4(1985), 1:25~28

红外研究
Chin. J. IR Res.

线列CCD“刷式”扫描时MTF_i的理论计算公式

原 芸

(华中工学院生物工程系)

摘要——从调制传递函数的原始定义出发，导出了线列CCD在“刷式”扫描时的积分调制传递函数MTF_i的理论计算公式。

“刷式”扫描(以下简称“刷扫)”是线列CCD常用的一种工作方式。张守一[1]及张孝霖[2]从考虑CCD调制度变化的角度出发，并在假定线列CCD光敏元的空间响应函数为矩形函数的条件下，已经推导出了线列CCD在“刷扫”时的MTF_i的计算公式。本文从调制传递函数的原始定义出发，推导出了“刷扫”条件下线列CCD积分调制传递函数MTF_i的一般表达式。

一、前 提

1. 设线列CCD有N个光敏元，每个光敏元窗口尺寸为$a\times b$，相邻光敏元的中心间距为d。器件光敏窗口的总宽度为A，$A=(N-1)d+a$。

2. 设线列CCD列阵方向为x方向，“刷扫”方向为y方向，时间$t=0$时，光敏元列阵几何中心位于直角坐标系原点。刷扫时，物面通过光学系统投影到光敏元列阵(象面)上。设光学系统焦距为F；物面离光学系统的距离为H；光敏元列阵y方向的宽度经光学系统在物面上的投影宽度为B_s；光敏元通过光学系统在物面上投影的运动速度为V_0；物面上的点在象面上的运动速度为V_i；

设线列CCD取样时间周期为T_s，积分时间为T_H。定义“刷扫”重迭率[3]

$$\xi=\frac{B_s}{V_0T_s}\bigg|_{\text{物面上}}=\frac{b}{V_iT_s}\bigg|_{\text{象面上}}。\tag{1}$$

$$\because\quad V_i=\left(\frac{F}{H}\right)V_0,$$

$$\therefore\quad \xi=\frac{b}{FT_s}\left(\frac{H}{V_0}\right)。\tag{2}$$

3. 任一光敏元中心位于原点时，其空间响应函数均为$R(x, y)$：

本文1983年12月6日收到。

$$R(x,\ y)=\text{感应电荷量}/\text{入射能量。}$$

4．线列 CCD 从结构和功能上可分为光敏元列阵和 CCD 移位寄存器两部分。CCD 移位寄存器不过是将空域信号变为时域信号输出，而 CCD 列阵的光积分过程完全是由光敏元列阵完成的。因此，只要以光敏元列阵所在平面上的照度分布函数 $E(x,\ y)$ 为输入函数，以光敏元列阵的感应电荷空域输出函数 $Q(x,\ y)$ 为输出函数，即可求取 $MTF_i(f_x,\ f_y)$。在此，假设光敏元列阵工作在线性区，且光敏元之间无相互扩散的影响。

二、推　导

设象平面照度为 $E(x,\ y)$，上述线列 CCD 在“刷扫”中总宽度为 A 的光敏窗口上接收的照度为 $E'(x,\ y)$。

$$E'(x,\ y)=E(x,\ y)\cdot\mathrm{Rect}\left(\frac{x}{A}\right)。\tag{3}$$

中心处于点 $(x,\ y)$ 上的光敏元在单位时间里感应的电荷量 $I(x,\ y)$ 为

$$\begin{aligned}I(x,\ y)&=\iint_{-\infty}^{+\infty}E'(x_1,\ y_1)R(x_1-x,\ y_1-y)dx_1dy_1\\&=\iint_{-\infty}^{+\infty}E'(x_1,\ y_1)R[-(x-x_1),\ -(y-y_1)]dx_1dy_1\\&=E'(x,\ y)*R(-x,\ -y)。\end{aligned}\tag{4}$$

经过一个积分周期 T_H，在时间 t 时其中心到达点 $(x,\ y)$ 处的光敏元上积累的总感应电荷量 $Q_1(x,\ y)$ 为

$$Q_1(x,\ y)=\int_{t-t_H}^{t}I(x,\ y)dt,\tag{5a}$$

$$\because\quad y=V_it,$$

$$\therefore\quad Q_1(x,\ y)=\frac{1}{V_i}\int_{y-V_iT_H}^{y}I(x,\ y)dy。\tag{5b}$$

在 x 方向以 d 为周期，在 y 方向以 $l=V_iT_s$ 为周期，对 $Q_1(x,\ y)$ 进行瞬时抽样，即得 x-y 平面上抽样值的分布函数 $Q(x,\ y)$：

$$Q(x,\ y)=Q_1(x,\ y)\cdot\sum_{m,n=-\infty}^{+\infty}\delta\left[x-d\left(m+\frac{\Delta N}{2}\right),\ y-nl\right],$$

$$\Delta N=\begin{cases}1,\ \text{当 } N \text{ 为偶数时；}\\0,\ \text{当 } N \text{ 为奇数时。}\end{cases}\tag{6}$$

设 $Q(f_x,\ f_y)$、$I(f_x,\ f_y)$、$Q_1(f_x,\ f_y)$、$E(f_x,\ f_y)$、$E'(f^x,\ f_y)$、$R(f_x,\ f_y)$ 分别为 $Q(x,\ y)$、$I(x,\ y)$、$Q_1(x,\ y)$、$E(x,\ y)$、$E'(x,\ y)$、$R(x,\ y)$ 的傅氏变换式，则 $R(-x,\ -y)$ 的傅氏变换式 $F[R(-x,\ -y)]$ 为[4]

$$F[R(-x,\ -y)]=R(-f_x,\ -f_y)=R^*(f_x,\ f_y),$$

其中 $R^*(f_x,\ f_y)$ 为 $R(f_x,\ f_y)$ 的复共轭函数。

而（参见[5]）

$$Q_1(f_x,\ f_y)=\iint_{-\infty}^{+\infty}Q_1(x,\ y)\cdot e^{-j2\pi(f_xx+f_yy)}dx\,dy$$

$$=\int_{-\infty}^{+\infty}\left\{\int_{-\infty}^{+\infty}\left[\frac{1}{V_i}\int_{y-V_iT_H}^{y}I(x,\ y)dy\right]e^{-j2\pi f_y y}dy\right\}e^{-j2\pi f_x x}dx$$

$$=\frac{I(f_x,\ f_y)}{j2\pi f_y V_i}\left(1-e^{-j2\pi f_y V_i T_H}\right)$$

$$=\frac{I(f_x,\ f_y)}{\pi f_y V_i}\cdot\frac{e^{j\pi f_y V_i T_H}-e^{-j\pi f_y V_i T_H}}{2j}\cdot e^{-j\pi f_y V_i T_H}$$

$$=I(f_x,\ f_y)\cdot T_H\cdot \mathrm{sinc}(V_iT_Hf_y)\cdot e^{-j\pi f_y V_i T_H},\tag{7}$$

$$\therefore\quad Q(f_x,\ f_y)=\{E'(f_x,\ f_y)\cdot R^*(f_x,\ f_y)\cdot T_H\cdot\mathrm{sinc}(V_iT_Hf_y)\cdot e^{-j\pi f_y V_i T_H}\}$$
$$*\sum_{m,\ n=-\infty}^{+\infty}\left[\frac{1}{ld}\,\delta\left(f_x-\frac{m}{d},\ f_y-\frac{n}{l}\right)\cdot e^{-j\pi d f_x \Delta N}\right]。\tag{8}$$

因为 $R(x,\ y)$ 为有限函数，则 $R^*(f_x,\ f_y)$ 就为无限函数。要想使 $Q(f_x,\ f_y)$ 的频谱中无交迭现象，必须要求 $E'(f_x,\ f_y)$ 为带限函数，且 $f_x\leqslant\frac{1}{2d}$，$f_y\leqslant\frac{1}{2l}$。

而

$$E'(f_x,\ f_y)=E(f_x,\ f_y)*A\,\mathrm{sinc}(Af_x)=\int_{-\infty}^{+\infty}E(\rho,\ f_y)\cdot A\,\frac{\sin\pi A(f_x-\rho)}{\pi A(f_x-\rho)}\,d\rho。\tag{9}$$

根据式(9)，严格地说，即使 $E(f_x,\ f_y)$ 为带限函数，$E'(f_x,\ f_y)$ 也不可能为带限函数。但在忽略 $A\,\mathrm{sinc}(Af_x)$ 函数第十个零点以外的频率分量的情况下，可近似认为 $A\,\mathrm{sinc}(Af_x)$ 函数为带限函数[6]。

也就是说，要使 $Q(f_x,\ f_y)$ 的频谱无交迭现象，$E(f_x,\ f_y)$ 应为满足 $f_x\leqslant\frac{1}{2d}-\frac{5}{A}$，$f_y\leqslant\frac{1}{2l}$ 的带限函数。

当 $N\to\infty$ 时，$A=(N-1)d+a\to\infty$，

$$\lim_{A\to\infty}A\cdot\mathrm{sinc}(Af_x)=\delta(f_x)^{[7]},$$

那么，$E'(f_x,\ f_y)=E(f_x,\ f_y)*\delta(f_x)=E(f_x,\ f_y)$。

但在一般情况下，$5/A$ 与 $1/2d$ 相比$\left(=\frac{10}{(N-1)a/d+1}\right)$是很小的。因此，在 N 较大时，常常视 $E'(f_x,\ f_y)\doteq E(f_x,\ f_y)$。

现在，假定 $E'(f_x,\ f_y)=E(f_x,\ f_y)$ [即 $N\to\infty$]，且 $Q(f_x,\ f_y)$ 不发生交迭现象，则线列 CCD 脉冲响应函数的频谱函数 $H(f_x,\ f_y)$ 为(参见[8])

$$H(f_x,\ f_y)=\left|\frac{Q(f_x,\ f_y)}{E(f_x,\ f_y)}\right|_{\substack{m=0\\n=0}}=\frac{T_H}{ld}\left|R^*(f_x,\ f_y)\right|\cdot\left|\mathrm{sinc}(V_iT_Hf_y)\right|,\tag{10}$$

$$MTF_i(f_x,\ f_y)=\frac{H(f_x,\ f_y)}{H(0,\ 0)}=\left|\frac{R(f_x,\ f_y)}{R(0,\ 0)}\right|\cdot\mathrm{sinc}(V_iT_Hf_y)。\tag{11}$$

三、几点说明

1. 在理想情况下：

$$R(x,\ y)=\mathrm{Rect}\left(\frac{x}{a}\right)\cdot\mathrm{Rect}\left(\frac{y}{b}\right),$$

则

$$R(f_x,\ f_y)=a\cdot b\cdot\mathrm{sinc}(af_x)\cdot\mathrm{sinc}(bf_y),$$

$$MTF_i(f_x,\ f_y)=\mathrm{sinc}(af_x)\cdot\mathrm{sinc}(bf_y)\cdot\mathrm{sinc}(V_iT_Hf_y)。\tag{12}$$

2．因为 $R(x, y)$ 一般与波长有关，因而 $MTF_i(f_x, f_y)$ 一般也与入射光的波长有关。

3．式(11)中的 $R(f_x, f_y)$ 因子由光敏元本身的响应决定，而 $\mathrm{sinc}(V_iT_Hf_y)$ 因子与"刷扫"时的重迭率 ξ 有关。

根据式 (1)，$V_i=\frac{b}{\xi T_s}\doteq\frac{b}{\xi T_H}$，

$$\therefore \quad \mathrm{sinc}(V_iT_Hf_y)\doteq\mathrm{sinc}\left(\frac{b}{\xi}f_y\right)。 \tag{13}$$

由此可知，当 ξ 较大时，可忽略 $\mathrm{sinc}\left(\frac{b}{\xi}f_y\right)$ 因子的影响。

4．光敏元数目 N 应大到何值时，才能视 $E'(f_x, f_y)\doteq E(f_x, f_y)$，才能利用无限元的 $MTF_i(f_x, f_y)$ 表达式(11)，尚待进一步讨论。

致谢——在完成本文的过程中，得到了中国科学院上海技术物理研究所匡定波、丁世昌、黄克义等同志和华中工学院张守一、张赫钢两位老师的热情指导和帮助，在此一并致以衷心的谢意。

参 考 文 献

[1] 张守一，尹仲任，红外研究，1(1982)，1: 45.
[2] 张孝霖，光学学报，1 (1981)，6: 543.
[3] 张守一，田景敏，华中工学院学报(CCD 及 PEV 专辑)，1980, 11.
[4] A. 帕普里斯，信号分析，科学出版社，1981, 66[式(3—10)]
[5] 樊昌信等编，通讯原理，国防工业出版社，1980, 20[表 2.2—(7)、(3)].
[6] 同[5]，72[题 18].
[7] J. W. 顾德门著，傅里叶光学导论，国防工业出版社，1976, 308 (附录 A).
[8] Nelson R. D. and Waters W. P., *CCD Applications Conference Proceedings*, 1973, 207.

THE THEORETICAL FORMULA OF *MTF*$_i$ FOR THE LINEAR CCD ARRAY IN THE PUSHBROOM MODE

YUAN YUN
(Department of Biomedical Engineering, Huazhong University of Science and Technology)

ABSTRACT

According to the original definition of MTF, a theoretical formula of the ntegration modulation transfer function for the linear CCD array in the pushbroom mode is derived.