

用于红外跟踪的继电型控制系统的设计

赤 强

(长虹机械厂)

摘要——本文以继电型控制系统的一般原理为基础,分析了继电型控制系统作为随动系统(尤其是红外导引系统)的性能。文中用继电型系统特性 $J(\omega)$ 分析了本继电系统,其突出的优点是不用电子计算机即可在很短的时间内看到明晰的结果。本文还给出了继电控制系统用于跟踪系统的参数设计原则和例子。

一、引 言

本文所述的继电型随动系统陀螺稳定器的系统设计,不用谐波平衡法求解;也不能用平面法作图;我们采用比较简单的解析方法,并直接看到了参数间的关系。

继电型控制系统是非线性系统,具有快速、准确、简单、体积小、重量轻、适合于集成化等优点,已得到越来越广泛应用。但把它作为跟踪系统使用,其设计方法与一般不完全相同,本文着重介绍它相异之处。

二、继电型系统作随动系统的讨论

假设系统方框图如图1所示,以陀螺轴与参考线间夹角 q_T 跟踪视线角 q ,使误差角 ε 减小。继电特性为:

$$u = \begin{cases} M & \text{当 } \varepsilon \geq \varepsilon_0, \\ 0 & \text{当 } -\varepsilon_0 < \varepsilon < \varepsilon_0, \\ -M & \text{当 } \varepsilon \leq -\varepsilon_0. \end{cases} \quad (1)$$

由继电型控制系统理论可知,当系统外加输入信号之周期远大于系统自持振荡之周期时,输出量可近似地看作为输入信号与变了形的自持振荡之和。自持振荡使系统对慢变输入之反映变成线性问题。系统之线性部分构成一个低通滤波器,故可滤去自持振荡所产生的高频分量。因而本系统之工作与线性系统相似,被称

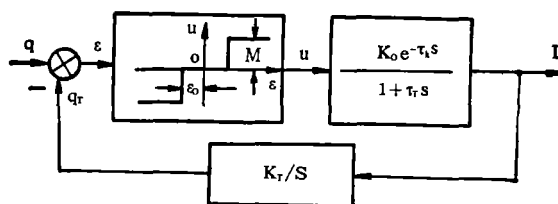


图1 继电型随动系统方框图

ε_0 —盲区;
 τ_k —继电器开关的弛豫时间;
 τ_T —形成信息处理系统带宽的时间常数;
 K_0 —信息处理系统的放大系数;
 K_T —陀螺系统传输系数

之为“拟线性系统”^[1]。

当 $\tau_T \gg \tau_K$ 时, 可以忽略 τ_K , 以 τ 代替 τ_T , 使系统线性部分简化成惯性环节。

把系统方框图改画为图 2, 这正好是在非线性继电特性 $u=f(\varepsilon)$ 上并接积分-惯性环节

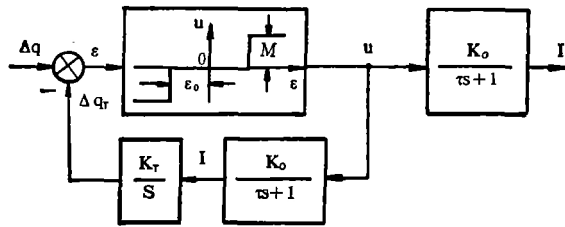


图 2 改画的系统方框图

的情况, 它不但使系统稳定, 而且由于惯性环节滤去了高频分量, 即得系统之真实输出。各个环节的方程可写出如下:

$$u=f(\varepsilon), \quad (2)$$

$$\varepsilon=\Delta q-\Delta q_T, \quad (3)$$

$$\tau^2 \frac{d^2 \Delta q_T}{dt^2} + \tau \frac{d \Delta q_T}{dt} = K_0 K_T \tau u. \quad (4)$$

令

$$K=K_0 K_T \tau, \quad (5)$$

则振荡周期内的均值方程可写为:

$$\bar{u}=\frac{\omega}{2 \pi} \int_0^{2 \pi / \omega} f[\varepsilon+\psi(\omega t)] d t=\frac{\omega}{2 \pi} \int_0^{2 \pi / \omega} f(\Delta q-\Delta q_T) d t, \quad (6)$$

$$\bar{\varepsilon}=\Delta \bar{q}-\Delta \bar{q}_T, \quad (7)$$

$$\tau^2 \frac{d^2 \Delta \bar{q}_T}{dt^2} + \tau \frac{d \Delta \bar{q}_T}{dt} = K \bar{u}. \quad (8)$$

代入线性部分传递函数, 即可求得继电元件输出端的周期振荡, 如图 3 所示。当 $\Delta q=0$ 时, 可写出:

$$\Delta q_{T1}(t)|_{t=\theta_1}=-\varepsilon_0=K M\left\{\frac{\theta_1}{2 \tau}-\frac{1-e^{-\theta_1 / \tau}}{1+e^{-(\theta_1+\theta_2) / \tau}}\right\}, \quad (9)$$

$$\Delta q_{T2}(t)|_{t=\theta_2}=\varepsilon_0=K M\left\{\frac{\theta_1}{2 \tau}-\frac{(1-e^{-\theta_1 / \tau}) e^{-\theta_2 / \tau}}{1+e^{-(\theta_1+\theta_2) / \tau}}\right\}. \quad (10)$$

由此解得:

$$\theta_1=\frac{(1-e^{-\theta_1 / \tau})(1+e^{-\theta_2 / \tau})}{1+e^{-(\theta_1+\theta_2) / \tau}} \tau,$$

或

$$\theta_1=\frac{2 \varepsilon_0}{K M} \frac{1+e^{-\theta_2 / \tau}}{1-e^{-\theta_1 / \tau}} \tau. \quad (11)$$

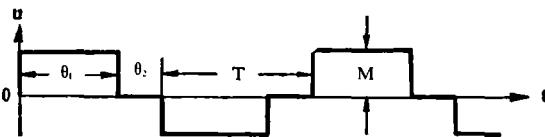


图 3 继电元件输出端的周期振荡

由上可知, 自持振荡的半周期 T (即 $\theta_1+\theta_2$) 很小, $T \ll \tau$ 。当系统跟住目标时, $\Delta q=0$, 自持振荡呈对称型式, 故 Δq_T 平均值 $\Delta \bar{q}_T$ 必为零。只要满足条件 $\dot{q}_T \geq \dot{q}$, 即可用滤除自持振荡后的 \bar{q} 代替 \bar{q}_T 。反之, 系统将丢失目标。

图 2 所示之输出可由式 (8) 得出:

$$\bar{u}(s)=\frac{\tau s}{K}(\tau s+1) \bar{q}_T(s) \doteq \frac{\tau}{K}(\tau s+1) \dot{\bar{q}}(s), \quad (12)$$

$$I(s)=\frac{K_0}{\tau s+1} \bar{u}(s)=\frac{1}{K_T} \dot{\bar{q}}(s) \doteq \frac{1}{K_T} \dot{q}(s). \quad (13)$$

式 (13) 说明本跟踪回路是一个微分环节。系统测量出的 $\dot{\bar{q}}$ 是振荡周期内的平均值。对于慢变化的输入来讲, 可以认为, $\dot{\bar{q}}$ 与 \dot{q} 无区别。

把方框图改画为图 4, 可以看出系统对速度量输入之反映, 则回路将有静差。对式 (1) 作

振动线性化处理, 得到图 5 的特性曲线 $u = F(\dot{\varepsilon})$, 它表示 u 与输入角速度 $\dot{\varepsilon}$ 之关系。用其一半特性, 即考虑在非对称状态下工作, 可得出如下方程:

$$\begin{aligned} u &= F(\dot{\varepsilon}), \\ \dot{\varepsilon} &= \dot{q} - \dot{q}_T, \\ \tau^2 \frac{d\dot{q}_T}{dt} + \tau \dot{q}_T &= K u_o \end{aligned} \quad (14)$$

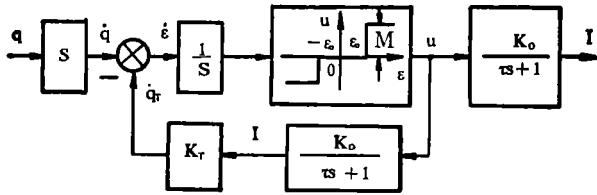


图 4 改画后的方框图

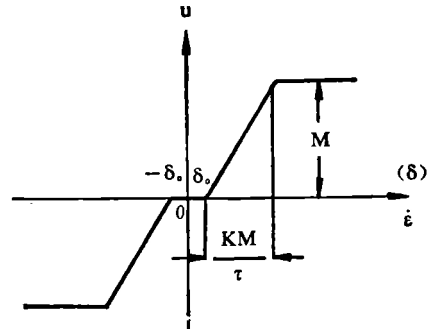


图 5 $u-\dot{\varepsilon}$ 特性曲线

从图 5 可知, 其线性段部分的特性为:

$$u = M \frac{\theta_1 - \theta_2}{\theta_1 + \theta_2}, \quad (15)$$

当 $\dot{q} = 0$ 时, $\theta_1 = \theta_2$; 当 $\dot{q} \neq 0$ 时, 将产生如图 3 所示之自持振荡。查表^[1]可求得:

$$\dot{q}_{T1}(t) \Big|_0^{\theta_1} = \frac{KM}{\tau} \left\{ 1 - e^{-t/\tau} \left(\frac{1 - e^{-\theta_1/\tau}}{1 - e^{-(\theta_1 + \theta_2)/\tau}} \right) \right\}, \quad \text{当 } 0 < t < \theta_1, \quad (16)$$

$$\dot{q}_{T2}(t) \Big|_0^{\theta_2} = \frac{KM}{\tau} \left\{ \frac{1 - e^{-\theta_2/\tau}}{1 - e^{-(\theta_1 + \theta_2)/\tau}} e^{-t/\tau} \right\}, \quad \text{当 } 0 < t < \theta_2. \quad (17)$$

状态转换条件为:

$$\dot{q}_{T1}(0) = \dot{q}_{T2}(\theta_2) = \frac{KM}{\tau} \frac{e^{-\theta_2/\tau} - e^{-(\theta_1 + \theta_2)/\tau}}{1 - e^{-(\theta_1 + \theta_2)/\tau}}, \quad (18)$$

$$\dot{q}_{T2}(0) = \dot{q}_{T1}(\theta_1) = \frac{KM}{\tau} \frac{1 - e^{-\theta_1/\tau}}{1 - e^{-(\theta_1 + \theta_2)/\tau}}. \quad (19)$$

对继电型元件输入:

$$\dot{\varepsilon} = \dot{q} - \dot{q}_{T1}(t) \quad (\text{在脉冲期间内}), \quad (20)$$

或

$$\dot{\varepsilon} = \dot{q} - \dot{q}_{T2}(t) \quad (\text{在休止期间内}). \quad (21)$$

其周期方程式为:

$$\dot{q} - \dot{q}_{T1}(\theta_1) = \delta_0 - \delta, \quad \dot{q} - \dot{q}_{T2}(\theta_2) = \delta_0 + \delta. \quad (22)$$

将式(18)、(19)代入式(22)得:

$$\theta_1 = \tau \ln \left(\frac{\frac{KM}{\tau} - \dot{q} + \delta_0 + \delta}{\frac{KM}{\tau} - \dot{q} + \delta_0 - \delta} \right), \quad (23)$$

$$\theta_2 = \tau \ln \left(\frac{\dot{q} - \delta_0 + \delta}{\dot{q} - \delta_0 - \delta} \right). \quad (24)$$

由式(24)可见, 产生自持振荡时 \dot{q} 的临界值为 $\delta_0 + \delta$, 即 \dot{q}_1 相当于误差项。当 \dot{q} 在 $\delta_0 + \delta$

与 $\frac{KM}{\tau} + \delta_0 - \delta$ 之间时, 输出为:

$$\bar{u} = \Phi(\dot{q}) = \frac{M\theta_1}{\theta_1 + \theta_2} \quad (25)$$

将式(23)、(24)代入式(25), 当 $\delta \rightarrow 0$ 时有不定式, 可解得:

$$\bar{u} = \frac{\tau}{K} (\dot{q} - \dot{q}_1) \quad (26)$$

可见, 当 $\dot{q} > \dot{q}_1$ 时, 输出平均值 \bar{u} 与输入 \dot{q} 成正比, 则

$$I = \frac{1}{K_r(\tau s + 1)} (\dot{q} - \dot{q}_1); \quad (27)$$

稳态时,

$$I = \frac{1}{K_r} (\dot{q} - \dot{q}_1) \quad (28)$$

式(28)与式(13)相似, 取

$$I_1 = \frac{1}{K_r} \dot{q}_1 = K_0 \delta_0, \quad (29)$$

I_1 为盲区引入的系统动态误差, 在跟踪平均值中并无作用。

三、利用继电型系统特性对系统进行分析

我们用继电型系统特性 $J(\omega)$ 对随动系统作如下分析:

1. 自持振荡产生的条件

继电型系统的结构如图 6 所示。图中继电元件特性、线性部分传递函数和外作用输入正弦波, 分别由式(30)、(31)、(32)表示如下:

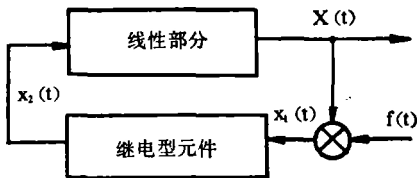


图 6 继电型系统方框图

$$X_2 = \Phi(X_1), \quad (30)$$

$$W(s) = L[X] / L[X_2], \quad (31)$$

$$f(t) = X_0 \sin(\omega t + \phi). \quad (32)$$

此时系统若产生半周期为 $T = \frac{\pi}{\omega}$ 之强制振荡:

$$X_1(t) = X(t) + f(t), \quad (33)$$

为使外作用与强制振荡同步, 应满足:

(1) 转换时刻条件:

$$[X_{1T}(t)]_{t=T} = X_{1T}(T) = -X_{0s}; \quad (34)$$

(2) 转换方向条件:

$$\left[\frac{dX_{1T}(t)}{dt} \right]_{t=T} = X'_{1T}(T) < 0; \quad (35)$$

(3) 半周期 T 内不转换条件:

$$X_{1T}(t) > X_{0s} \quad (\text{当 } 0 < t < T). \quad (36)$$

输入外作用为:

$$X_{1T}(t) = X_T(t) + X_0 \sin\left(\frac{\pi}{T} t - \phi\right). \quad (37)$$

将式(37)代入式(34)、(35)、(36), 则自持振荡条件变为:

$$\begin{aligned} X_T(T) + X_0 \sin \phi &= -X_{0s}; \\ \frac{T}{\pi} X'_T(T) - X_0 \cos \phi &< 0; \end{aligned} \quad (38)$$

$$X_T(t) + X_0 \sin\left(\frac{\pi}{T} t - \phi\right) > X_{0s} \quad (\text{当 } 0 < t < T)。$$

当无外作用时, $X_0=0$, 则自持振荡条件变为:

$$\begin{aligned} X_T(T) &= -X_{0s}; \\ \frac{T}{\pi} X'_T(t) &< 0; \end{aligned} \quad (39)$$

$$X_T(t) > -X_{0s} \quad (\text{当 } 0 < t < T)。$$

2. 继电型系统特性 $J(\omega)$ 的定义与应用

继电型元件输出的矩形脉冲序列具有恒定的高度 $\frac{KM}{\tau}$ 和恒定的历时 T , 以傅里叶级数表示:

$$X_F(t) = \Phi[X_1(t)] = \frac{4}{\pi} \frac{KM}{\tau} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{2m-1} \sin(2m-1)\omega t. \quad (40)$$

对脉冲序列输入之反映被分解成每一谐波后, 可分别按迭加原理处理。线性传递函数的幅相特性可以表示为:

$$W(j\omega) = U(\omega) + jV(\omega) = H(\omega) \cos \Theta(\omega) + jH(\omega) \sin \Theta(\omega). \quad (41)$$

定义:

$$J(\omega) = \text{Re}[J] + j \text{Im}[J], \quad (42)$$

其中,

$$\text{Im}[J] = X_T(T) = -\frac{4KM}{\pi\tau} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{V[(2m-1)\omega]}{2m-1}, \quad (43)$$

$$\text{Re}[J] = \frac{T}{\pi} X'_T(T) = -\frac{4KM}{\pi\tau} \sum_{m=1}^{\infty} U[(2m-1)\omega]. \quad (44)$$

利用作图方法或数值算法, 按上式从 $W(j\omega)$ 求得 $J(\omega)$, 写成:

$$J(\omega_i) = \text{Re}[J(\omega_i)] + j \text{Im}[J(\omega_i)]. \quad (45)$$

按上述定义, 当 $\text{Im}[J] = -X_{0s}$, $\text{Re}[J] < 0$ 时, 自持振荡频率为 $\omega = \omega_0$; 则得到强制振荡频率的条件为

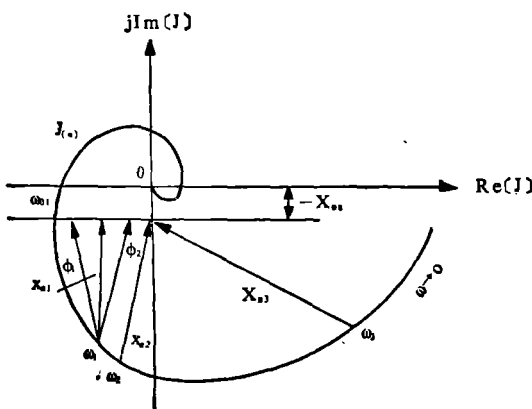


图7 $J(\omega)$ 的作图法

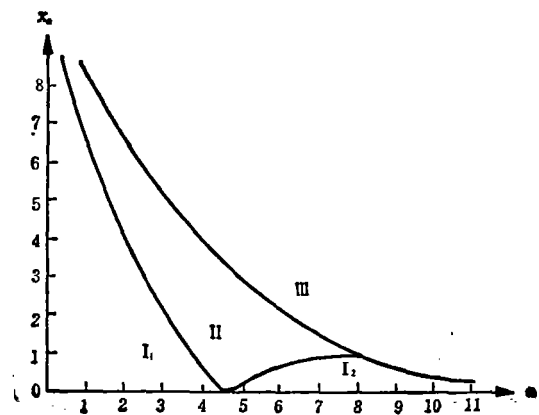


图8 $X_n-\omega$ 特性曲线

$$\operatorname{Im}[J] + X_0 \sin \phi = -X_{0s}, \operatorname{Re}[J] - X_0 \cos \phi < 0。$$

作图 7, 求解临界输入 X_n 。 X_n 的定义是, 当外作用正弦波幅度 $X_0 < X_n$ 时无强制振荡。若 $\omega = \omega_0$ 在虚轴之左半平面, X_n 由与直线 $\operatorname{Im}[J] = -X_{0s}$ 相切圆的半径所定; 若 $\omega = \omega_0$ 在虚轴右半平面, X_n 由通过直线 $\operatorname{Im}[J] = -X_{0s}$ 与虚轴相交之圆半径所定。

无外作用时, ω_{01} 为自持振荡频率。有外作用时, ω_0 取决于幅度 X_0 。若 $X_0 > X_n$, 则存在强制振荡。利用在系统中加限幅器的方法取 X_{n1} 略大于对应盲区的 X_{0s} 即可。

采用上述方法, 取不同的 X_n 值, 求解自持振荡与强制振荡的振频, 并可得到如图 8 所示的 $X_n - \omega$ 特性曲线。

3. 稳定性分析

频率为 ω_0 的稳定自持振荡, 其必要和充分条件是:

$$\frac{d \operatorname{Im}[J]}{d \omega_0} > 0。 \quad (46)$$

4. 结论

(1) 继电型特性有盲区时, 不论怎样改变线性部分, 均有自持振荡。其振荡频率 ω_0 将随 $\frac{KM}{\tau}$ 增大而增大。无盲区时, 自持振荡频率 ω_0 既与高度 M 无关, 又与线性部分放大系数 $\frac{K}{\tau}$ 无关。

(2) 继电型系统在不同的外作用输入 (X_0 与 ω) 下, 在四个区域中呈现不同的特性 (如图 8 所示), 它们的应用也不同。

I₁ 区对应于 $X_{n1} > X_0$, 外作用不能抑制自持振荡, 而与自持振荡相加在一起, 输出一个组合振荡。它相当于外作用输入的复现, 或者说, 系统随外作用而动, 故称为复现区或随动区。

I₂ 区为不稳定区域, 振荡不规则, 不等时, 属于不能利用之过渡区域。

II 区对应于 $X_{n1} < X_0 < X_{n2}$, 有两个周期解, 它们具有相同的频率 ω_0 , 但相位不同, 也属于不能利用之过渡区域。

III 区对应于 $X_0 > X_{n2}$, 它利用外来作用抑制自持振荡而产生强制振荡。

(3) 针对不同要求的自持振荡或强制振荡, 可以作出继电型系统特性来解系统之稳定性。

(4) 由线性部分传递函数 $W(j\omega)$ 解出的继电型系统特性 $J(\omega)$ 不是用一般的谐波平衡法求得的, 采用的是从双输入描述函数法^[9]推广的多输入描述函数法之一种特例。由于继电型系统特性提供了仅有奇次谐波的矩形脉冲序列, 利用作图算法或数值算法可以方便地进行求解。

四、跟踪用继电型控制系统的设计

1. 设计原则与要求

使继电型系统工作在上述之 I₁ 区, 以满足系统具有随动性能之要求。引入一定的参数, 选择条件在各种性能间进行折衷来求解。

本文设计的继电随动系统的基本方框图如图 1 所示。要求自持振荡频率 f_0 大于

20 Hz, 线性部分时延 τ 为 15~20 ms, 系统提供的最大跟踪角速度 \dot{q}_{\max} 为 $30^\circ/\text{s}$, 求解满足系统要求的盲区 ε_0 的范围。

2. 求解继电型系统特性 $J(\omega)$

本文分别以 $\tau=15\text{ ms}$ 与 20 ms 进行计算, 并以 $\tau=20\text{ ms}$ 为设计值。 $\frac{K}{\tau} = K_0 K_T = 30 \frac{1}{\text{s}}$, $M=1$, $f_0 \geq 20\text{ Hz}$, ε_0 按 1'、2'、3'、4'、5'、6'、12'、15' 代入, 求得:

$$J(\omega) = \text{Re}[J] + j \text{Im}[J] = \frac{-4K_0 K_T}{\pi} \left\{ \sum_{m=1}^{\infty} \left[U[(2m-1)\omega] + j \frac{V[(2m-1)\omega]}{2m-1} \right] \right\}$$

3. 系统对自持振荡频率 f_0 之保证

对上述计算结果作图, 在不同 τ 值时求 $f_0 - \varepsilon_0$ 关系。可知, 当 $\tau=15\text{ ms}$ 时, 在上述诸参数下, 为保证 $f_0 \geq 20\text{ Hz}$, 盲区 $\varepsilon_0 = 4.9'$; 当 $\tau=20\text{ ms}$ 时, 则 $\varepsilon_0 = 3.3'$ 。

4. 输入临界值与外作用频率之关系

为保证系统之随动状态, 即稳定的自持振荡不被输入外作用信号破坏, 则其频率与幅度皆有限制, 可作曲线 $X_n - \omega|_{\varepsilon_0}$ 求之。

由于系统中设有自动增益控制-限幅系统, 其输入值皆可由门限输入来限定, 只要略大于 $K_0 \varepsilon_0$, 即足以保证系统状态之稳定。

5. 结果

系统参数能保证继电型系统处于随动状态工作。选取如下参数组合是适宜的, 即 $f_0 \geq 20\text{ Hz}$; $\tau \leq 20\text{ ms}$; $K_0 K_T = 30\text{ s}^{-1}$; $\dot{q}_{\max} = 30^\circ/\text{s}$; $\varepsilon_0 \leq 3'$ 。当然, 选取 ε_0 后, 确定系统可能有的 f_0 , 同样可以求解。总之, 是通过 f_0 、 \dot{q}_{\max} 、 τ 与 ε_0 进行折衷来满足系统要求的。

参 考 文 献

- [1] 索洛夫尼柯夫 B. B. 主编, 自动调整原理, 王众托译, 水利电力出版社, 1958.
- [2] 威斯特 J. C., 非线性控制系统分析, 徐俊荣译, 上海科学技术出版社, 1964.

BANG-BANG CONTROL SYSTEM DESIGN FOR THE IR TRACKING SYSTEM

CHI QIANG

(Chang Hong Machinery Factory)

ABSTRACT

The operational performances of the bang-bang control system as a tracking system (especially as an IR homing system) are analysed on the basis of the general theory of the bang-bang control system. In this paper, the advantages of the analytical method for analysing the bang-bang system using the bang-bang system performance $J(\omega)$ are shown. Especially a clear conclusion can be drawn in a short period without using the electronic computer. Also the principle and the example of the system parameters design are given.