4(1985), 3: 169~174

红 外 研 究
Chin. J. Infrared Res.

大气中红外相干探测系统的信噪比

宋正方　顾慰渝　刘晓春

(中国科学院安徽光机所)

摘要——我们从实验资料的分析中发现，以前的理论不能满意地解释实验结果，尝试通过其他途径进行解释。根据变型 Von Karman 谱并利用相干长度的新定义推导出归一化信噪比函数的普遍表达式。计算结果指出，考虑外尺度的作用后，大气相干长度与外差探测效率将会增大。实验数据支持了上述理论预测。

一、引　言

相干探测技术是实现高灵敏度和高光谱分辨率红外辐射探测的一条重要途径。根据这种原理制成的外差辐射计已成功地应用于太阳(月亮或其他星体)辐射的整层大气透过率测量、大气污染物的地面与空中监测以及大气温度的遥测等领域。外差技术还可用于红外天文学、目标识别与跟踪、测距与测绘等方面，因此近来日益受到重视。但是，应当承认，这项技术的实际应用目前还没有得到令人满意的进展。这是多种原因造成的，而大气湍流的扰动也是值得考虑的限制因素之一。

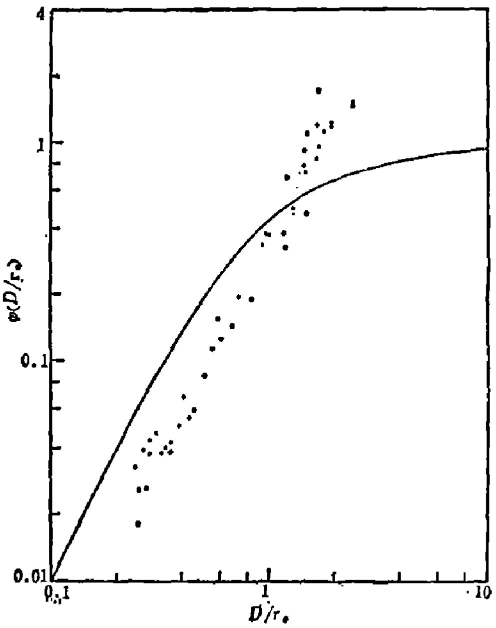

图 1　归一化信噪比的实验与理论比较
(1979 年 10 月 10、11 日，用 Fried 公式)

Fried[1]、Lutomirski 和 Yura[2] 已对大气湍流如何影响外差探测系统的问题作过全面的研究，其结果已得到广泛引用。大气湍流对外差探测的影响可由三个互相关联的参数来描述，这就是归一化信噪比、大气相干长度和外差探测效率。其中第一个参数是理论研究的核心，但迄今少见有说服力的实验验证。我们对以前的实验作了分析，发现利用 Fried 理论计算归一化信噪比时，约有 30% 的计算结果大于 1(参见图 1)；而按参考文献[2]进行计算，也没能很好地解决这个问题[3]。显然，归一化信噪比大于 1 是不合理的，因此有必要从理论上作出合理的解释。

本文 1984 年 4 月 24 日收到。

二、归一化信噪比

为便于阐述起见，在进一步讨论之前需要对以前的工作进行必要的回顾。

根据湍流大气的波传播理论，受湍流影响的外差探测系统的归一化信噪比为[1]：

$$\psi\left(\frac{D}{r_0}\right)=\frac{16}{\pi D^2 r_0^2}\int_0^D r dr\left[D^2\cos^{-1}\left(\frac{r}{D}\right)-r(D^2-r^2)^{1/2}\right]\exp\left[-\frac{1}{2}\mathscr{D}(r)\right],\ (r\leqslant D) \quad (1)$$

式中 D 为接收孔径的直径，r_0 为大气相干长度，$\mathscr{D}(r)$ 为波结构函数。在平面波情况下 $\mathscr{D}(r)$ 由下式给出：

$$\mathscr{D}(r)=8\pi^2k^2z\int_0^\infty[1-J_0(Kr)]\Phi_n(K)K\,dK, \quad (2)$$

其中 $k=\frac{2\pi}{\lambda}$（λ 为辐射波长），z 为传播距离，$J_0(Kr)$ 为零阶贝塞尔函数，$\Phi_n(K)$ 为折射率起伏的谱函数。在 Kolmogorov 模型中，

$$\Phi_n(K)=0.033C_n^2K^{-11/3},\ (K_0\leqslant K\leqslant K_m) \quad (3)$$

这里 $K_0=1/L_0$、$K_m=5.92/l_0$，L_0 和 l_0 分别为湍流的外尺度与内尺度，C_n 为折射率结构常数，其平方值即为湍流强度。由式 (2) 得到：

$$\mathscr{D}(r)=2.91C_n^2k^2zr^{5/3}。 \quad (4)$$

波结构函数也可以用相干长度 r_0 来表示：

$$\mathscr{D}(r)=6.88\left(\frac{r}{r_0}\right)^{5/3}, \quad (5)$$

数值 6.88 称为归一化常数，是在归一化条件下（即 $D/r_0\to\infty$），由 $\psi\left(\frac{D}{r_0}\right)\to1$ 确定的。由式 (4)、(5) 可知：

$$r_0=1.67C_n^{-6/5}k^{-6/5}z^{-3/5}。 \quad (6)$$

上述公式是不考虑湍流尺度影响情况下的基本结果。实际上，外差探测系统为了提高信噪比而使用了较大的接收孔径，外尺度的影响不能不考虑。而内尺度的影响因探测距离一般较远，仍可忽略不计。这时应当采用变型 Von Karman 谱函数：

$$\Phi_n(K)=0.033C_n^2(K^2+K_0^2)^{-11/6}。 \quad (7)$$

将式 (7) 代入式 (2)，作积分运算，整理后得到：

$$\mathscr{D}(r)=2.91C_n^2k^2zr^{5/3}f(r), \quad (8)$$

其中

$$\left.\begin{aligned}&f(r)=1+\sum_{n=1}^\infty\left[a_n-b_n\left(\frac{r}{L_0}\right)^{-5/3}\right]\left(\frac{r}{L_0}\right)^{2n},\\&a_n=\Gamma(11/6)/2^{2n}n!\,\Gamma(n+11/6),\\&b_n=0.169\Gamma(1/6)/2^{2n-5/3}n!\,\Gamma(n+1/6)。\end{aligned}\right\} \quad (9)$$

当 $r/L_0<1$ 时，n 仅取一项即可达到足够的精度，于是式 (7) 简化为：

$$\mathscr{D}(r)=2.91C_n^2k^2zr^{5/3}\left[1-0.8048\left(\frac{r}{L_0}\right)^{1/3}+0.136\left(\frac{r}{L_0}\right)^2\right]。 \quad (10)$$

不难看出，公式 (4) 及文献 [2] 中的结果分别为这里的零阶近似和一阶近似。

现在我们来推导计及外尺度作用的归一化信噪比的函数表达式。为此，首先需确定有

限外尺度情况下相干长度 R_0 的定义:

$$\mathscr{D}(r)=A\left(\frac{r}{R_0}\right)^{5/3}\frac{f(r)}{f(R_0)}。\tag{11}$$

上述定义中的 R_0 具有与 Fried 所定义的 r_0 相类似的物理意义，即当外差接收孔径为 R_0 时，其畸变效应具有严格的极限性[1]。根据式 (11) 的定义，再引入无量纲参数 $\alpha=D/R_0$、$\beta=D/L_0$、$u=r/D$，归一化信噪比函数可改写为:

$$\psi(\alpha)=\frac{16}{\pi}\alpha^2\int_0^1 udu\left[\cos^{-1}u-u(1-u^2)^{1/2}\right]\exp\left[-\frac{A}{2}\alpha^{5/3}u^{5/3}g(\alpha,\ \beta,\ u)\right]。\tag{12}$$

函数 $g(\alpha,\ \beta,\ u)$ 由下式给出:

$$g(\alpha,\ \beta,\ u)=\frac{1+\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left[a_n-b_n(\beta u)^{-5/3}\right](\beta u)^{2n}}{1+\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left[a_n-b_n\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{-5/3}\right]\left(\frac{\beta}{\alpha}\right)^{2n}}。\tag{13}$$

式 (11)、(12) 中的归一化常数 A 仍由前述的“归一化”条件确定，不过这时 A 值是 β 的函数。图 2 表示归一化常数与相对于湍流外尺度的接收孔径的关系。

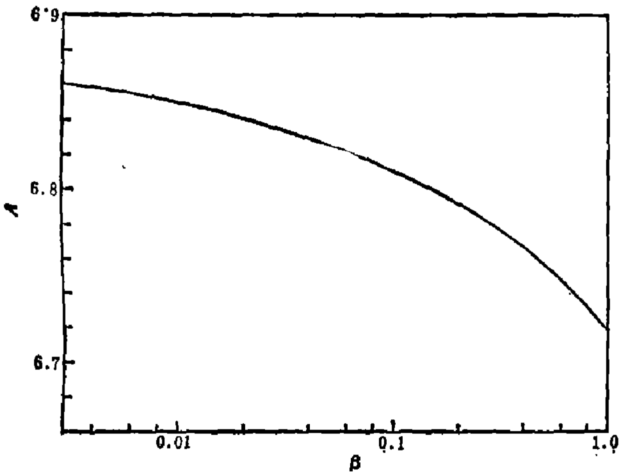

图 2 归一化常数 A 与相对于湍流外尺度的接收孔径 β 的关系

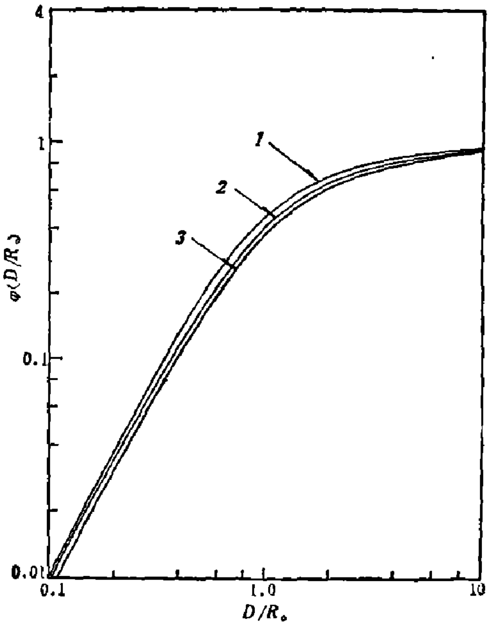

图 3 归一化信噪比函数

1—$\beta=0$; 2—$\beta=0.1$; 3—$\beta=0.4$

图 3 是归一化信噪比函数 $\psi(\alpha)$ 的计算结果，其中取 $\beta=0$、0.1、0.4 三种情况。图中曲线 1 即为大家熟知的 Fried 的结果。我们可以看到，在外尺度为有限值的情况下，当接收孔径一定时，随着外尺度的减小，归一化信噪比将有所降低。这个结论是与文献[2]相抵触的。后者认为使用变型 Von Karman 模式将能得到比 Fried 稍大的信噪比，且信噪比的增加量与辐射传播距离对辐射场衰落到 e^{-1} 时的距离之比值有关。我们分析了出现这种差别的原因，认为文献 [2] 所讨论的并不是外差系统的极限性能，所以得出了不同的结论。

三、大气相干长度与外差探测效率

根据上述有关公式可导出:

$$R_0 f^{3/5}(R_0) = 0.314\, A^{3/5} r_0, \tag{14}$$

式中 r_0 由式 (6) 给出。由式 (14) 可确定有限外尺度情况下的大气相干长度 R_0。图 4 列举了几种外尺度情况下的 R_0 与 r_0 的关系曲线。这里仅计算 $D=0.2\,\mathrm{m}$ 的情况，但也适合于其他实际使用的接收孔径。只要 D 值不太大也不太小，对 R_0 的影响就甚微。从该图可知，考虑了外尺度的作用后，相干长度 R_0 将普遍大于无限外尺度时的 r_0。随着外尺度的减小，两者的差别将越来越大。这个事实意味着外差探测系统的相干性损失将随外尺度的减小而降低。

在上述讨论的基础上再考察外差探测效率问题。就大气影响而言，外差效率 η 可定义为在湍流大气中的信噪比与自由空间中的信噪比的比值。不难证明：

$$\eta = \frac{R_0^2}{D^2}\, \psi\left(\frac{D}{R_0}\right)。 \tag{15}$$

式 (15) 揭示了湍流外尺度影响的实际效果。由于 $\eta \propto R_0^2$，而 $\psi\left(\frac{D}{R_0}\right)$ 仅稍有降低，因此同无限外尺度场合相比，外差效率将会提高。图 5 所示的曲线完全符合这一结论。

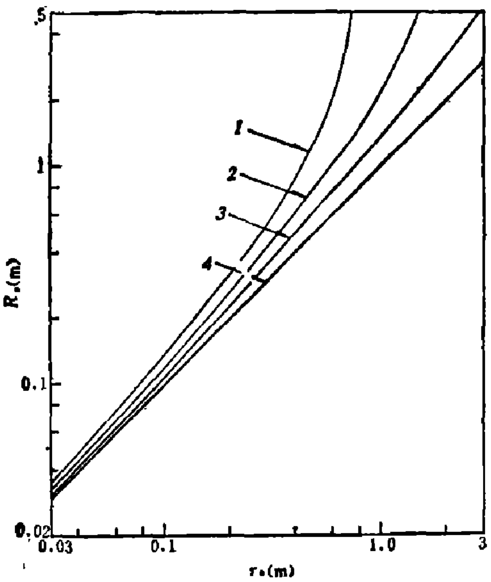

图 4　两种相干长度的比较($D=0.2\,\mathrm{m}$)
1—$L_0=1\,\mathrm{m}$; 2—$L_0=2.5\,\mathrm{m}$;
3—$L_0=10\,\mathrm{m}$; 4—$L_0\to\infty$

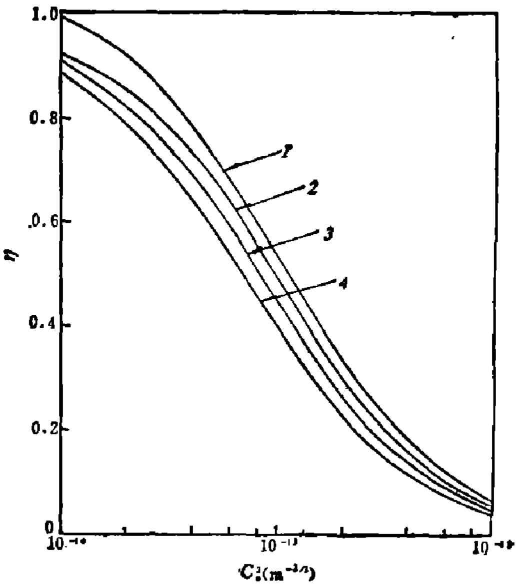

图 5　外差探测效率与湍流强度的关系
($\lambda=10.6\,\mu\mathrm{m}$、$z=1\,\mathrm{km}$、$D=0.2\,\mathrm{m}$)
1—$L_0=1\,\mathrm{m}$; 2—$L_0=2.5\,\mathrm{m}$; 3—$L_0=10\,\mathrm{m}$; 4—$L_0\to\infty$

从物理观点来看，式 (7) 表明当折射率结构常数 C_n 一定时，外尺度越小，湍流能谱密度(即起伏的能量)也就越小，从而使外差探测系统的性能少受损失。

四、讨　　论

迄今为止，外差探测研究中可论证理论的实验工作相当少，因而缺乏定量检验上述理论的实验资料。作为初步检验的尝试，我们引述在合肥进行的一次外差探测实验[3]。

实验是在一块比较平坦的草地上进行的，光束离地面的平均高度约 1.5 m。为避免激光器频率不稳定带来的影响，我们采用单管零拍外差方案。首先将 CO_2 激光器的输出分束，一路通过调制器(频率为 1600 Hz)发射到相距 1350 m 处的平面反射镜上，返回光束由孔径

为 ϕ220 mm 的卡塞格林望远镜接收；另一路作为本振光束，经扩束后送到另一分束片，以便与接收信号混频。整个光路是按本振光束与信号波阵面完全重叠的原则设置的。混频器由在液氮温度工作的 HgCdTe 元件担任，输出的混频信号经放大、检波后送到数字化电路，由打印机记录。每测完一组外差信号，随即撤去调制器，测量直接接收的信号功率 P 及其起伏方差(即闪烁)。前者与单独测量的本振功率 P_0 以及外差信号功率 P_s 一起用于计算外差效率的实验值，后者用来推算当时的湍流强度 C_n^2，从而可估算相干长度 R_0 和外差效率或归一化信噪比的理论值。计算 R_0 时用到的外尺度数值当时未测量，这里暂且按 Fried[1] 给出的经验公式 $L_0=2h^{1/2}$ 来估算。就我们的实验条件，$h\doteq1.5$ m，所以 L_0 取为 2.5 m。

图 6 和图 7 分别示出大气相干长度 R_0 的日变化和归一化信噪比。所有的数据都已按本文的公式重新作了处理。图 6 表明白天的大气相干长度平均为 20 cm，夜晚增大到 1.5 m 以上。

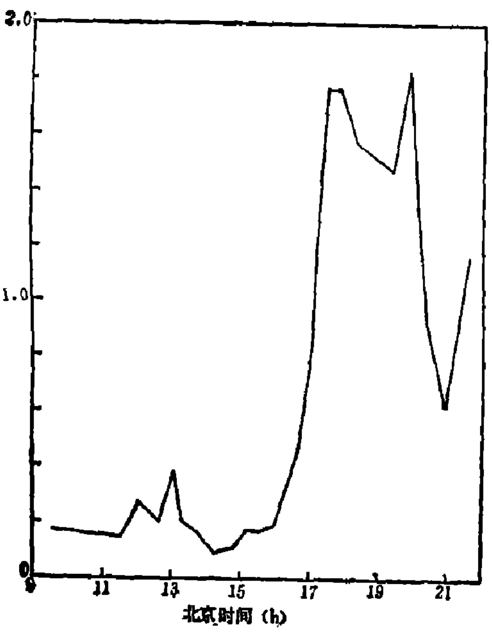

图 6　大气相干长度的日变化
(1979 年 9 月 11 日)

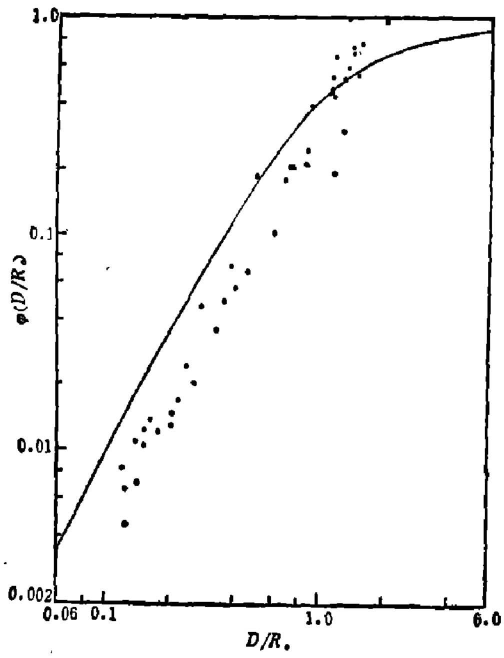

图 7　归一化信噪比的理论值与实验值比较(1979 年 9 月 10、11 日，按本文公式(12)计算)

图 7 所取的原始数据与图 1 相同，但可明显地看出由本文导出的公式算得的归一化信噪比均在合理的范围内，与理论符合的程度也有改善。虽然多数 $\psi(\alpha)$ 的实验值仍低于理论值，但这种现象是可以解释的，因为实现具有极限性能的外差探测有着许多限制因素。我们在这里只考虑了微观上的波阵面相位起伏所造成的相干性损失，而实际上大气湍流还使波阵面随机倾斜，造成信号辐射与本振辐射之间不匹配，从而降低了信噪比。Fried 曾指出[1]，如果探测系统对到达角起伏进行跟踪，以补偿波阵面的随机倾斜，便可显著提高信噪比。此外，实验过程中存在的一些误差也可能是造成 $\psi(\alpha)$ 实验值与理论值不符的一个原因。

五、小　　结

我们根据变型 Von Karman 湍流谱函数，利用新的大气相干长度的定义，得到了波结构函数和归一化信噪比函数的普遍表达式。证明在有限外尺度场合下归一化信噪比略为减

小，而大气相干长度和外差探测效率却有所增加。这个事实意味着有限外尺度的存在可以改善外差探测系统的空间相干性。上述结论从物理观点来看是合理的，实验资料也基本上证实了本文的结论。

本文是针对均匀湍流情况进行讨论的。在不均匀湍流情况下(例如对空中物体作外差探测)，湍流强度和外尺度应是高度的函数。倾斜光程上由湍流的不均匀性造成的外差探测空间相干性问题以前已作过研究[4]。外尺度的影响问题一般可以忽略不计。因为辐射传播的垂直高度一般大于数公里，这时外尺度约为数十米。在常用的接收孔径 $\beta \leqslant 10^{-2}$ 的情况下，粗略计算结果表明，这样小的 β 值对 r_0 的相对修正量仅为 $10^{-3} \sim 10^{-2}$，所以只需考虑湍流的高度分布。

参考文献

[1] Fried D. L., *Proc. IEEE.*, **55**(1967), 1:57.
[2] Lutomirski R. F. and Yura T. H., *J. Opt. Soc. Am.*, **61**(1974), 4:48.
[3] 孙毅义，大气科学，6(1982)，4:449.
[4] 宋正方，四川激光，**4**(1983)，4:209.

THE SIGNAL-TO-NOISE RATIO OF INFRARED COHERENCE DETECTION SYSTEMS IN ATMOSPHERE

SONG ZHENGFANG, GU WEIYU, LIU XIAOCHUN
(Anhui Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

ABSTRACT

It is found that previous theories can not describe the experimental results satisfactorily. For explanation of this, another way to consider the problem is taken. On the basis of the modified von Karman spectrum, a normalized general expression of signal-to-noise ratio function is derived by means of a new definition for the coherence length. The calculation shows that atmospheric coherence length and heterodyne detection efficiency will be increased when the effects of turbulent outer scale is takan into account. The experimental data support the theoretic prediction.