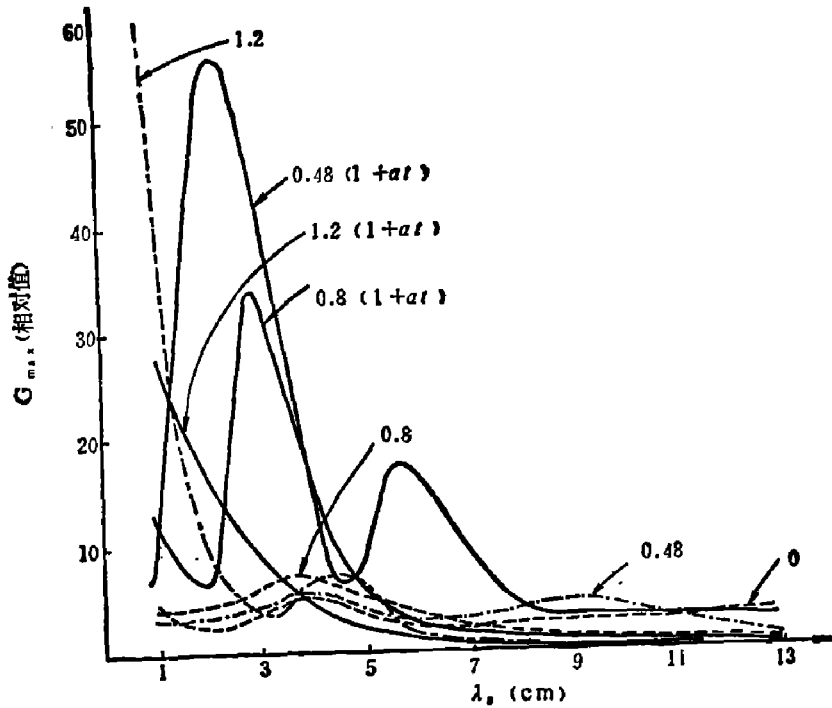


图2 迭加梯度磁场和均匀磁场时  $G_{\max}(t)$  与  $\lambda_g$  的关系曲线

Fig. 2 The relation between  $G_{\max}(t)$  and  $\lambda_g$  under the actions of gradient magnetic field and uniform magnetic field

大增益  $G_{\max}(t)$  与空间周期磁场周期长度  $\lambda_g$  之间的关系，虚线表示迭加均匀磁场的自由电子激光器极大增益与  $\lambda_g$  的关系 (其中标 0 的曲线表示不迭加磁场的情况)。

根据图 2 可得出以下结论:

1. 在磁场强度相同的条件下, 迭加梯度磁场比迭加均匀磁场所获得的激光器增益在一定范围内有较明显的增加。特别是在迭加梯度磁场强度为 0.48 kGs 的情况下, 只要  $\lambda_g$  在 1~8 cm 范围内, 其增益就比迭加同等强度的均匀磁场有较大的增加。

2. 仅当迭加均匀磁场强度  $B_{10}$  取 1.2 kGs、 $\lambda_g$  在 1 cm 附近时, 自由电子激光器的增益才比不迭加均匀磁场的激光器有数量级的增加, 当  $B_{10}$  取其它值时, 激光器增益比不迭加均匀磁场的增益只略有增加。相比之下, 在强度为 0.48 kGs 和 0.8 kGs 的梯度磁场作用下, 当  $\lambda_g = 1 \sim 5$  cm 时, 自由电子激光器的增益比不迭加梯度磁场有数量级的增加。

由此可见, 要使自由电子激光器获得较大增益, 迭加梯度磁场对工作条件的要求比迭加均匀磁场低得多。

图 3 给出 0.48 kGs 梯度磁场作用下的自由电子激光器增益  $G(t)$  与梯度因子  $\alpha$  之间的关系。从图中可以看出,  $G(t)$  不仅与  $\lambda_g$  有关, 而且与  $\alpha$  密切相关。在选定  $\lambda_g$  的情况下, 在  $\alpha$  从 -0.018 至 0.018 范围内, 增益不仅有一个最大峰值, 而且还有几个小峰值。不同  $\lambda_g$  对应的  $G(t)$  最大峰值的位置都不相同, 可见增益  $G(t)$  与  $\alpha$  也不是线性关系。

图 4 表示极大增益  $G_{\max}(t)$  时  $\lambda_g$  与  $\alpha$  的匹配关系。从图 4 可清楚地看出, 迭加梯度磁场的自由电子激光器, 其增益最佳点的位置随着  $\lambda_g$  的增大,  $\alpha$  在 -0.018 至 0.018 范围内来回摆动。在  $B_{10} = 0.48$  kGs 的情况下, 获得增益极大值  $G_{\max}(t)$  的最佳匹配位置是  $\lambda_g = 2$  cm,  $\alpha = -0.004$ 。

图 5 给出当  $\alpha$  因子取定值时, 增益  $G(t)$  与梯度磁场强度  $B_{10}$  的对应关系。从图 5 可看

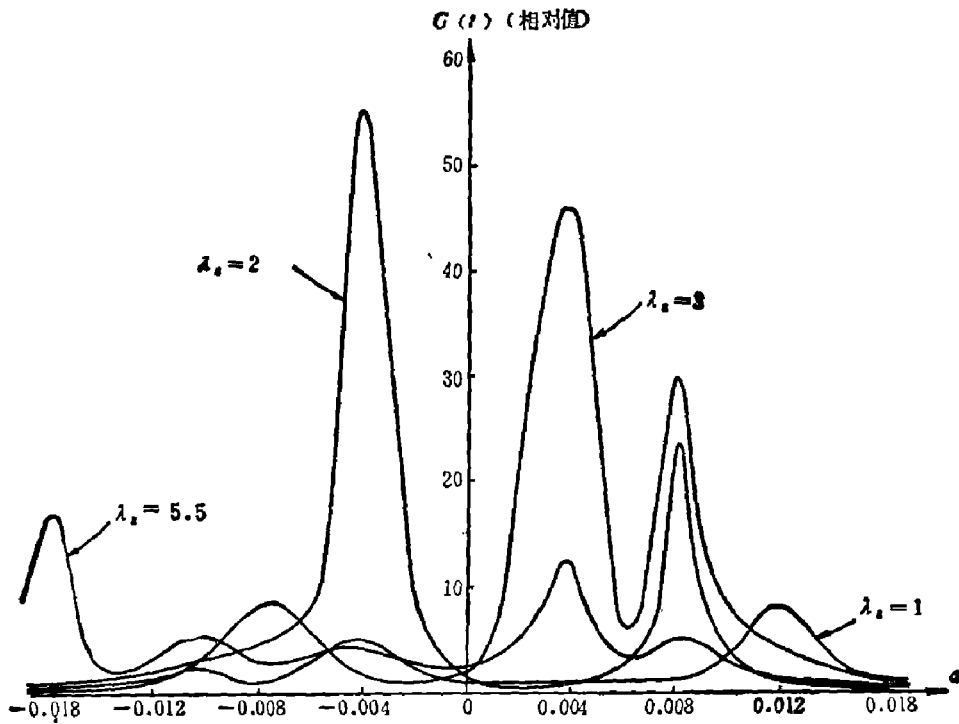


图3  $G(t)$ 与 $\alpha$ 的关系曲线( $B_1=0.48\text{kGs}$ )  
 Fig. 3 The relation between  $G(t)$  and  $\alpha$  when  $B_1=0.48\text{ kGs}$

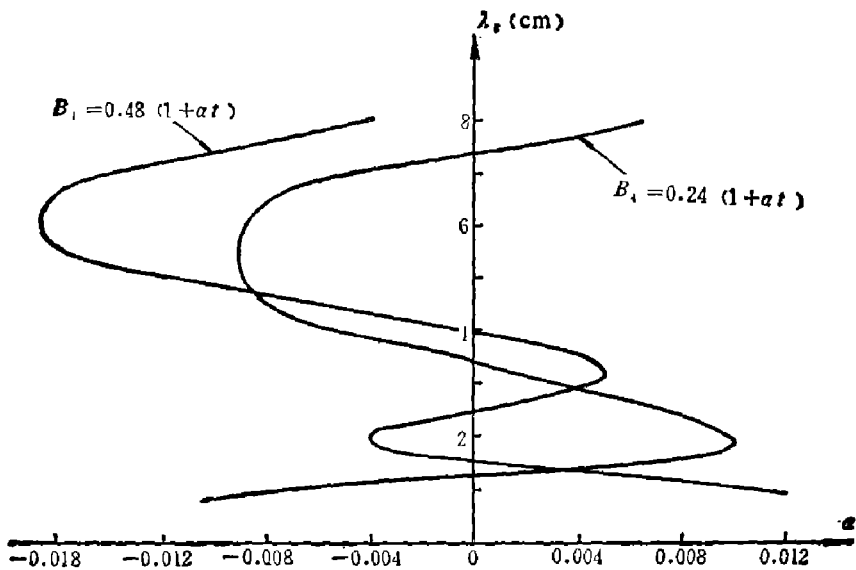


图4  $B_1$ 取定值时 $G_{\text{max}}(t)$ 对应的 $\lambda_g$ 与 $\alpha$ 的匹配特性曲线  
 Fig. 4 The dependence of  $\lambda_g$  on  $\alpha$  for  $G_{\text{max}}(t)$  at constant  $B_1$

出: 当  $B_{10}=0.48\text{ kGs}$ 、 $\alpha$  因子为  $\pm 0.004$  和  $0.008$  时, 激光器增益均比不迭加梯度磁场高  $5\sim 10$  倍。结合图3和图4, 可知与其相匹配的  $\lambda_g$  值分别为  $2$ 、 $3$ 、 $5.5\text{ cm}$ , 这进一步表明迭加梯度磁场的自由电子激光器要获得较高增益的工作条件有较宽的选择范围。

通过以上分析, 我们认为梯度磁场作用下的自由电子激光器, 其空间周期磁场强度与梯度磁场强度之比为  $1:2$  时, 可达到较高的激光增益特性。

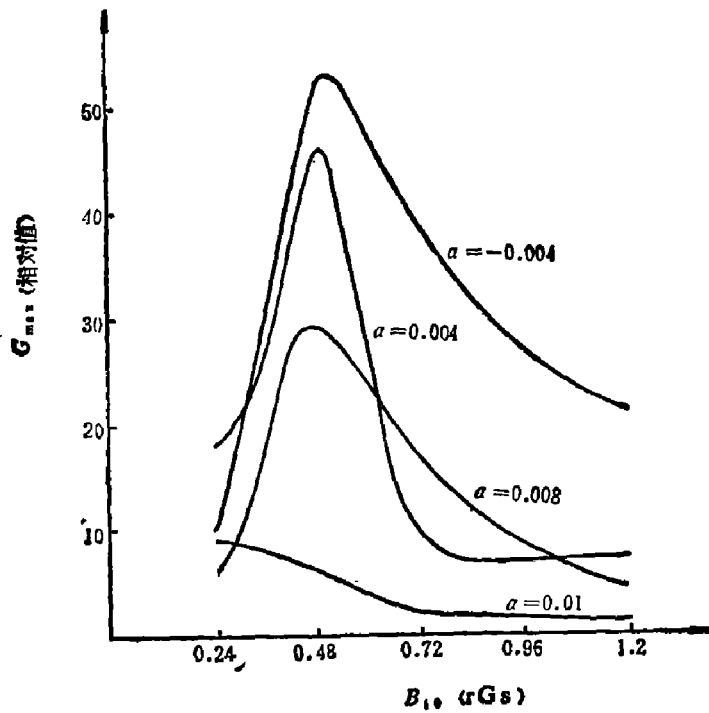


图5  $\alpha$ 取定值时  $G_{\max}(t)$ 与  $B_{10}$  的对应关系

Fig. 5 The relation between  $G_{\max}(t)$  and gradient magnetic field  $B_{10}$  at constant  $\alpha$

### 参 考 文 献

- [1] Granatstein V. L., *Phys. Rev.*, **A17**(1978), 1792.
- [2] Bernstein I. B. and Friedland L., *Phys. Rev.*, **A23**(1981), 816.
- [3] 赵东焕、陈建文、雷仕湛, *中国激光*, **12**(1985), 2.

## GAIN PROPERTIES OF FREE-ELECTRON LASERS UNDER THE ACTIONS OF GRADIENT MAGNETIC FIELD

ZHAO DONGHUAN, LEI SHIZHAN, CHEN JIANWEN  
(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

### ABSTRACT

Gain properties of free-electron lasers are calculated in which a gradient magnetic field is superposed on a spacially periodic magnetic field along the axis of the wiggler. It is shown that better operating properties of laser gain are obtained by the use of gradient magnetic field than of uniform magnetic field.