

检测黑体辐射分布的频谱分析法

尹达人 许生龙

(昆明物理研究所)

摘要——本文介绍一种检测黑体辐射分布的频谱分析法, 并给出初步的实验结果。针对本文测试数据, 提出了黑体辐射分布的数学模型。测量输出频谱, 可以决定数学模型中各个参数。

一、前 言

黑体腔口辐射分布的测量、红外光学系统象质的评定, 都是红外界极其关心的问题。红外光学系统象质的测量, 国外常用比较复杂的红外光学传递函数测试仪^[1], 对于黑体腔口的辐射分布大都按均匀光斑考虑^[2~4]。实际上, 基尔霍夫早就提出过制作理想黑体必须满足的条件^[4], 假若完全按照基尔霍夫的设想制作黑体, 黑体腔口的辐射是可以按均匀光斑考虑的, 问题是制作这样的理想黑体比较困难。本文实际使用的黑体, 腔体有一定的温度梯度, 由于测试的需要, 黑体光栏有一定的大小。在这种情况下, 黑体辐射已不能按均匀光斑计算。

本文介绍一种测试黑体辐射的方法, 并针对我们的测试结果进行了理论计算。

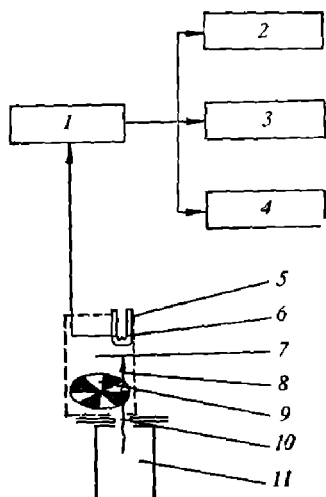


图1 实验装置示意图

1—前置放大器; 2—频谱分析器; 3—电压表; 4—示波器; 5—致冷腔; 6—PbS 红外探测器; 7—暗盒; 8—红外辐射; 9—扇形调制盘; 10—黑体光栏; 11—黑体(带温控设备)

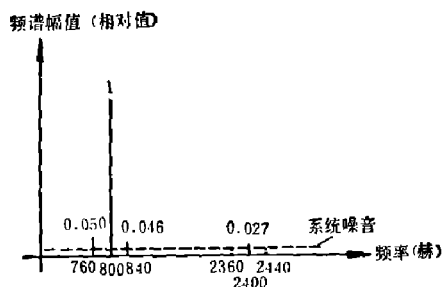


图2 调制辐射源产生的频谱图
($R=4.98$ mm 时的实验值)

本文 1983 年 1 月 4 日收到。修改稿 1983 年 8 月 18 日收到。

二、实验装置及测试结果

我们对自制的锥腔黑体进行了测试,实验装置如图1所示。图中测量电压的仪表宜用峰值电压表。

测试系统的稳定性良好,放大器终端的噪声为 $10\sim 30\mu\text{V}$,采用 $n=20$ 个齿的扇形调制盘,其转速为 $\omega=40\text{c/s}$,调制盘中心离黑体光栏中心的距离 $l=(50\pm 1)\text{mm}$,调制盘偏心不大于 0.5mm ,其旋转平面扭摆倾斜不大于 $\pm 1^\circ$,等宽齿孔的平均误差不大于 0.5mm ,黑体共有五种光阑,采用英国TF455E马可尼频谱仪进行测试,其频率分辨率 $\Delta f=4\sim 6\text{Hz}$ 。我们进行了两种测试:1)不同光阑半径 R 时,信号频谱 f 的测试,结果见表1和图2;2)不同光阑半径 R 时,宽带测试的辐射通量 E_R 和辐射通量密度 $l_R=E_R/\pi R^2$,结果见表2。

表1 调制辐射源产生的频谱

$f(\text{Hz})$	$R(\text{mm})$				
	0.94	1.46	1.95	2.93	4.98
760	0.053	0.053	0.053	0.054	0.050
800	1 ± 0.013	1 ± 0.013	1 ± 0.021	1 ± 0.024	1 ± 0.020
840	0.050	0.047	0.050	0.050	0.046
2400	0.183	0.147	0.087	0.020	0.027
800	0.42	1	1.91	4.54	5.56

表2 辐射通量及辐射通量密度

$R(\text{mm})$		0.94	1.46	1.95	2.93	4.98
辐射通量 $E_R(\mu\text{V})$	实测值	560	1310	2150	4400	8500
	理论值	542	1276	2182	4382	8948
辐射通量密度 $l_R(\mu\text{V}/\text{mm}^2)$	实测值	201.7	194.3	179.0	163.1	109.1
	理论值	195.2	189.2	181.7	162.5	114.8

三、理论分析

我们曾求得红外扫描系统信号波形及其频谱的计算通式^[5]:

$$P(t) = \iint_{-\infty}^{\infty} Q(f_x, f_y) R^*(f_x, f_y) \exp[2\pi j(f_x x' + f_y y')] df_x df_y,$$

$$\mathcal{P}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} P(t) \exp[-2\pi j f t] dt, \quad (1)$$

其中 $Q(f_x, f_y)$ 是目标象函数的空间频谱, $R(f_x, f_y)$ 是调制盘的传递函数, $x'(t)$, $y'(t)$ 是调制盘相对光斑的运动规律。

在极坐标中,

$$P(t) = \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} Q(\rho, \varphi) R^*(\rho, \varphi) \exp[2\pi j \rho \xi' \cos(\varphi - \theta')] \rho d\rho d\varphi. \quad (2)$$

若调制盘以角速度 ω 相对光斑作匀速旋转运动, 则

$$\xi' = l, \quad \theta' = \omega t, \quad (3)$$

其中 l 是光斑中心离调制盘中心的距离(图 3)。

把式(2)和式(3)代入式(1), 得

$$\mathcal{P}(f) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} j^p \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} Q(\rho, \varphi) R^*(\rho, \varphi) J_p(2\pi\rho l) e^{-jP\phi} \rho d\rho d\varphi \delta(f - Pf_0), \quad (4)$$

其中 $f_0 = \frac{\omega}{2\pi}$ 。

令象函数为 $q(r, \theta) = q_1(r) \cos m\theta$ (其中 m 为整数), 其空间频谱为

$$Q(\rho, \varphi) = 2\pi (-j)^m \cos m\varphi \int_0^{\infty} q_1(r) J_m(2\pi r\rho) r dr. \quad (5)$$

对 n 个黑白对的扇形调制盘(图 3), 其透过函数傅氏展开式可表示为

$$r(\theta) = \frac{1}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2 \sin \frac{k\pi}{2}}{k\pi} \cos kn\theta,$$

其传递函数

$$R(\rho, \varphi) = \frac{\delta(\rho)}{4\pi\rho} + \frac{n}{\pi^2\rho^2} \sum_{k=1}^{\infty} \sin \frac{k\pi}{2} (-j)^{kn} \cos kn\varphi. \quad (6)$$

将式(5)和式(6)代入式(4), 得

$$\begin{aligned} \mathcal{P}(f) &= \frac{1}{2} \int_0^{\infty} Q(\rho) J_m(2\pi\rho l) \delta(\rho) d\rho \delta(f - mf_0) \\ &+ \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{kn} \frac{n}{\pi} \sin \frac{k\pi}{2} \int_0^{\infty} \frac{Q(\rho) J_{kn+m}(2\pi\rho l)}{\rho} d\rho \delta(f - (kn+m)f_0) \\ &+ \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{kn+m} \frac{n}{\pi} \sin \frac{k\pi}{2} \int_0^{\infty} \frac{Q(\rho) J_{kn-m}(2\pi\rho l)}{\rho} d\rho \delta(f - (kn-m)f_0), \end{aligned} \quad (7)$$

其中 $Q(\rho) = 2\pi \int_0^{\infty} q_1(r) J_m(2\pi r\rho) r dr$ 。

从式(7)可知, 假若调制方式是正确的话(即扫描圆的同心度和齿宽的等宽性等保证得很好), 对于一个圆对称的象函数($m=0$), 其频谱成分只可能有主频 nf_0 的奇次谐波, 我们称为特征频率。而偏离圆对称的象函数($m \neq 0$), 才会产生围绕特征频率的各次旁频, 其旁频一定是成对出现的。

从图 2 可以看出, 假若调制是正确的话, 实测频谱中出现一对旁频即反映辐射源还有偏离圆对称的成分。

假定待测光斑的辐射亮度分布为

$$q(r, \theta) = \frac{AI_k}{2\pi\beta^2} e^{-\frac{r^2}{2\beta^2}} \left(\frac{r}{\sqrt{2}\beta} \right)^{\sigma} \cos m\theta \text{circ} \left(\frac{r}{R} \right), \quad (8)$$

其中

$$\text{Circ} \left(\frac{r}{R} \right) = \begin{cases} 1 & \text{当 } 0 \leq r \leq R, \\ 0 & \text{其余。} \end{cases}$$

其空间频谱

$$Q(\rho, \varphi) = 2AI_k (-j)^m \cos m\varphi \int_0^{\frac{R}{\sqrt{2}\beta}} e^{-x^2} x^{\sigma+1} J_m(2\sqrt{2}\pi\beta x\rho) dx. \quad (9)$$

把式(6)和式(9)代入式(4), 得

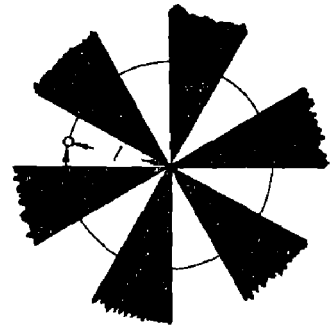


图 3 扇形调制盘及其扫描方式

$$\begin{aligned}
\mathcal{P}(f) = & AI_k \int_0^\infty \int_0^{\frac{R}{\sqrt{2}\beta}} e^{-x^2} x^{\sigma+1} J_m(2\sqrt{2}\pi\beta x\rho) J_m(2\pi\rho l) \delta(\rho) dx d\rho \delta(f - mf_0) \\
& + \sum_{k=1}^\infty (-1)^{kn} 2AI_k \frac{n}{\pi} \sin \frac{k\pi}{2} \int_0^\infty \int_0^{\frac{R}{\sqrt{2}\beta}} e^{-x^2} x^{\sigma+1} J_m(2\sqrt{2}\pi\beta x\rho) J_{kn+m}(2\pi\rho l) / \\
& \rho dx d\rho \delta(f - (kn+m)f_0) \\
& + \sum_{k=1}^\infty (-1)^{kn+m} 2AI_k \frac{n}{\pi} \sin \frac{k\pi}{2} \int_0^\infty \int_0^{\frac{R}{\sqrt{2}\beta}} e^{-x^2} x^{\sigma+1} J_m(2\sqrt{2}\pi\beta x\rho) J_{kn-m}(2\pi\rho l) / \\
& \rho dx d\rho \delta(f - (kn-m)f_0). \quad (10)
\end{aligned}$$

根据参考文献[6][p. 58, 式(29)], 当 $0 < \sqrt{2}\beta x < l$ 时,

$$\begin{aligned}
\mathcal{P}(f) = & AI_k \int_0^\infty \int_0^{\frac{R}{\sqrt{2}\beta}} e^{-x^2} x^{\sigma+1} J_m(2\sqrt{2}\pi\beta x\rho) J_m(2\pi\rho l) \delta(\rho) dx d\rho \delta(f - mf_0) \\
& + \sum_{k=1}^\infty (-1)^{kn} AI_k \frac{n}{\pi} \sin \frac{k\pi}{2} \left(\frac{\sqrt{2}\beta}{l} \right)^m \frac{\Gamma\left(m + \frac{kn}{2}\right)}{\Gamma(m+1)\Gamma\left(1 + \frac{kn}{2}\right)} \int_0^{\frac{R}{\sqrt{2}\beta}} e^{-x^2} x^{\sigma+m+1} \\
& \cdot {}_2F_1\left[m + \frac{kn}{2}; -\frac{kn}{2}; m+1; \frac{2\beta^2 x^2}{l^2}\right] dx \delta(f - (kn+m)f_0) \\
& + \sum_{k=1}^\infty (-1)^{kn+m} AI_k \frac{n}{\pi} \sin \frac{k\pi}{2} \left(\frac{\sqrt{2}\beta}{l} \right)^m \frac{\Gamma(kn/2)}{\Gamma(m+1)\Gamma(1-m+kn/2)} \int_0^{\frac{R}{\sqrt{2}\beta}} \\
& \cdot e^{-x^2} x^{\sigma+m+1} {}_2F_1\left[\frac{kn}{2}; m - \frac{kn}{2}; m+1; \frac{2\beta^2 x^2}{l^2}\right] dx \delta(f - (kn-m)f_0),
\end{aligned}$$

其中 $\Gamma(x)$ 是伽玛函数; ${}_2F_1[\alpha; \beta; \gamma; z^2]$ 是超比函数, 当 α 或 β 等于负整数 $-n$ 时, 超比函数可简化为 n 次雅可比多项式。当 $Q = \frac{kn}{2}$ 为整数, 即 n 为偶数时,

$${}_2F_1\left[-\frac{kn}{2}; m + \frac{kn}{2}; m+1; z^2\right] = \sum_{\xi=0}^Q \frac{(-Q)_\xi (m+Q)_\xi}{\xi! (m+1)_\xi} z^{2\xi}, \quad (11)$$

其中 $(Q)_\xi = Q(Q+1)\cdots(Q+\xi-1) = \frac{\Gamma(Q+\xi)}{\Gamma(Q)}$ ($\xi \geq 1$), $(Q)_0 = 1$ 。

令 $I = \int_0^{\frac{R}{\sqrt{2}\beta}} e^{-x^2} x^{\sigma+m+1} {}_2F_1\left[m + \frac{kn}{2}; -\frac{kn}{2}; m+1; \frac{2\beta^2 x^2}{l^2}\right] dx,$

其中 $0 < \sqrt{2}\beta x < l$ 。当 $R < l$, n 是偶数, $Q = \frac{kn}{2}$ 时,

$$I = \sum_{\xi=0}^Q \frac{(-Q)_\xi (m+Q)_\xi}{2\xi! (m+1)_\xi} \left(\frac{\sqrt{2}\beta}{l} \right)^{2\xi} \gamma\left(\frac{\sigma+m}{2} + \xi + 1; \frac{R^2}{2\beta^2}\right), \quad (12)$$

其中 $\gamma(\alpha, x) = \int_0^x e^{-t} t^{\alpha-1} dt$ ($Re \alpha > 0$) 为不完全 γ 函数。

当 $R < l$, n 是偶数, $Q = \frac{kn}{2}$, $\psi = \frac{kn}{2} - m$ 时,

$$\begin{aligned}
\mathcal{P}(f) = & AI_k \int_0^\infty \int_0^{\frac{R}{\sqrt{2}\beta}} e^{-x^2} x^{\sigma+1} J_m(2\sqrt{2}\pi\beta x\rho) J_m(2\pi\rho l) \delta(\rho) dx d\rho \delta(f - mf_0) \\
& + \sum_{k=1}^\infty (-1)^{kn} AI_k \frac{n}{\pi} \sin \frac{k\pi}{2} \left(\frac{\sqrt{2}\beta}{l} \right)^m \frac{\Gamma(m + kn/2)}{2\Gamma(m+1)\Gamma(1 + kn/2)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \cdot \sum_{\xi=0}^{\sigma} \frac{(-Q)_{\xi} (m+Q)_{\xi}}{\xi! (m+1)_{\xi}} \left(\frac{\sqrt{2}\beta}{l} \right)^{2\xi} \gamma \left(\frac{\sigma+m}{2} + \xi + 1; \frac{R^2}{2\beta^2} \right) \delta(f - (kn+m)f_0) \\
& + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{kn+m} A I_k \frac{n}{\pi} \sin \frac{k\pi}{2} \left(\frac{\sqrt{2}\beta}{l} \right)^m \frac{\Gamma(kn/2)}{2\Gamma(m+1)\Gamma(1-m+kn/2)} \\
& \cdot \sum_{\xi=0}^{\psi} \frac{(-\psi)_{\xi} (m+\psi)_{\xi}}{\xi! (m+1)_{\xi}} \left(\frac{\sqrt{2}\beta}{l} \right)^{2\xi} \gamma \left(\frac{\sigma+m}{2} + \xi + 1; \frac{R^2}{2\beta^2} \right) \delta(f - (kn-m)f_0) \circ
\end{aligned} \tag{13}$$

四、误差分析

以上分析已指出, 假若调制是正确的话, 一个圆对称的象函数($m=0$), 其频谱成分只可能有主频 nf_0 的奇次谐波。下面的分析将指出, 假若扫描圆偏心或椭圆, 对于一个圆对称的象函数, 也会产生旁频成分。

1. 若扫描圆中心偏离调制盘中心的距离为 (x_0, y_0)

用 $x' = l \cos \omega t + x_0$, $y' = l \sin \omega t + y_0$ 代入式(1), 得其频谱公式为

$$\begin{aligned}
\mathcal{P}(f) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} j^p \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} Q(\rho, \varphi) R^*(\rho, \varphi) J_p(2\pi\rho l) \exp [2\pi j \rho (x_0 \cos \varphi + y_0 \sin \varphi) \\
- j p \phi] \rho d\rho d\varphi \delta(f - p f_0) \circ
\end{aligned} \tag{14}$$

若 $Q(\rho, \varphi) = Q(\rho)$, 令 $M = \frac{\sqrt{x_0^2 + y_0^2}}{l}$, $\text{tg } \psi = \frac{y_0}{x_0}$, 用式(6)代入式(14)得,

$$\begin{aligned}
\mathcal{P}(f) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} Q(\rho) \delta(\rho) d\rho \delta(f) + \frac{2n}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{kn} \sin \frac{k\pi}{2} \int_0^{\infty} \frac{Q(\rho)}{\rho} J_{kn}(2\pi l \rho) \cdot \\
J_0(2\pi \rho M l) d\rho \delta(f - kn f_0) + \frac{2n}{\pi} \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{kn} \sin \frac{k\pi}{2} \int_0^{\infty} \frac{Q(\rho)}{\rho} J_{kn-p}(2\pi l \rho) J_p(2\pi \rho M l) \cdot \\
d\rho \delta(f - (kn-p)f_0) + \frac{2n}{\pi} \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{kn+p} \sin \frac{k\pi}{2} \int_0^{\infty} \frac{Q(\rho)}{\rho} J_{kn+p}(2\pi l \rho) \cdot \\
J_p(2\pi \rho M l) d\rho \delta(f - (kn+p)f_0) \circ
\end{aligned} \tag{15}$$

从式(15)可以看出, 扫描圆偏心会减少主频幅值, 并在主频周围产生各次旁频。

2. 若扫描圆呈椭圆状

用 $x' = (l+\varepsilon) \cos \omega t$, $y' = (l-\varepsilon) \sin \omega t$ 代入式(1), 得其频谱公式为

$$\begin{aligned}
\mathcal{P}(f) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{p'=-\infty}^{\infty} j^{p+p'} \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} Q(\rho, \varphi) R^*(\rho, \varphi) J_p(2\pi\rho l) J_{p'}(2\pi\varepsilon\rho) e^{-(p'-p)\varphi} \rho d\rho d\varphi \cdot \\
\delta[f - (p+p')f_0] \circ
\end{aligned} \tag{16}$$

用式(6)代入式(16), 令 $Q(\rho, \varphi) = Q(\rho)$, 得

$$\begin{aligned}
\mathcal{P}(f) = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} Q(\rho) \delta(\rho) d\rho \delta(f) + \frac{2n}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{kn} \sin \frac{k\pi}{2} \int_0^{\infty} \frac{Q(\rho)}{\rho} J_{kn}(2\pi l \rho) \cdot \\
J_0(2\pi \rho \varepsilon) d\rho \delta(f - kn f_0) + \frac{2n}{\pi} \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{kn} \sin \frac{k\pi}{2} \int_0^{\infty} \frac{Q(\rho)}{\rho} J_{kn-p}(2\pi l \rho) \cdot \\
J_p(2\pi \varepsilon \rho) d\rho \delta[f - (kn-2p)f_0] + \frac{2n}{\pi} \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{kn+p} \sin \frac{k\pi}{2} \int_0^{\infty} \frac{Q(\rho)}{\rho} J_{kn+p}(2\pi l \rho) \cdot \\
J_p(2\pi \varepsilon \rho) d\rho \delta[f - (kn+2p)f_0] \circ
\end{aligned} \tag{17}$$

从式(17)可以看出, 扫描圆呈椭圆状会减少主频幅值, 并在主频周围产生偶次旁频。

五、实验数据的分析

1. 对于辐射通量及辐射通量密度实测值的分析

从表 2 可知,其辐射分布有主峰,我们用一部分高斯函数来描述其辐射分布,

$$q_1(r) = \frac{I_0}{2\pi\beta^2} e^{-\frac{r^2}{2\beta^2}} \text{Circ}\left(\frac{r}{R}\right),$$

则探测器接收的辐射通量为

$$w = CE_R,$$

$$E_R = \int_0^{2\pi} \int_0^R q_1(r) r dr d\theta = I_0 [1 - e^{-\frac{R^2}{2\beta^2}}].$$

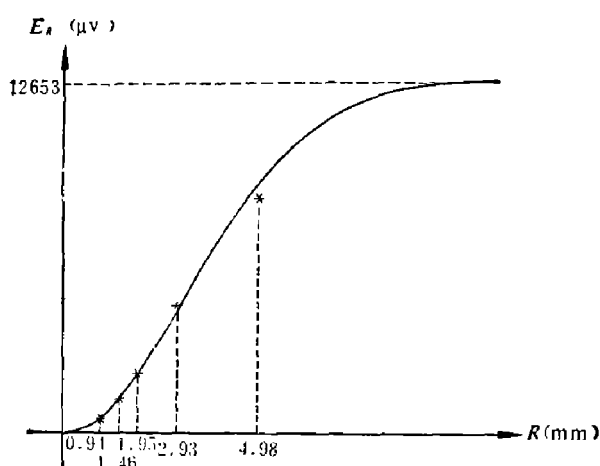


图 4 辐射通量的实测值及理论曲线

理论曲线 $E_R = 12653[1 - e^{-0.04944R^2}]$

* 实测值

其中 R 是黑体光阑半径, C 是与探测器面积、离黑体距离有关的一个常数。

根据表 2, 给定一组 R 和 E_R , 希望从中检测出最佳的 I_0 及 β 。我们用最小二乘法得

$$I_0 = 12653 \mu V, \beta = 3.18 \text{ mm},$$

$$\text{则 } E_R = 12653[1 - \exp(-0.04944R^2)].$$

辐射通量实测值与理论计算值的比较如表 2 及图 4 所示。

2. 对于实测频谱(表 1)的分析

实测频谱中出现第一对旁频, 其幅值仅为主频幅值的 5%; 实际上在 $R = 4.98 \text{ mm}$ 处还测到第二对旁频(当 720 Hz 时为 0.007, 880 Hz 时为 0.004)。

由式(15)可知, 一个圆对称的象函数, 由于扫描圆偏心, 在主频附近可产生各次旁频, 其第一旁频的幅值与主频幅值之比为

$$g = \frac{\int_0^\infty \frac{Q(\rho)}{\rho} J_{n-1}(2\pi l\rho) J_1(2\pi\rho Ml) d\rho}{\int_0^\infty \frac{Q(\rho)}{\rho} J_n(2\pi l\rho) J_0(2\pi\rho Ml) d\rho}.$$

令 $\eta = \rho l$, 考虑到 $M \ll 1$, 对 $J_1(2\pi\rho Ml)$ 及 $J_0(2\pi\rho Ml)$ 级数展开, 只取 M 一次项。设 $x_0 = y_0$, 则

$$g = \pi M \frac{\int_0^\infty Q\left(\frac{\eta}{l}\right) J_{n-1}(2\pi\eta) d\eta}{\int_0^\infty Q\left(\frac{\eta}{l}\right) J_n(2\pi\eta) / \eta d\eta}. \quad (18)$$

$$\text{据式(9), } Q\left(\frac{\eta}{l}\right) = 2AI_k \int_0^{\frac{R}{\sqrt{2}\beta}} e^{-x^2} J_0(2\sqrt{2}\pi\beta x\eta/l) x dx,$$

代入式(18), 经演算得:

$$g = \frac{Mn \sum_{\xi=0}^{\frac{n}{2}-1} \frac{\left[\frac{n}{2}\right]_{\xi} \left[-\left(\frac{n}{2}-1\right)\right]_{\xi}}{\xi! (1)_{\xi}} \left(\frac{\sqrt{2}\beta}{l}\right)^{2\xi} \gamma\left(\xi+1; \frac{R^2}{2\beta^2}\right)}{2 \sum_{\xi=0}^{\frac{n}{2}} \frac{\left[-\frac{n}{2}\right]_{\xi} \left[\frac{n}{2}\right]_{\xi}}{\xi! (1)_{\xi}} \left(\frac{\sqrt{2}\beta}{l}\right)^{2\xi} \gamma\left(\xi+1; \frac{R^2}{2\beta^2}\right)}。$$

如上所述,调制盘的偏心不大于 0.5 mm, 用 $M = \frac{\sqrt{x_0^2 + y_0^2}}{l} = \frac{0.5}{50} = 0.01$, $n = 20$, $l = 50$, $R = 4.98$, $\beta = 3.18$ 代入, 得 $g = 0.09$, 说明这一对旁频的产生, 主要是由于扫描圆偏心等因素造成的。由此可见, 由于测试仪器比较简单, 其测试精度主要是由精密设计和加工的调制系统来保证的。

从这一分析可以知道, 为了从测试频谱中真正反映辐射源的辐射本质, 调制盘要设计得大一些, 更要保证其齿宽的等宽性和扫描圆的同心度。

在式(8)中若令

$$AI_k = I_0, \sigma = m = 0, \quad (19)$$

得

$$q(r) = \frac{I_0}{2\pi\beta^2} e^{-\frac{r^2}{2\beta^2}} \text{Circ}\left(\frac{r}{R}\right)。 \quad (20)$$

将式(19)代入式(13), 得

$$\begin{aligned} \mathcal{P}(f) = & \frac{I_0}{2} [1 - e^{-\frac{R^2}{2\beta^2}}] \delta(f) \\ & + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^{kn} \frac{2I_0}{k\pi} \sin \frac{k\pi}{2} \sum_{\xi=0}^{\frac{kn}{2}} \frac{\left(-\frac{kn}{2}\right)_{\xi} \left(\frac{kn}{2}\right)_{\xi}}{\xi! (1)_{\xi}} \left(\frac{\sqrt{2}\beta}{l}\right)^{2\xi} \gamma\left(\xi+1; \frac{R^2}{2\beta^2}\right) \delta(f - knf_0)。 \end{aligned} \quad (21)$$

在式(21)中用 $n = 20$, $f_0 = 40$ Hz 代入, 当 $k = 1$ 时,

$$\mathcal{P}(800 \text{ Hz}) = \frac{2I_0}{\pi} \sum_{\xi=0}^{10} \frac{\left(-10\right)_{\xi} (10)_{\xi}}{\xi! (1)_{\xi}} \left(\frac{\sqrt{2}\beta}{l}\right)^{2\xi} \gamma\left(\xi+1; \frac{R^2}{2\beta^2}\right); \quad (22)$$

当 $k = 3$ 时,

$$\mathcal{P}(2400 \text{ Hz}) = \frac{2I_0}{3\pi} \sum_{\xi=0}^{30} \frac{\left(-30\right)_{\xi} (30)_{\xi}}{\xi! (1)_{\xi}} \left(\frac{\sqrt{2}\beta}{l}\right)^{2\xi} \gamma\left(\xi+1; \frac{R^2}{2\beta^2}\right)。 \quad (23)$$

当 $R = 4.98$ mm 时, 实测得 $\frac{\mathcal{P}(2400 \text{ Hz})}{\mathcal{P}(800 \text{ Hz})} = 0.027$, 编制了计算机程序, 按式(22)和(23)算得 $\beta = 3.18$ mm, 这跟前述计算是相同的, 再次证明用部分高斯光斑来描述这一黑体是正确的。

用 $I_0 = 12653 \mu\text{V}$ 及 $\beta = 3.18$ mm 代入式(20), 得到这一黑体辐射亮度的分布为

$$q(r) = 199.1 \exp(-0.049r^2) \text{Circ}\left(\frac{r}{4.98}\right),$$

其中 r 的单位是 mm, $q(r)$ 的单位是 $\mu\text{V}/\text{mm}^2 \cdot \text{球面度}$, 这是一个相对值。

3. 热象仪的观察

对于同一类型的其他一具黑体, 用 AGA750 热象仪观察, 实测得腔底最高温度 318°C , 离开腔底一定距离, 依次测得 310°C 、 280°C , 这一黑体从腔底至腔口温度是递减的。我们认

为,从腔底至腔口温度递减的黑体,其腔口辐射分布都可用部分高斯光斑来描述。

综合以上分析,对实验数据作解释如下。

1) 800 Hz 的偶次谐波(如 1600、3200...)并不存在。在式(13)中有 $\sin \frac{k\pi}{2}$ 项,当 k 为偶数, $\sin \frac{k\pi}{2} = 0$ 。

2) 主频 800 Hz 振幅最大,其高次谐波衰减很快。从式(22)和(23)可说明这一点。例如,当 $\beta = 3.18 \text{ mm}$, $R = 4.98 \text{ mm}$, $l = 50 \text{ mm}$ 时,算得

$$\mathcal{P}(800 \text{ Hz}) = 0.2953 I_0;$$

$$\mathcal{P}(2400 \text{ Hz}) = 0.0081 I_0.$$

3) 旁频围绕主频成对出现,且

$$\mathcal{P}[(kn-1)f_0] > \mathcal{P}[(kn+1)f_0],$$

在式(13)中,令 $AI_k = aI_0$, $m=1$, $k=1$, 得

$$|\mathcal{P}((n-1)f_0)| - |\mathcal{P}((n+1)f_0)| = \frac{10\sqrt{2}I_0an\beta^3}{\pi l^3} \gamma\left(\frac{\sigma+1}{2}+2; \frac{R^2}{2\beta^2}\right) > 0,$$

假若旁频是由调制误差产生的,从式(15)和(17)看到,旁频也是成对出现的,从而不难证明:

$$\mathcal{P}((kn-1)f_0) > \mathcal{P}[(kn+1)f_0].$$

4) 实验已证明,部分高斯光斑峰值 I_0 不同,只要其 β 不变(即分布不变化),各频谱幅值相互之比值也不变。这从式(13)可以看出, I_k 之变化并不影响各频谱幅值相互比值。

六、结 论

我们对被测黑体做了上述三个实验(二个定量,一个定性),证明被测黑体的辐射分布是部分高斯分布。我们认为,对于一个从腔底至腔口温度递减的黑体,一般都可用部分高斯光斑逼近,不同的温度梯度在式(20)中有不同的 β 值。当 β 很大时,部分高斯光斑模式趋近于均匀光斑模式,所以均匀光斑模式是部分高斯光斑模式的一个特例。

本文介绍的方法同样适用于红外光学系统象质的测试。为了真正反映象质的物理本质,对扇形调制盘的等宽精度、转速稳定性、扫描圆的同心度、频谱分析仪的频率分辨率以及低噪声前置放大器等都有十分高的要求。光斑愈小,能量愈弱,要求就愈高。

应该指出,由于黑体腔型的复杂性及腔体温度分布的不同,黑体腔口辐射分布是十分复杂的。本文主要介绍具有普遍意义的测试方法,至于某个黑体辐射分布的数学模型,还要根据实际测试而定。

致谢——本测试工作曾得到王泽秀、张绍举、李学全、刘长久同志的帮助,特此致谢。

参 考 文 献

- [1] Poulean J., *Optica Acta*, **22** (1975), 4: 339.
- [2] McQuiston R. B., *J. Opt. Soc. Amer.*, **48** (1958), 1: 63.
- [3] McQuiston R. B., *J. Opt. Soc. Amer.*, **49** (1959), 1: 74.
- [4] Hudson R. D., *Infrared System Engineering*, John Wiley, 1969.
- [5] 许生龙,尹达人,光学学报, **2** (1982), 2: 79.
- [6] 爱尔台里 A., 高级超越函数(中译本第二册), 上海科技出版社, 1959, 58.

A SPECTRAL ANALYSIS FOR MEASURING DISTRIBUTION OF BLACKBODY RADIATION

YIN DAREN, XU SHENLONG

(Kunming Institute of Physics)

ABSTRACT

A spectral analysis for measuring distribution of blackbody radiation is presented. Experimental results are given. On the basis of our data, a mathematical model is presented, the parameters of which can be determined by measuring output frequency spectrum.