

正弦调制器的设计方法

孔繁金

(中国科学院上海技术物理研究所)

参考文献[1]中提出了从光阑孔形状着手来设计正弦调制器的一种方法,这种设想是合理的。但是,该文所列举的设计公式颇为复杂,计算工作量大,在设计实例中存在突跳点,需人为地加以平滑,因而增大了误差,降低了精度。为克服上述缺点,本文提出一种新的设计考虑,以便寻找一种既合理又简便的设计方法。

1. 设计公式的推导

正弦调制器由光阑和扇形调制盘组成,如图1所示。设调制盘的齿数为 N , OO' 之间的距离为 R ,光阑孔上半轮廓线 $\widehat{O''BD}$ 和下半轮廓线 $\widehat{O''CD}$ 的极坐标方程分别为

$$\rho_1 = R + \alpha \sin N\theta, \quad (1)$$

$$\rho_2 = R - \alpha \sin N\theta, \quad (2)$$

其中 $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{N}$, 参数 α 待定。

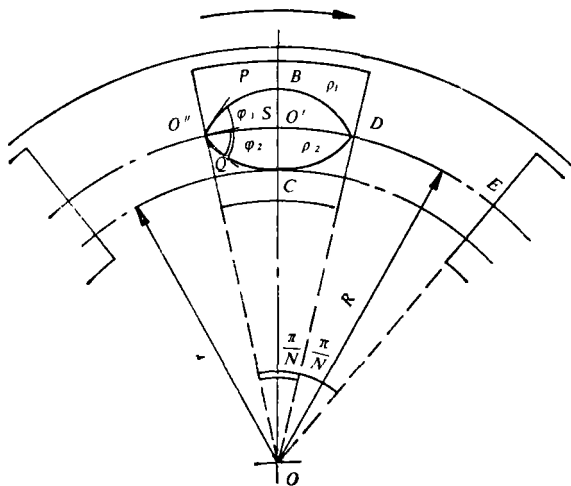


图 1

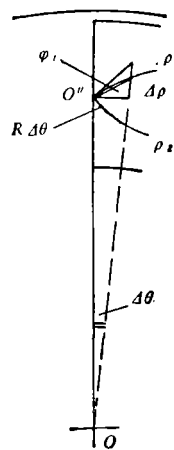


图 2

假设在初始时刻调制盘的齿刚好把光阑孔全部遮住。当调制盘转过角度 θ 时,光阑孔露出部分的面积为

$$A = \int_0^\theta \int_{\rho_2}^{\rho_1} \rho d\rho d\theta = \int_0^\theta \frac{\rho^2}{2} \Big|_{R-\sin N\theta}^{R+\sin N\theta} d\theta = \int_0^\theta 2R\alpha \sin N\theta d\theta$$

$$= \frac{2R\alpha}{N} (-\cos N\theta) \Big|_0^\theta = \frac{2R\alpha}{N} (1 - \cos N\theta)。 \quad (3)$$

其中 $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{N}$ 。当 $\theta = \frac{\pi}{N}$ 时, 整个光阑孔刚好全部露出来, 这时 A 为最大值 A_m ——整个光阑孔的面积, 即

$$A_m = 4R\alpha/N, \quad (4)$$

从而

$$\alpha = NA_m/4R。 \quad (5)$$

把式(5)代入式(1)和(2), 得曲线 ρ_1 和曲线 ρ_2 的极坐标方程为

$$\rho_1 = R + \frac{NA_m}{4R} \sin N\theta, \quad (6)$$

$$\rho_2 = R - \frac{NA_m}{4R} \sin N\theta。 \quad (7)$$

其中 $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{N}$ 。当整个光阑孔全部露出来后, 调制盘再转过角度 θ_1 时, 光阑孔露出部分的面积为

$$\begin{aligned} A &= A_m - \int_0^{\theta_1} \int_{\rho_2}^{\rho_1} \rho d\rho d\theta = A_m - \frac{A_m}{2} (1 - \cos N\theta_1) \\ &= \frac{1}{2} A_m (1 + \cos N\theta_1) \quad (0 \leq \theta_1 \leq \frac{\pi}{N}) \\ &= \frac{1}{2} A_m (1 - \cos N\theta)。 \quad (\frac{\pi}{N} \leq \theta \leq \frac{2\pi}{N}) \end{aligned} \quad (8)$$

由式(3)和(8)可得

$$A = \frac{1}{2} A_m (1 - \cos N\theta)。 \quad (0 \leq \theta \leq \frac{2\pi}{N})$$

因而, 当调制盘旋转 $\frac{2\pi}{N}$ 角度时, 光阑孔露出部分的面积按正弦规律完成了一个周期的变化。此时, 通过光阑的黑体辐射强度也按正弦规律完成了一个周期的变化。如果调制盘匀速转动, 那末我们就得到了正弦调制的黑体辐射。

为了便于加工, 图1中光阑的张角 $\varphi = \angle PO''Q$ 应尽可能大。图中 $\overline{O''P}$ 和 $\overline{O''Q}$ 分别为在 O'' 点上曲线 ρ_1 和曲线 ρ_2 的切线, $\overline{O''S}$ 是在 O'' 点上圆弧 $\widehat{O''O'}$ 的切线。 $\varphi_1 = \angle PO''S$, $\varphi_2 = \angle SO''Q$ 。如图2的局部放大后的图形所示, 我们可求得

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \lim_{\Delta\theta \rightarrow 0} \frac{\Delta\rho}{R\Delta\theta} \Big|_{\theta=0} = \frac{1}{R} \frac{d\rho_1}{d\theta} \Big|_{\theta=0} = \frac{1}{R} \cdot \frac{NA_m}{4R} \cdot N \cdot \cos N\theta \Big|_{\theta=0} = \frac{N^2 A_m}{4R^2}, \quad (9)$$

即

$$\varphi_1 = \operatorname{tg}^{-1} \frac{N^2 A_m}{4R^2}; \quad (10)$$

同样可得

$$\varphi_2 = \operatorname{tg}^{-1} \frac{N^2 A_m}{4R^2}, \quad (11)$$

从而

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2 = 2 \operatorname{tg}^{-1} \frac{N^2 A_m}{4R^2}。 \quad (12)$$

由式(12)可见, 为了使张角 φ 尽可能大, 应增大 N 、 A_m , 或减小 R 。但是在通常的情况下, 光阑孔的面积 A_m 是预先给定的, 调制盘的齿数 N 也由马达转速、调速机构的传动比和所需调制频率之间的关系大致确定。因此为了增大张角 φ , R 应尽可能小。从理论上讲, 当图

1 中曲线 ρ_2 的 O 点和原点 O 之间的距离为零时, φ 可为最大值。这时由式(7)得

$$R - \frac{NA_m}{4R} = 0, \quad (13)$$

即

$$R = \frac{1}{2} \sqrt{NA_m}. \quad (14)$$

此时,

$$\varphi_m = 2 \operatorname{tg}^{-1} \frac{N^2 A_m}{4R^2} = 2 \operatorname{tg}^{-1} N. \quad (15)$$

实际上, 由于马达和调速机构的存在, O 点和原点之间的距离存在一个下限值 r , 这时

$$R - \frac{NA_m}{4R} = r, \quad (16)$$

$$R^2 - rR - \frac{NA_m}{4} = 0, \quad (17)$$

解方程得

$$R = \frac{1}{2} (r + \sqrt{r^2 + NA_m}), \quad (18)$$

此处 R 的负根已被舍去。这时张角 φ 的最大值为

$$\varphi_m = 2 \operatorname{tg}^{-1} \frac{N^2 A_m}{4R^2} = 2 \operatorname{tg}^{-1} \frac{N^2 A_m}{(r + \sqrt{r^2 + NA_m})^2}. \quad (19)$$

2. 设计公式的应用

为说明本设计公式的应用方法, 并说明其应用上的简便性, 这里不妨将上述推导公式具体应用于参考文献[1]的设计实例中。

设定参数是 $A_m = 9 \text{ mm}^2$, $N = 30$ 。又设调制盘由马达直接带动, 马达的外径为 60 mm 。为考虑其他一些因素, 取 $r = 40 \text{ mm}$ 。由式(18)和(19)得

$$R = \frac{1}{2} (r + \sqrt{r^2 + NA_m}) = 41.622 \text{ mm},$$

$$\varphi = 2 \operatorname{tg}^{-1} \frac{N^2 A_m}{(r + \sqrt{r^2 + NA_m})^2} = 98^\circ 54' 24'';$$

由式(6)和(7)得

$$\rho_1 = 41.622 + 1.622 \sin 30 \theta,$$

$$\rho_2 = 41.622 - 1.622 \sin 30 \theta.$$

其中, $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{30}$, 显然, 光阑的轮廓线上各点的值是易于计算的, 且曲线是光滑的。

3. 结语

本文所推得的正弦调制器光阑孔轮廓曲线方程具有公式简单, 计算容易, 不存在突跳点等优点。与带圆形光阑的调制器相比较, 当两者的均方根调制系数相等时, 正弦调制器的调制盘具有较小的几何尺寸, 且调制后的黑体辐射波形纯正, 不存在高次谐波。

参 考 文 献

[1] 李学全, 激光与红外, (1982), 10: 73~77。

(本文 1982 年 11 月 22 日收到)