3(1984), 3:184~188

红外研究
Chin. J. IR Res.

两元摆动器自由电子激光器

雷仕湛

(中国科学院上海光学精密机械研究所)

摘要——提出一种两元摆动器，它的前一小段是空间周期磁场，后一段是空间均匀磁场。这种摆动器兼有空间均匀磁场摆动器那种结构简单、容易扩大尺寸的优点，而同时又因提高了电子横向运动速度，可望获得很高的激光增益和能量转换效率。

一、引言

设计合适的摆动器，是提高自由电子激光器的增益和能量转换效率的重要途径之一。利用空间周期磁场，比较容易做成磁场强度或空间周期长度沿相对论电子传播方向变动的摆动器，让相对论电子与泵浦场在相互作用长度上的辐射场与泵浦场的相位保持恒定，从而达到较高的自由电子激光器的增益和能量转换效率[1-3]。但这种空间周期磁场一般是由一小块一小块永久磁铁堆砌成的，要得到磁场强度比较高、尺寸又比较大的摆动器，要求比较高的制造工艺，造价也昂贵。而制造磁场强度高、长度较长的空间均匀磁场，则是比较容易的。但是，使用这种摆动器的自由电子激光器，它的增益系数正比于相对论电子进入摆动器时的初始横向运动速度的平方[4]。相对论电子倾斜入射或者采用发散度大的电子束，虽然可以得到比较大的横向运动速度，但相对论电子与泵浦场的有效相互作用长度，则因此而受到了限制，实际可获得的激光增益和能量转换效率并不能得到提高。这里提出一种两元摆动器，它的前一小段是空间周期磁场，后一大段是空间均匀磁场，图1是这种摆动器的结构示意图。

二、基本运动方程

相对论电子束通过空间周期磁场后得到的激光增益与电子初始横向运动速度无直接联系，所以，即使相对论电子的初始横向运动速度等于零，与摆动器相互作用后，也将获得一定数量的激光增益，同时也产生幅度较大的横向运动速度。这里让相对论电子先通过空间周期磁场，然后再进入空间均匀磁场的摆动器作进一步的受激辐射放大。

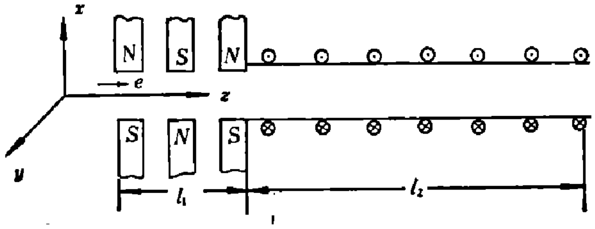

图1 双元摆动器示意图

本文1983年10月7日收到，修改稿1984年3月5日收到。

假定空间周期磁场的长度为 l_1，磁场沿 z 轴方向作周期变化，周期长度为 λ_g，磁场方向取 x、y 轴方向，即相对论电子受到的泵浦场 $\boldsymbol{B}_{10}$ 是

$$\boldsymbol{B}_{10}=B_{10}(\sin[k_g z+\theta-\omega_g t],\ \cos[k_g z+\theta-\omega_g t],\ 0)。\tag{1}$$

这里的 B_{10} 是磁场振幅，k_g 是磁场的波矢，$k_g=\frac{2\pi}{\lambda_g}$，$\omega_g$ 是角频率，θ 是初位相常数。空间均匀磁场这一段的长度记为 l_2，磁场方向沿 z 轴，磁场强度为 $\boldsymbol{B}_{20}$，即相对论电子后来受到的第二个泵浦场 $\boldsymbol{B}_{20}$ 是

$$\boldsymbol{B}_{20}=(0,\ 0,\ B_{20})。\tag{2}$$

假设光辐射是圆偏振光，即它的电场 $\boldsymbol{E}_r$ 是

$$\boldsymbol{E}_r=E_0(\cos[k_r z+\varphi-\omega_r t],\ -\sin[k_r z+\varphi-\omega_r t],\ 0),\tag{3}$$

磁场 $\boldsymbol{B}_r$ 是

$$\boldsymbol{B}_r=\frac{E_0}{C}(\sin[k_r z+\varphi-\omega_r t],\ \cos[k_r z+\varphi-\omega_r t],\ 0)。\tag{4}$$

这里的 ω_r 是光辐射的角频率，k_r 是波矢，$k_r=\frac{2\pi}{\lambda_r}$，$\lambda_r$ 是辐射波长。φ 是辐射初位相，E_0 是电场振幅。

相对论电子在摆动器内的运动规律，由洛伦兹力方程描述：

$$\frac{d\gamma}{dt}=-\frac{|e|}{m_0 C}\boldsymbol{\beta}\cdot\boldsymbol{E}_r,\tag{5}$$

$$\frac{d}{dt}\gamma\boldsymbol{\beta}=-\frac{|e|}{m_0 C}[\boldsymbol{E}_r+\boldsymbol{\beta}C\times(\boldsymbol{B}+\boldsymbol{B}_r)]。\tag{6}$$

这里的 $\boldsymbol{B}$ 可能是 $\boldsymbol{B}_{10}$ 或 $\boldsymbol{B}_{20}$，γ 是相对论因子，$\gamma=(1-\beta^2)^{-\frac{1}{2}}$，其中 $\boldsymbol{\beta}=\frac{\boldsymbol{v}}{C}$，$\boldsymbol{v}$ 是相对论电子的运动速度，C 是光速，e 和 m_0 分别是电子的电荷和静止质量。

先考虑相对论电子在空间周期磁场这一段的运动。由给定的磁场结构以及光辐射场的形式，方程(5)和(6)可写成下面的形式：

$$\frac{d\gamma}{dt}=-\frac{|e|E_0}{m_0 C}[\beta_x\cos(k_r z+\varphi-\omega_r t)-\beta_y\sin(k_r z+\varphi-\omega_r t)],\tag{7}$$

$$\frac{d}{dt}(\gamma\beta_x)=-\frac{|e|E_0}{m_0 C}\left[(1-\beta_z)\cos(k_r z+\varphi-\omega_r t)-\beta_z\frac{B_{10}}{E_0}\sin(k_g z+\theta-\omega_g t)\right],\tag{8}$$

$$\frac{d}{dt}(\gamma\beta_y)=\frac{|e|E_0}{m_0 C}\left[(1-\beta_z)\sin(k_r z+\varphi-\omega_r t)-\beta_z\frac{B_{10}}{E_0}\sin(k_g z+\theta-\omega_g t)\right],\tag{9}$$

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}(\gamma\beta_z)=-\frac{|e|}{m_0 C}\{&\beta_x[B_{10}\cos(k_g z+\theta-\omega_g t)+E_0\cos(k_r z+\varphi-\omega_r t)]\\&-\beta_y[B_{10}\sin(k_g z+\theta-\omega_g t)+E_0\sin(k_r z+\varphi-\omega_r t)]\}。\end{aligned}\tag{10}$$

三、结果与讨论

假定 $\gamma=\gamma_s+\delta\gamma_1+\delta\gamma_2\cdots$，$\beta_x=\beta_{xs}+\delta\beta_{x1}+\delta\beta_{x2}+\cdots$，$\beta_y=\beta_{ys}+\delta\beta_{y1}+\delta\beta_{y2}+\cdots$，$\beta_z=\beta_{zs}+\delta\beta_{z1}+\delta\beta_{z2}\cdots$，把 γ、β_x、β_y、β_z 等分别代入式(7)、(8)、(9)，并假定在 $t=0$ 时，相对论电子的横向运动速度 $\beta_\perp=0$，由此可以分别解出 β_{xs}、$\delta\beta_{x1}$；β_{ys}，$\delta\beta_{ys}$；γ_s，$\delta\gamma_1$，$\delta\gamma_2\cdots$。对于 β_x、β_y 我们下面只给出 β_{xs}、β_{ys} 的结果：

$$\beta_{xs}=\frac{\omega_{c1}}{\omega_g}[\sin(k_g z+\theta-\omega_g t)-\sin\theta], \tag{11}$$

$$\beta_{ys}=\frac{\omega_{c1}}{\omega_g}[\cos(k_g z+\theta-\omega_g t)-\cos\theta]; \tag{12}$$

对于 r，我们给出 r_s、δr_1、δr_2:

$$r_s \doteq r_0, \tag{13}$$

$$\delta r_1=-\frac{|e|E_0\omega_{c1}}{m_0C\omega_g}\left\{\frac{1}{\omega_g-\omega_r}\cos[(k_g-k_r)z+\theta-\varphi-(\omega_g-\omega_r)t]\right.$$
$$\left.+\frac{1}{\omega_r}\cos(k_r z+\varphi-\theta-\omega_r t)\right\}。 \tag{14}$$

对于 δr_2，它也包含有初相位因子 θ 和 φ。下面我们只给出对 θ、φ 在 2π 角度内求平均后得到的结果 $\langle\delta(r_2)\rangle$:

$$\langle\delta r_2\rangle_1=\int_0^{2\pi}\int_0^{2\pi}\delta r_2\,d\theta\,d\varphi$$
$$=-\frac{\omega_{c1}^2E_0^2e^2}{\omega_g^2m_0^2C^2r_s}\frac{\cos(k_g z-\omega_g t)}{(\omega_g-\omega_r)\omega_r}-\frac{2e^2E_0^2}{m_0^2C^2r_s\omega_r^2}\cos(k_r z-\omega_r t), \tag{15}$$

式中
$$\omega_{c1}=|e|B_{10}/r_s m_0C。$$

光辐射通过相互作用长度 l_1 的空间周期长度磁场后，辐射电场由 $E_0\to E$,

$$E=E_0\exp\left\{\frac{1}{2}\int_0^l G_1\,dl\right\}, \tag{16}$$

其中 G_1 是增益系数，它可由上面的 $\langle\delta r_2\rangle$ 求得:

$$G_1=-\frac{4\pi\rho_e m_0C^2\langle\Delta r\rangle}{E_0^2}=-\frac{4\pi\rho_e m_0C^2\langle\delta r_2\rangle_1}{E_0^2}。$$

把式(15)代入后整理得:

$$G_1=\frac{4\pi\rho_e\omega_{c1}^2e^2}{\omega_g^2m_0r_3}\left[\frac{\cos(k_g z-\omega_g t)}{\omega_r(\omega_g-\omega_r)}+\frac{\cos(k_r z-\omega_r t)}{\omega_r^2}\right]。 \tag{17}$$

这里的 ρ_e 是相对论电子束密度。

相对论电子从周期磁场出射的横向运动速度 $\beta_\perp(l_1)$ 可由式(11)、(12)近似地求得:

$$\beta_\perp(l_1)=\sqrt{\beta_{xs}^2+\beta_{ys}^2}=\sqrt{2}\frac{\omega_{c1}}{\omega_g}\sqrt{1-\cos k_g l_1\left(1-\frac{1}{\beta_{z0}}\right)}, \tag{18}$$

式中 β_{z0} 是相对论电子的初始纵向运动速度。

假定所用的磁场强度 $B_{10}=2\,\text{kG}$，空间周期长度 $\lambda_g=3\,\text{cm}$，相对论电子的相对论因子 r_0 等于10，那么，根据式(18)可以算出，$l_1\doteq 25\,\text{cm}$ 就可以获得 $\beta_\perp=0.1$ 的横向运动速度。

相对论电子从周期磁场出来之后进入空间均匀磁场，在这里相对论电子的运动规律由下面的运动方程描述:

$$\frac{d}{dt}r=-\frac{|e|E}{m_0C}[\beta_x\cos(k_r z+\varphi-\omega_r t)-\beta_y\sin(k_r z+\varphi-\omega_r t)], \tag{19}$$

$$\frac{d}{dt}(r\beta_x)=-\frac{|e|}{m_0C}[(1-\beta_z)E\cos(k_r z+\varphi-\omega_r t)+\beta_y B_{20}], \tag{20}$$

$$\frac{d}{dt}(r\beta_y)=\frac{|e|}{m_0C}[(1-\beta_z)E\sin(k_r z+\varphi-\omega_r t)+\beta_x B_{20}], \tag{21}$$

$$\frac{d}{dt}(r\beta_z)=-\frac{|e|E}{m_0C}[\beta_x\cos(k_r z+\varphi-\omega_r t)-\beta_y\sin(k_r z+\varphi-\omega_r t)]。 \tag{22}$$

同样地利用级数展开求解方程(19)～(22)。r、β_x、β_y、β_z 的零级和一级变化量分别为：

$$r_s=\text{常数}; \tag{23}$$

$$\beta_{xs}=\beta_\perp(l_1)\cos(\omega_{c2}t+\theta_0); \tag{24}$$

$$\beta_{ys}=\beta_\perp(l_1)\sin(\omega_{c2}t+\theta_0); \tag{25}$$

$$\beta_{zs}=\beta_{z0}+\delta\beta_{z1}(l_1); \tag{26}$$

$$\delta r_1=-\frac{E|e|\beta_\perp(l_1)}{m_0\Delta\omega}[\sin(\Delta\omega t+\theta_0)-\sin\theta_0]; \tag{27}$$

$$\begin{aligned}\delta\beta_{x1}=&\frac{|e|E\beta_\perp^2(l_1)}{2m_0Cr_s}\left\{-\frac{\sin[(\Delta\omega+\omega_{c2})t+\theta_0'+\theta_0]}{\Delta\omega+\omega_{c2}}+\frac{\sin[(\Delta\omega-\omega_{c2})t+\theta'-\theta_0]}{\Delta\omega-\omega_{c2}}\right\}\\&+\frac{\omega_{c2}E|e|\beta_\perp^2(l_1)}{2m_0C\Delta\omega r_s}\left\{\frac{\sin[(\Delta\omega+\omega_{c2})t+\theta'+\theta_0]}{\Delta\omega+\omega_{c2}}-\frac{\sin[(\Delta\omega-\omega_{c2})t+\theta_0'-\theta_0]}{\Delta\omega-\omega_{c2}}\right\}\\&+\frac{E|e|\beta_\perp^2(l_1)}{m_0C\Delta\omega r_s}\sin\theta'\cos(\omega_{c2}t+\theta_0)+\frac{|e|E}{m_0C\omega_rr_s}\sin(k_rz+\varphi-\omega_rt)+A;\end{aligned} \tag{28}$$

$$\begin{aligned}\delta\beta_{y1}=&-\frac{|e|E}{r_sm_0C\omega_r}\cos(k_rz+\varphi-\omega_rt)-\frac{E|e|\beta_\perp^2(l_1)}{2m_0Cr_s}\left\{\frac{\cos[(\Delta\omega+\omega_{c2})t+\theta'+\theta_0]}{\Delta\omega+\omega_{c2}}\right.\\&\left.-\frac{\cos[(\Delta\omega-\omega_{c2}]t+\theta'-\theta_0]}{\Delta\omega-\omega_{c2}}\right\}-\frac{E|e|\beta_\perp^2(l_1)\omega_{c2}}{2m_0C\Delta\omega r_s}\left\{\frac{\cos[(\Delta\omega+\omega_{c2})t+\theta'+\theta_0]}{\Delta\omega+\omega_{c2}}\right.\\&\left.+\frac{\cos[(\Delta\omega-\omega_{c2})t+\theta'-\theta_0]}{\Delta\omega-\omega_{c2}}\right\}-\frac{E|e|\beta_\perp^2(l_1)}{m_0Cr_s\Delta\omega}\sin\theta'\sin(\omega_{c2}t+\theta_0)+B。\end{aligned} \tag{29}$$

上面式中的 $\Delta\omega=\omega_{c2}-(1-\beta_{zs})\omega_r$, $\omega_{c2}=\frac{|e|B_{20}}{m_0Cr_s}$, $\theta'=k_rl_1+\varphi+\theta_0$, A、B 是常数。

利用方程(23)～(29)，可以求得 r 的二级变量 δr_2 在对 θ' 求平均后得到结果

$$\begin{aligned}\langle\delta r_2\rangle_2=\int_0^{2\pi}\delta r_2\,d\theta'=&-\frac{|e|\beta_\perp^2(l_1)(1-\beta_{zs})E^2\omega_r}{2m_0^2C^2r_s\Delta\omega^2}\left\{(\cos\Delta\omega t-1)\right.\\&\left.+\frac{1}{\Delta\omega}(\cos\Delta\omega t-1)+\Delta\omega t\sin\Delta\omega t\right\}。\end{aligned} \tag{30}$$

增益系数 $$G_2=-\frac{\langle\Delta r\rangle m_0C^2 4\pi\rho_e}{E_0^2}=-\frac{4\pi\rho_em_0C^2\langle\delta r_2\rangle_2}{E_0^2},$$

把式(30)代入上式整理后得：

$$\begin{aligned}G_2=&\frac{4\pi\rho_e\exp\left\{\int_0^{l_1}G_1dl\right\}\omega_r(1-\beta_{zs})\beta_\perp^2(l_1)}{m_0r_s\Delta\omega^2}\left\{\cos\Delta\omega t-1\right.\\&\left.+\frac{1}{\Delta\omega}(\cos\Delta\omega t-1)+\Delta\omega t\sin\Delta\omega t\right\}。\end{aligned} \tag{31}$$

如果前面不加一小段空间周期长度 λ_g 的磁场，那么，小信号增益系数 G_2' 是

$$G_2'=\frac{4\pi\rho_e\omega_r(1-\beta_{z0})\beta_{\perp0}^2}{m_0r_3\Delta\omega^2}\left\{\cos(\Delta\omega t)-1+\frac{1}{\Delta\omega}(\cos\Delta\omega t-1)+\Delta\omega t\sin\Delta\omega t\right\}。 \tag{31}$$

因为 $\exp(G_1l_1)>1$, $\beta_\perp(l_1)>\beta_{\perp0}$, 所以，虽然同是在空间均匀磁场中产生受激发射，但在前面加了一小段空间周期磁场后，就得到高得多的增益系数。

参 考 文 献

[1] Slater J., *Appl. Phys.*, **B28**(1982), 153.

[2] Boehmer H., et al., *Phys. Rev. Lett.*, **48**(1982), 141.

[3] 王润文、雷仕湛，中国激光，**10**(1983), 385.

[4] 雷仕湛，电子科学学刊，**6**(1984), 3: 214～219.

A FREE ELECTRON LASER WITH TWO-COMPONENT WIGGLER

LEI SHIZHAN

(Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica)

ABSTRACT

A two-component wiggler used for free electron laser is discussed. The wiggler consists of a spacially periodic magnetic field which is in the former section of it and a spacially homogeneous one. It has not only the advantages of simplicity in construction and case in size expansion like a spacially-homogeneous-field wiggler, but a very high gain and a very high efficiency of lasers due to the enhancement of the lateral velocity of electrons.