

# 亚毫米波段准光学双圆锥腔体的理论分析和计算

(详细摘要\*)

胡晓潮 王士杰

(中国科学院上海技术物理研究所)

**摘要**——本文通过对双圆锥腔体的理论分析和计算,先求出腔内电磁场的分布,再求得触丝的阻抗及系统对高斯光束的接收系数。并求出了光束匹配条件。触丝阻抗的计算结果与模拟实验结果很接近。

## 一、引 言

亚毫米波段的元件尺寸与辐射波长可相比拟,因此电磁波的传输应采用准光学形式。即以一定束腰尺寸的高斯束在开放空间中进行传播<sup>[1]</sup>,这种方法兼容了微波技术和光学技术的特点。

最早由 J. J. Gustincio 提出的双圆锥混频器是很典型的准光学接收器。这种双圆锥腔体准光学外差接收器具有接收稳定、安装简便、接收效率高、噪声抑制较大等优点。J. J. Gustincio 用这种混频器在 360GHz 和 761GHz 做了接收实验,实验中测出的单边带变频损耗分别是 14 dB 和 19 dB<sup>[2]</sup>。但至今尚无详细的理论计算和分析。

我们求出了加载后的双圆锥腔体的电磁场分布,计算和分析了输入阻抗及接收系数与腔体几何尺寸的关系,并求出了获得高接收系数的条件,从而为计算和优化腔体提供了理论基础和设计方法。

## 二、电磁场的计算

将双圆锥腔体按几何结构分成三个区域,如图 1 所示。每个区域的边界都是连续光滑的,且有对应的坐标面与其吻合。这里必须预先求得每个区域中的电磁场模式,然后在区域的边界上进行匹配,就可得到整个系统内的电磁场分布,由这个分布可以计算输入阻抗和接收系数。

当 II 区中的双圆锥锥角不太小时,通过分析,得到电磁场切向分量的模式是:

本文 1985 年 1 月 22 日收到。修改稿 1985 年 3 月 18 日收到。

\* 全文将发表于《红外研究》英文版(1985)。

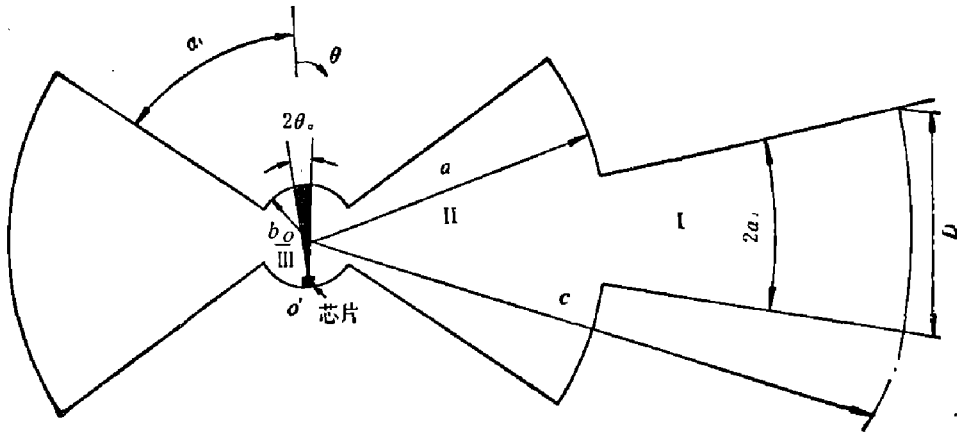


图1 双圆锥腔体示意图

Fig 1 Diagram of a biconical cavity

$$\mathbf{E}_{\nu m} = \begin{cases} \frac{k}{r} \frac{(A_0 \cos kr - B_0 \sin kr)}{\sin \theta} \cdot \mathbf{e}_\theta & (m = \nu = 0), \\ \frac{k}{r} \left\{ \left[ \frac{n\pi}{\pi - 2\alpha_1} \cdot Q_1^{\text{II}}(r) - \frac{m}{\sin \theta} \cdot Q_2^{\text{II}}(r) \right] \cdot \cos m\varphi \cdot \cos \left[ \frac{n\pi}{\pi - 2\alpha_1} (\theta - \alpha_1) \right] \mathbf{e}_\theta \right. \\ \left. - \left[ \frac{m}{\sin \theta} Q_1^{\text{II}}(r) + \frac{n\pi}{\pi - 2\alpha_1} Q_2^{\text{II}}(r) \right] \cdot \sin m\varphi \cdot \sin \left[ \frac{n\pi}{\pi - 2\alpha_1} (\theta - \alpha_1) \right] \cdot \mathbf{e}_\varphi \right\} & (m + \nu \neq 0) \end{cases} \quad (1)$$

$$\mathbf{H}_{\nu m} = \begin{cases} \frac{k}{rjz_0} \frac{(A_0 \sin kr + B_0 \cos kr)}{\sin \theta} \cdot \mathbf{e}_\varphi & (\nu = m = 0), \\ \frac{k}{rjz_0} \left\{ \left[ \frac{n\pi}{\pi - 2\alpha_1} \cdot Q_3^{\text{II}}(r) + \frac{m}{\sin \theta} Q_4^{\text{II}}(r) \right] \cos \left[ \frac{n\pi}{\pi - 2\alpha_1} (\theta - \alpha_1) \right] \cdot \cos m\varphi \mathbf{e}_\varphi \right. \\ \left. + \left[ \frac{m}{\sin \theta} Q_3^{\text{II}}(r) - \frac{n\pi}{\pi - 2\alpha_1} Q_4^{\text{II}}(r) \right] \sin \left[ \frac{n\pi}{\pi - 2\alpha_1} (\theta - \alpha_1) \right] \cdot \sin m\varphi \mathbf{e}_\theta \right\} & (\nu + m \neq 0), \end{cases} \quad (2)$$

其中

$$Q_1^{\text{II}}(r) = \frac{A_\nu \hat{N}'_\nu(kr)}{\hat{N}'_\nu(ka)} + \frac{B_\nu \hat{J}'_\nu(kr)}{\hat{J}'_\nu(ka)},$$

$$Q_2^{\text{II}}(r) = \frac{C_\nu \hat{N}_\nu(kr)}{\hat{N}_\nu(ka)} + \frac{D_\nu \hat{J}_\nu(kr)}{\hat{J}_\nu(ka)},$$

$$Q_3^{\text{II}}(r) = \frac{A_\nu \hat{N}_\nu(kr)}{\hat{N}'_\nu(ka)} + \frac{B_\nu \hat{J}_\nu(kr)}{\hat{J}'_\nu(ka)},$$

$$Q_4^{\text{II}}(r) = \frac{C_\nu \hat{N}'_\nu(kr)}{\hat{N}_\nu(ka)} + \frac{D_\nu \hat{J}'_\nu(kr)}{\hat{J}_\nu(ka)},$$

$$\hat{N}_\nu(x) = \sqrt{x} N_{\nu+1/2}(x), \quad \hat{N}'_\nu(x) = \frac{d}{dx} \hat{N}_\nu(x),$$

$$\hat{J}_\nu(x) = \sqrt{x} J_{\nu+1/2}(x), \quad \hat{J}'_\nu(x) = \frac{d}{dx} \hat{J}_\nu(x),$$

式中  $\nu = \sqrt{\left(\frac{n\pi}{\pi - 2\alpha_1}\right)^2 + m^2 - 0.25} - 0.5$ ,  $m, n$  是正整数,  $A_\nu, B_\nu, C_\nu$  和  $D_\nu$  是模式系数,

$J_\nu(x)$  和  $N_\nu(x)$  分别是第一和第二类贝塞耳函数。

在亚毫米波段, III 区喇叭口对场的扰动可忽略不计, 切向电磁场的模式是:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{\nu m} = & \frac{K}{r} \left\{ \left[ \frac{n\pi}{2\alpha_2} Q_1^{\text{III}}(r) - \frac{(2m+1)\pi}{2\varphi_0} Q_2^{\text{III}}(r) \right] \cos \left[ \frac{(2m+1)\pi}{2\varphi_0} \varphi \right] \right. \\ & \cdot \cos \left[ \frac{n\pi}{2\alpha_2} \left( \theta + \alpha_2 - \frac{\pi}{2} \right) \right] \mathbf{e}_\theta - \left[ \frac{(2m+1)\pi}{2\varphi_0} Q_1^{\text{III}}(r) - \frac{n\pi}{2\alpha_2} Q_2^{\text{III}}(r) \right] \\ & \left. \cdot \sin \left[ \frac{(2m+1)\pi}{2\varphi_0} \varphi \right] \sin \left[ \frac{n\pi}{2\alpha_2} \left( \theta + \alpha_2 - \frac{\pi}{2} \right) \right] \cdot \mathbf{e}_\varphi \right\}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_{\nu m} = & \frac{K}{rjz_0} \left\{ \left[ \frac{(2m+1)\pi}{2\varphi_0} Q_3^{\text{III}}(r) - \frac{n\pi}{2\alpha_2} Q_4^{\text{III}}(r) \right] \cdot \sin \left[ \frac{(2m+1)\pi}{2\varphi_0} \varphi \right] \right. \\ & \cdot \sin \left[ \frac{n\pi}{2\alpha_2} \left( \theta + \alpha_2 - \frac{\pi}{2} \right) \right] \cdot \mathbf{e}_\theta + \left[ \frac{n\pi}{2\alpha_2} Q_3^{\text{III}}(r) + \frac{(2m+1)\pi}{2\varphi_0} Q_4^{\text{III}}(r) \right] \\ & \left. \cdot \cos \left[ \frac{(2m+1)\pi}{2\varphi_0} \varphi \right] \cdot \cos \left[ \frac{n\pi}{2\alpha_2} \left( \theta + \alpha_2 - \frac{\pi}{2} \right) \right] \cdot \mathbf{e}_\varphi \right\}, \end{aligned} \quad (4)$$

其中

$$Q_1^{\text{III}}(r) = \frac{M_{\nu m} \hat{H}'_\nu(Kr)}{\hat{H}'_\nu(Ka)},$$

$$Q_2^{\text{III}}(r) = \frac{F_{\nu m} \hat{H}_\nu(Kr)}{\hat{H}_\nu(Ka)},$$

$$Q_3^{\text{III}}(r) = \frac{M_{\nu m} \hat{H}_\nu(Kr)}{\hat{H}'_\nu(Ka)},$$

$$Q_4^{\text{III}}(r) = \frac{F_{\nu m} \hat{H}'_\nu(Kr)}{\hat{H}_\nu(Ka)},$$

$$\hat{H}_\nu(x) = \sqrt{x} H_{\nu+1/2}^{(2)}(x),$$

$$\hat{H}'_\nu(x) = \frac{d}{dx} \hat{H}_\nu(x),$$

$M_{\nu m}$ 、 $F_{\nu m}$  是模式系数,

$$\nu = \sqrt{\left( \frac{n\pi}{2\alpha_2} \right)^2 + \left( \frac{2m+1}{2\varphi_0} \pi \right)^2} - 0.25 - 0.5,$$

$m$ 、 $n$  是整数,  $H_\nu^{(2)}(x)$  是第二类 Hankel 函数,  $2\varphi_0$  是喇叭在  $\varphi$  方向的张角。

I 区切向电磁场的模式是:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{\nu m} = & \frac{K}{r} \left\{ \frac{(g \cos Kr' - I_0 \sin Kr')}{\sin \theta} + \left[ Q_1^{\text{I}}(r) \frac{d}{d\theta} L_\nu^m \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{m}{\sin \theta} \bar{L}_\nu^m Q_2^{\text{I}}(r) \right] \cos m\varphi \right\} \mathbf{e}_\theta + \frac{K}{r} \left[ \frac{d}{d\theta} \bar{L}_\nu^m Q_2^{\text{I}}(r) \right. \\ & \left. - \frac{m}{\sin \theta} L_\nu^m Q_1^{\text{I}}(r) \right] \cdot \sin m\varphi \mathbf{e}_\varphi, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_{\nu m} = & \frac{K}{rjz_0} \left\{ \left[ \frac{m}{\sin \theta} L_\nu^m Q_3^{\text{I}}(r) + \frac{d}{d\theta} \bar{L}_\nu^m Q_4^{\text{I}}(r) \right] \sin m\varphi \mathbf{e}_\theta \right. \\ & \left. + \left[ \frac{d}{d\theta} L_\nu^m Q_3^{\text{I}}(r) + \frac{m}{\sin \theta} \bar{L}_\nu^m Q_4^{\text{I}}(r) \right] \cdot \cos m\varphi \mathbf{e}_\varphi \right\}, \end{aligned} \quad (6)$$

其中

$$Q_1^{\text{I}}(r) = \frac{G_{\nu m} \hat{J}'_\nu(Kr)}{\hat{J}'_\nu(Kb)},$$

$$Q_2^{\text{I}}(r) = \frac{H_{\nu m} \hat{J}_\nu(Kr)}{\hat{J}_\nu(Kb)},$$

$$Q_3^{\text{I}}(r) = \frac{G_{\nu m} \hat{J}_\nu(Kr)}{\hat{J}'_\nu(Kb)},$$

$$Q_4^I(r) = \frac{H_{2m}^I J'_\nu(Kr)}{J'_\nu(Kb)},$$

$$r' = \sqrt{r^2 + b^2 + 2rb \cos \theta},$$

$I_0, g, G_{\nu m}$  和  $H_{\nu m}$  是模式系数,  $\bar{L}_\nu^n$  和  $L_\nu^n$  是在触丝上分别满足第一类和第二类边界条件的球函数。

令各切向场分量在不同区域之间的窗口上连续, 就可以得到各模式系数的线性方程组。这里采用了 Galerkin 方法, 并预先考虑好场的奇异性<sup>[3]</sup>, 使模式收敛很快。

将窗口(II 区与 III 区连接处)上的切向电场取为如下形式:

$$\mathbf{e}^{\text{II-III}} = \varepsilon_\theta^{\text{II-III}} \mathbf{e}_\theta + \varepsilon_\varphi^{\text{II-III}} \mathbf{e}_\varphi, \quad (7)$$

其中

$$\varepsilon_\theta^{\text{II-III}} = \left[ 1 - \frac{\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)^2}{\alpha_2^2} \right]^{-\frac{1}{3}} \left( 1 - \frac{\varphi^2}{\varphi_0^2} \right)^{\frac{2}{3}} \sum_{ij} R_{ij} C_i \left( \frac{\pi}{2} - \theta \right) C_j(\varphi), \quad (8)$$

$$\varepsilon_\varphi^{\text{II-III}} = \left[ 1 - \frac{\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)^2}{\alpha_2^2} \right]^{\frac{2}{3}} \left( 1 - \frac{\varphi^2}{\varphi_0^2} \right)^{-\frac{1}{3}} \sum_{ij} T_{ij} C_i \left( \frac{\pi}{2} - \theta \right) C_j(\varphi), \quad (9)$$

$C_i(x)$  是 Gegenbauer 多项式<sup>[4]</sup>,  $R_{ij}$  和  $T_{ij}$  是待定系数, 按同样形式可写出 I 区和 II 区交界处窗口上场  $\mathbf{e}^{\text{I-II}}$  的表达式。

令窗口上电场等于式(7)表示的奇异场:

$$\sum_{\nu m} \mathbf{E}_{\nu m}^{\text{I}}|_{r=b} = \sum_{\nu m} \mathbf{E}_{\nu m}^{\text{II}}|_{r=b} = \mathbf{e}^{\text{I-II}}, \quad (10)$$

$$\sum_{\nu m} \mathbf{E}_{\nu m}^{\text{II}}|_{r=a} = \sum_{\nu m} \mathbf{E}_{\nu m}^{\text{III}}|_{r=a} = \mathbf{e}^{\text{II-III}}. \quad (11)$$

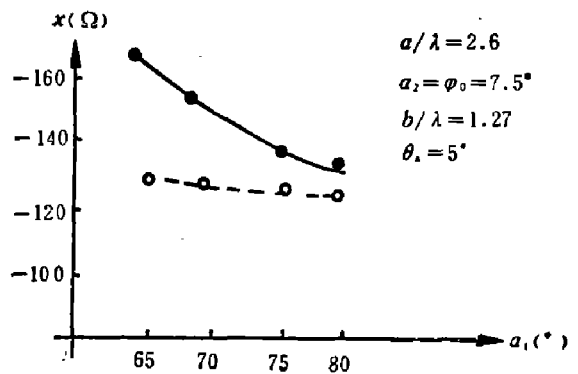
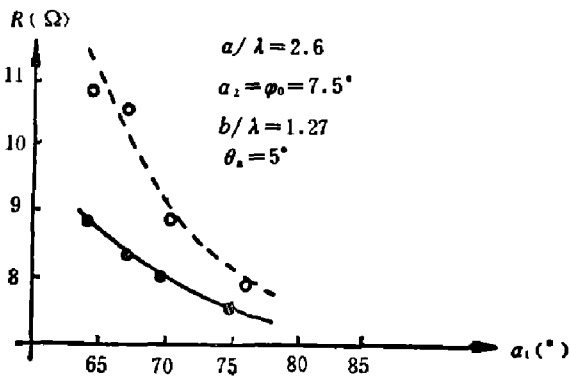
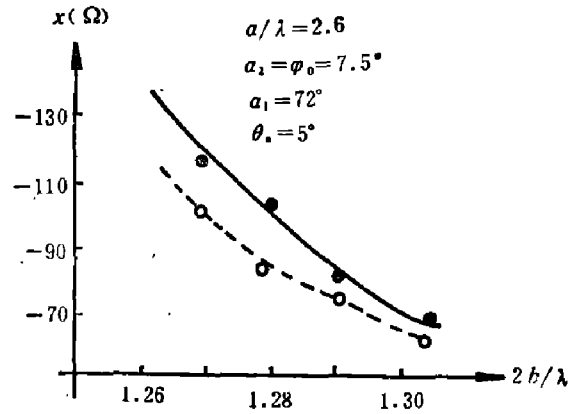
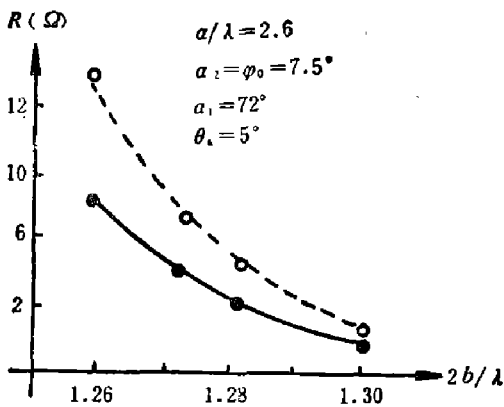


图2 输入阻抗  $R$  与触丝长度  $b$  以及双圆锥锥角  $\alpha_1$  的关系曲线

Fig. 2 Input impedance versus the length of whisker  $b$  and biconical angle  $\alpha_1$

由各模式的正交关系可将场中各模式系数用  $R_{ij}$  和  $T_{ij}$  等表示, 用 Galerkin 法可得到关于  $R_{ij}$  和  $T_{ij}$  的线性方程组。由于  $i, j$  很小, 求解较容易。

我们用解得的场求出触丝阻抗与触丝长度和锥角的关系, 并与模拟实验曲线进行对比, 结果如图 2 所示。

由计算结果可知, 触丝阻抗随触丝长度的变化比较显著。尤其当触丝长度接近于谐振长度  $\frac{5\lambda}{4}$  时, 电阻明显增大。这表明在亚毫米波段计算腔体特性参数时必须考虑触丝的影响。

由图 2 还可知  $\alpha_1$  的改变对触丝电阻影响不十分显著, 电阻随  $\alpha_1$  增大而减小。这与微波模型中给出的输入电阻随  $\alpha_1$  的变化关系是一致的, 但在微波模型中阻抗对触丝无依赖关系, 阻抗由双锥体的锥角决定<sup>[5]</sup>。

### 三、接收系数

接收系数  $\eta_r$  为

$$\eta_r = qK^2 w_0^4 p \int_0^{2\pi} \int_0^\pi G(\theta, \varphi) \exp\left[\frac{-2\pi^2 \sin^2 \theta W_0^2}{\lambda^2}\right] \cdot \sin \theta \cos \theta \cdot d\theta d\varphi, \quad (12)$$

其中  $G(\theta, \varphi)$  是方向增益系数,  $W_0$  是被接收的高斯束的束腰半宽度,  $p$  是极化系数,  $q$  是普适常数。要使  $\eta_r$  大, 必须使  $G(\theta, \varphi)$  的曲线形状与高斯束的傅里叶谱的曲线形状尽可能地重合, 这必须满足以下两个条件:

$$\frac{\alpha}{\lambda} < \frac{0.56}{\varphi_0} - 0.8 \quad (13)$$

和

$$W_0 = \frac{D}{\pi}. \quad (14)$$

此时高斯光束和双圆锥腔是匹配的。

### 四、结 论

双圆锥腔体的输入阻抗与触丝锥角、双圆锥的锥角及腔体半径都有关, 其中尤以触丝的长度对输入阻抗影响最大。

由于光束匹配条件与触丝及双圆锥锥角无关, 在设计腔体时可将阻抗匹配和光束匹配分开考虑, 容易同时实现两个匹配。

### 参 考 文 献

- [1] Goldsmith P. F., *Infrared and Millimeter Waves*, Eds. Kenneth J. Button, Academic Press, Vol. 6, 1982, 277.
- [2] Gustincic J. J., *IEEE Cat*, CH1219—5 MTT(1977), 99~101.
- [3] Lyapin V. P. Mrkhalevsky V. S. and Sinyavaky G. P., *IEEE Trans*, MTT-30 (1982), 7: 1107.
- [4] 王竹溪、郭孰仁, 特殊函数概论, 科学出版社, 1965, 305~308.
- [5] Culshaw W., *IEE Trans*, MTT-9 (1961), 137~144.

# ANALYSES AND CALCULATIONS FOR QUASI-OPTICAL BICONICAL CAVITY IN SUBMILLIMETER BAND

HU XIAOCHAO, WANG SHIJIE

*(Shanghai Institute of Technical Physics, Academia Sinica)*

## ABSTRACT

Through theoretical analyses and calculations for a biconical cavity, the distribution of electromagnetic field in the cavity, and then the impedance of a whisker and the receiving coefficient of the system are found. The condition of beam matching is obtained. The calculated results of whisker impedance are consistent quite well with those by analog experiments.