

CCD“刷式”扫描成象系统的 平均积分调制传递函数

张守一 尹仲任

(华中工学院光学系、计算机系)

摘要——本文对 CCD“刷式”扫描成象系统线列轴向上的 MTF_i 进行了分析, 在引入平均积分调制传递函数 $[MTF_i]_m$ 的概念及推导出有关的计算公式之后, 考虑到在多次试验中, 探测器光敏元中心线与图象光栅峰值之间的空间相位差角 φ 取值的随机性, 再对多次试验结果取平均, 得出了 $[MTF_i]_m$ 的普遍表达式。最后, 分析了“刷扫”方向的 MTF_{iy} , 推导出 $[MTF_{iy}]_m$ 及 $[MTF_{iy}]_m$ 的表达式。

一、引言

对成象系统象质的正确评价直接关系到系统的正确使用和合理设计, 而用光学传递函数 (OTF) 中的调制传递函数 MTF 来评价象质, 比以前的其他一些方法更全面、更方便, 更便于作定量说明^[1]。所以自本世纪七十年代以来, 越来越多地采用 MTF 分析讨论红外成象系统^[2~7]。目前国外广泛引用的 CCD 的积分调制传递函数的表示式为:

$$MTF_i = \text{sinc}(fa), \quad (1)$$

其中 f 为图象的空间频率, a 为光敏元线列轴线方向宽度; 下标 i 说明这一 MTF 值是由探测器光敏元的几何性质有关的光积分过程所引起的, 以区别于探测器的其他 MTF 值。

有人对式 (1) 进行了推导, 推导过程中假定: 1) CCD 成象器件为一无限均匀线列取样系统; 2) CCD 的输出信号是脉宽为零的脉冲序列; 3) CCD 输出端紧接一个截止频率 $f_0 = \frac{1}{2a}$ 的理想低通滤波器 (a 为光敏元中心距)。

但是实际应用的 CCD 成象系统中, 往往在输出端接上取样保持电路, 不一定加低通滤波器, 即使加上, 其 f_0 也不一定就是 $\frac{1}{2a}$ 。此外, CCD 光敏元个数总是有限的, 而且在观察图象的某一部分时, 与它相对应的光敏元个数就更少。当 f 接近 f_0 时, 光敏元与图象光栅的相对位置对图象的对比度将产生明显的影响。试验中我们曾定性地观察到这一现象。例如, 当我们用 128 元 CCD 刷式扫描相机观察图象时, 如果图象对比度不大, 或轮廓模糊时,

本文 1981 年 8 月 4 日收到。

适当调整相机水平位置, 即改变图象光栅与光敏元的相对位置, 可使图象清晰或对比度增大。这是运用式 (1) 难以解释的。

我们认为: CCD 刷式扫描成象系统或面阵“凝视”成象系统实质上是一个非线性移变系统, 加上取样保持电路后, 如果输入正弦光栅, 其输出波形通常呈现阶梯波, 而且其波形和幅度将与光栅的相位角 φ (即 CCD 光敏元中心线与光栅峰值之间的空间相位角) 有关。文献 [8] 在分析硅靶摄像管时曾提到过 φ 角的影响, 文献 [1] 在讨论纤维光缆时也进行过类似的考虑, 但都未作分析。

本文的目的是希望对上述 φ 角的影响进行较为详细的分析, 并根据 MTF 的基本定义分析 CCD 刷式扫描成象系统的等效积分调制传递函数, 同时引入了平均调制传递函数 $[MTF]_m$ 的概念。考虑到 φ 角的随机性, 再对所有可能出现的 φ 值的 $[MTF]_m$ 取平均, 得出了 $\overline{[MTF]_m}$ 的普遍表达式。在分析了“刷扫”方向的 MTF_{iy} 之后推导出 $[MTF_{iy}]_m$ 及 $\overline{[MTF_{iy}]_m}$ 的表达式。最后对 CCD 不加取样保持电路的情况作了简单的讨论。

二、线列 CCD 成象系统轴线方向的 MTF_i

线列 CCD 成象系统的 x 方向 (见图 1) 由于采用电子扫描, 景物图象和探测器之间在这一方向上不存在扫描关系, 其 MTF_i 不能由卷积关系推出, 可直接从 MTF 的定义出发来进行推导。

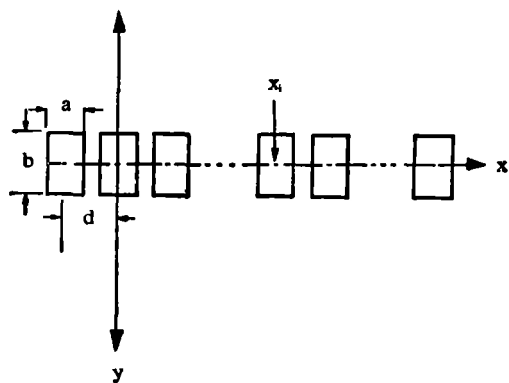


图 1 线列 CCD 光敏元示意图

假定 CCD 各光敏元面积均为 $a \times b$ (见图 1), 其 x 方向的响应特性可用下式表示:

$$r(x-x_i) = \text{Reot} \left(\frac{x-x_i}{a} \right) = \begin{cases} 1, & \text{当 } \left| \frac{x-x_i}{a} \right| \leq \frac{1}{2} \text{ 时} \\ 0, & \text{当 } \left| \frac{x-x_i}{a} \right| > \frac{1}{2} \text{ 时} \end{cases}; \quad (2)$$

式中 x_i 为第 i 个光敏元中心线的 x 坐标值 (见图 1)。

设景物为正弦光栅, 成象在线列探测器所处平面上, 其照度分布为:

$$E(x) = E[1 + m \cos(Kx + \varphi)], \quad (3)$$

式中 E 为照度的恒定分量, m 为调制度, $K = 2\pi f$ 为图象空间角频率, φ 为正弦光栅峰值与坐标原点之间的空间相位差角, 可以求出第 i 个探测器输出信号为:

$$I(x_i) = \int_{x_i - \frac{a}{2}}^{x_i + \frac{a}{2}} b E [1 + m \cos(x + \varphi)] r(Kx - x_i) dx,$$

将式 (2) 代入, 积分可得:

$$I(x_i) = ab E \{1 + m \sin c(fa) \cos(Kx_i + \varphi)\}, \quad (4)$$

由 MTF 的定义, 有:

$$MTF = \frac{M_i(f)}{M_0(f)}, \quad (5)$$

式中, $M_i(f)$, $M_o(f)$ 分别为象函数及原函数的调制度; 由式 (3) 可知, 原函数的调制度为 m , 而象函数的调制度可由下式求出:

$$M_i(f) = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad (6)$$

应当指出, CCD 加采样保持电路后输出为阶梯波, 故由式 (6) 求出的调制度是“转意”了的, 将它代入式 (5) 后求出的 MTF , 当然也是“转意”了的, 与一般的 MTF 含义不一样, 可以称它为“等效调制传递函数”。

情况 1. 考虑到最一般的情况。假定:

$$2nd = lD, \quad (n, l) = 1, \quad (7)$$

式中 D 为正弦光栅图象的空间周期, n, l 均为正整数。上式的物理意义是: $2n$ 个 d 刚好等于 l 个正弦光栅周期, 且 n, l 为互质, 即无公约数。

上述情况又可分为两种类型:

(1) l 为奇数。在连续排列的 n 个光敏元的中心线中, 选择其中与正弦光栅波峰最靠近的一条中心线的位置定为坐标原点, 并假定它与光栅峰值之间的空间相位差角为 φ , 经过分析, 可以证明 (见附录 1):

a. 在 l 个 D 构成的大周期内, 各个波峰与靠近它的光敏元中心线之间的空间相位差角 φ_j (j 为从 1 到 l 的正整数) 互不相等;

b. 任意两个 φ_j 的差值的绝对值均可表为 $\Delta\varphi = Kd/l$ 的整数倍;

c. $|\varphi| \leq \frac{\Delta\varphi}{2} = \frac{Kd}{2l}$,

在此基础上, 假定将 l 个波峰按其探测器中心线之间偏离角 φ_j 的大小重新排列, 便可得到一个新的 $(\varphi_1 \cdots \varphi_j \cdots \varphi_l)$ 序列, 即 $(\varphi + j\Delta\varphi)$ 序列, 其中

$$j = -\frac{l-1}{2}, \left(-\frac{l-1}{2} + 1\right), \dots, -1, 0, 1, \dots, \frac{l-1}{2}.$$

令 $I_{\max}(j)$ 表示偏离各波峰 φ_j 角处的 I 值, $I_{\min}(j)$ 表示偏离各波谷 φ_j 角处的 I 值。由式 (4), 并将 Kx_i 写成 $j\Delta\varphi$, 可得¹⁾:

$$I_{\max}(j) = abE [1 + m \sin c(fa) \cos(\varphi + j\Delta\varphi)].$$

采用取平均值的方法, 并定义:

$$\bar{I}_{\max} = \frac{1}{l} \sum_{j=-\frac{l-1}{2}}^{\frac{l-1}{2}} I_{\max}(j) = abE \left[1 + \frac{m}{l} \sin c(fa) \sum_{j=-\frac{l-1}{2}}^{\frac{l-1}{2}} \cos(\varphi + j\Delta\varphi) \right], \quad (8)$$

经过简化 (见附录 2), 可得:

$$\bar{I}_{\max} = abE \left[1 + \frac{m}{l} \sin c(fa) \cos \varphi \frac{\sin(\pi fd)}{\sin\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right)} \right], \quad (9)$$

与此相似, 可得:

$$\bar{I}_{\min} = abE \left[1 - \frac{m}{l} \sin c(fa) \cos \varphi \frac{\sin(\pi fd)}{\sin\left(\frac{\Delta\varphi}{2}\right)} \right]. \quad (10)$$

依照式 (6), 定义:

1) 关于 I_{\min} 表达式的证明, 可按附录 1 及上述论证中的方法进行, 只须将“波峰”改为“波谷”, 即可得一个新的 $(\varphi + j\Delta\varphi)$ 的波谷序列。显然, 此波谷序列中的 φ_j 与相应的波峰序列中的 φ_j 刚好差一个 π 角。

$$[M_i(f)]_m = \frac{\bar{I}_{\max} - \bar{I}_{\min}}{\bar{I}_{\max} + \bar{I}_{\min}}, \quad (11)$$

将式 (9)、(10) 代入式 (11) 得:

$$[M_i(f)]_m = \frac{m}{l} \sin c(fa) \frac{\sin(\pi fd)}{\sin\left(\frac{\pi fd}{l}\right)} \cos \varphi, \quad (12)$$

仿式 (5), 定义:

$$[MTF_i]_m = \frac{[M_i(f)]_m}{M_o(f)}, \quad (13)$$

将式 (12) 代入式 (13) 得:

$$[MTF_i]_m = \frac{1}{l} \sin c(fa) \frac{\sin(\pi fd)}{\sin(\pi fd/l)} \cos \varphi. \quad (14)$$

推论 1: 当 $l=1$ 时, 式 (14) 简化为

$$[MTF_i]_m = \sin c(fa) \cos \varphi. \quad (15)$$

推论 2: 当 $l \rightarrow \infty$ 时, 式 (14) 可以简化为

$$[MTF_i]_m = \sin c(fa) \sin c(fd). \quad (16)$$

式 (16) 也可以用积分方法直接求出 (见附录 3)。

(2) l 为偶数。

推导方法与上述相似, 不同的是 $I_{\max}(j)$ 中的 j 将为下列数值:

$$\left(-\frac{l}{2}\right), \left(-\frac{l}{2}+1\right) \cdots \cdots (-1), 0, (+1) \cdots \cdots \left(\frac{l}{2}\right) \quad (17)$$

中的偶数值, 而 $I_{\min}(j)$ 则取奇数值 (见附录 4), 因而, 式 (11) 的分子与分母将不易简化, 故推导出的结果将比式 (12) 更繁。但在 l, n 充分大时, 奇偶之间的差别相对地减小, 故 $l \rightarrow \infty$ 时, 仍可得出与式 (16) 相同的结果。

上述分析表明: $[MTF_i]_m$ 与偏离角 φ 之间存在一定的函数关系, 不能忽略。只有当 $Kd \ll 2\pi$ 时, 式 (14)、(15)、(16) 才能近似简化成为式 (1)。此外, 在 $l=1$ 这一特例中, 如果能人为地调节光敏元与光栅之间的相对位置, 使 $\varphi \rightarrow 0$, 则式 (15) 也可以简化为式 (1), 但对于一般情况, 即使 $\varphi \rightarrow 0$, 也无法将式 (14) 简化为式 (1)。

上述结论, 对于其他面阵及线列探测器的“凝视”工作状态也同样适用。

情况 2. 考虑到光敏元中心线与正弦光栅峰值之间 φ 角的大小具有随机性, 并假定在多次试验中, 每次试验时 φ 角取不同数值的概率均等。则经过多次试验之后, 对每次试验所取得的 $[MTF_i]_m$ 再取平均, 即将 φ 角看作变数, 对 $\cos \varphi$ 取积分, 然后求出其平均值:

$$\frac{l}{Kd} \int_{-\frac{\pi d}{2l}}^{\frac{\pi d}{2l}} \cos \varphi d\varphi = \frac{l}{Kd} 2 \sin\left(\frac{Kd}{2l}\right) = \sin c\left(\frac{fd}{l}\right), \quad (18)$$

将两次平均的结果用 $\overline{[MTF_i]_m}$ 表示, 并由式 (14), 得:

$$\overline{[MTF_i]_m} = \sin c(fa) \sin c(fd). \quad (19)$$

应当指出: 推论 2 中所指出的 $l \rightarrow \infty$ 的情况是最可几的, 由此得出的式 (16), 具有普遍意义, 因而它与式 (19) 的结果完全一致, 是不足为怪的。为了说明这一点, 将式 (7) 改写为

$$D = \left(\frac{2n}{l}\right) d, \quad (20)$$

如果将 d 作为长度度量单位, 则

$$D = \frac{2n}{l} \quad (21)$$

当 D 在一定范围内 [例如, 在 $(2, S)$ 区间内] 连续变化时, D 为无理数的情况比 D 为有理数的情况要多得多。可以证明: 区间 $(2, S)$ 内无理数的测度等于区间 $(2, S)$ 的长度, 而有理数的测度等于 $0^{[9]}$, 因此, 出现 $l \rightarrow \infty$ 的情况最为普遍, 也就是几率最大。

三、线列 CCD 成象系统“刷扫”方向的 MTF_{iy}

设 CCD 线列方向仍为 x 方向, 景物正弦光栅成象在 CCD 光敏面上, 但光栅照度分布为:

$$E(y) = E[1 + m \cos(Ky + \varphi')]. \quad (22)$$

式中, φ' 为与坐标系有关的初相角。

当 CCD 作“刷式”扫描成象时, 在“刷扫”方向上满足卷积关系, 如果 CCD 是连续工作的, 则 y 方向的 MTF_{iy} 可将式(1)中的 a 换为 b 而得出:

$$MTF_{iy} = \sin c(fb), \quad (23)$$

但由于 CCD 的工作状态在时间上也是离散取样性质, 故不能直接得出上述结果, 也应当加上一附加因子。文献[6]曾提到了这一问题, 并写出了附加因子在特例(极限频率)情况下的简单表示式, 但没有推出附加因子的普遍表达式。文献[11]写出了附加因子的表达式, 但未作推导, 也没有考虑 φ' 的影响。

为了推导 MTF_{iy} 的普遍表示式, 设 CCD 光敏元线列方向中心线以速度 v 扫过光栅图象。假定在时刻 t_1 该中心线处于位置 y_1 , 光敏元开始取样, 经过“光积分时间” T_1 后, 停止取样; 再经过“光生电荷转移时间” T_2 后, 光敏元又重新开始取样。

运用类似于式(4)的分析推导过程, 同时考虑到在 T_1 时间内, 光敏元 x 方向中心线将从位置 y_1 向前移动到位置 $(y_1 + vT_1)$, 令 $y'_1 = y_1 + \frac{vT_1}{2}$, 当 T_1 结束后, CCD 光敏元输出信号为:

$$I(y'_1) = \frac{1}{vT_1} \int_{y'_1 - \frac{vT_1}{2}}^{y'_1 + \frac{vT_1}{2}} \{abE[1 + m \sin c(fb) \cos(Ky' + \varphi')]\} dy',$$

式中, y' 表示将坐标原点沿 y 方向移动 $\frac{vT_1}{2}$, 即 $y' = y + \frac{vT_1}{2}$; φ' 为光敏元 x 方向中心线处于 y'_1 位置时与正弦光栅图象峰值之间的空间相位差角。积分结果为:

$$I(y'_1) = abE[1 + m \sin c(fb) \sin c(fvT_1)] \cos(Ky'_1 + \varphi'). \quad (24)$$

情况 1. 对于 $2nvT_1 = lD$, $(n, l) = 1$ 的普遍情况: 当 l 为奇数时, 可按式(14)的推导方法, 类比进行。最后可得出类似于式(14)的结果:

$$[MTF_{iy}]_m = \frac{1}{l} \sin c(fb) \operatorname{sinc}(fvT_1) \frac{\sin(\pi fvT)}{\sin(\pi fvT/l)} \cos \varphi'. \quad (25)$$

式中, $T = T_1 + T_2$,

当 $l=1$ 时, 式(25)简化为:

$$MTF_{iy} = \sin c(fb) \sin c(fvT_1) \cos \varphi', \quad (26)$$

比较式 (15) 及式 (26), 可知 MTF_{ψ} 比 x 方向的 MTF_x 多一个附加因子 $\sin c(fvT_1)$ 。

当 $l \rightarrow \infty$ 时, 式 (25) 简化为:

$$[MTF_{\psi}]_m = \sin c(fb) \sin c(fvT_1) \sin c(fvT) \quad (27)$$

当 l 为偶数时, $[MTF_{\psi}]_m$ 的表示式较繁, 但当 $l \rightarrow \infty$ 时, 仍可得出与式 (27) 完全一样的结果。

情况 2. 考虑到 φ' 的大小具有随机性, 并认为 φ' 取不同数值的概率均等, 运用与推导式 (19) 类似的方法, 可得:

$$\overline{[MTF_{\psi}]_m} = \sin c(fb) \sin c(fvT_1) \sin c(fvT) \quad (28)$$

四、讨 论

1. 从式 (14) 及式 (25) 可以看出: 当 D 与 d (或 vT) 的比值为有理数时, $[MTF_x]_m$ 与 $\cos \varphi$ 有关。即使在上述比值为无理数 ($l \rightarrow \infty$) 时, $[MTF_x]_m$ 与 φ 无关的情况下 [式 (19) 及式 (27)], 由于实际的取样序列是有限的, 所以由它形成的图象的对比度还是与 φ 有关。这与引言中提到的实验现象是一致的。

2. 如果在 CCD 输出端不接取样保持电路, 改接一截止频率为 $\frac{1}{2d}$ 的理想低通滤波器, 并考虑到 CCD 输出是有一定宽度的矩形脉冲序列, 矩形脉冲高度仍由 CCD 光敏元对照度取积分平均值所确定。在 CCD 为无限均匀线列取样系统这一假定下, 有人通过频谱分析得出上述综合系统的 MTF_x 值为:

$$MTF_x = \sin c(fa) \cdot \sin c(fC) \quad (29)$$

式中 $c = \frac{\tau d}{T}$ 。 T 为脉冲周期, τ 为脉冲持续时间。对于这一系统, “引言”中所指出的试验现象仍然是存在的。其产生原因, 一是 CCD 元数有限, 二是滤波器不理想。

致谢——刘贤德、麦伟麟、王英鉴、吕迺光等同志对本文提供过参考资料, 提出修改意见或进行过协助, 作者谨致以衷心的感谢。

附 录

1. 对于符合式 (7) 规定的一般情况, 且当 l 为奇数时, 为了推导出 $[MTT_x]_m$ 的表达式, 需要证明下列三点:

(1) 在 l 个波峰构成的大周期内, 各个波峰与靠近它的光敏元中心线之间的偏离角 φ_j 互不相同。

证: 在连续排列的 l 个光栅波峰中, 设第一个波峰与靠近它的一个光敏元之间的空间相位差角为 φ_1 , 其余的依次为 $\varphi_2, \varphi_3, \dots, \varphi_j, \dots, \varphi_l$ 。由式 (7), 及 l 为奇数, 可知在经过 l 个波峰及 l 个波谷之后, 又将出现波峰与光敏元中心线之间偏离 φ_1 的完全重复的情况, 也就是说, l 个波峰构成一个大周期。如果在上述大周期内有任意两个 φ_j, φ_i 相等 (i, j 为 1 到 l 之间的任意两个正整数), 则从第 j 个波峰到第 i 个波峰就已构成了一个大周期, 而这显然是与式 (7) 所规定的条件相违背, 故不能成立。

(2) 任意两个 φ_j 的差值的绝对值均可表为 $\Delta\varphi = \frac{Kd}{l}$ 的整数倍。

证: 由式 (7) 可导出,

$$2\pi = 2(nKd/l), \quad (1.1)$$

令 $n=ql+r$, 式中 q, r 均为正整数, r 为余数。则有

$$2\pi = 2qKd + 2\frac{r}{l}Kd = 2qKd + 2r\Delta\varphi. \quad (1.2)$$

用 Kd 作为尺子, 从 φ_1 向前测量, 经过 2π 左右到达 φ_2 , 显然 φ_2 与 φ_1 之间有下列关系:

$$\varphi_2 = \varphi_1 + 2r\Delta\varphi - C \cdot Kd = \varphi_1 + (2r - Cl)\Delta\varphi, \quad (1.3)$$

式中:

$$C = \begin{cases} 0, & \text{当 } |\varphi_2| \leq \frac{Kd}{2} \text{ 时,} \\ 1, & \text{当 } |\varphi_2| > \frac{Kd}{2} \text{ 时,} \end{cases} \quad (1.4)$$

依此类推, 可以写出一般表达式:

$$\varphi_j = \varphi_{j-1} + (2r - Cl)\Delta\varphi. \quad (1.5)$$

从上式不难看出任意两个 φ_j 之差均为 $\Delta\varphi$ 的整数倍。

(3) 上述 l 个 φ_j 中最小的一个 $|\varphi| \leq \frac{1}{2} \Delta\varphi$ 。

证: 由于 l 个 φ_j 值均互不相等, 而相互之间的差值又只能是 $\Delta\varphi = \frac{Kd}{l}$ 的整数倍, 又由于 φ_j 代表各个光栅峰值与靠近它的光敏元中心线之间的空间相位差角, 不难推知, 任何一个 φ_j 均有: $|\varphi_j| \leq \frac{Kd}{2} = \frac{l\Delta\varphi}{2}$, 因此 $|\varphi_j|$ 中的最大值

$$|\varphi_j|_{\max} \leq \frac{l\Delta\varphi}{2},$$

于是可得出:

$$|\varphi| = |\varphi_j|_{\max} - \left(\frac{l-1}{2}\right)\Delta\varphi \leq \frac{\Delta\varphi}{2},$$

$$\therefore |\varphi| \leq \frac{\Delta\varphi}{2}.$$

$$\begin{aligned} 2. \quad \sum_{j=-\frac{l-1}{2}}^{\frac{l-1}{2}} \cos(\varphi + j\Delta\varphi) &= \frac{1}{2} \sum_{j=-\frac{l-1}{2}}^{\frac{l-1}{2}} \{ \exp[i(\varphi + j\Delta\varphi)] + \exp[-i(\varphi + j\Delta\varphi)] \} \\ &= \frac{1}{2} \exp(i\varphi) \left\{ \frac{\exp[-i\left(\frac{l-1}{2}\right)\Delta\varphi] - \exp\left[i\left(\frac{l-1}{2} + 1\right)\Delta\varphi\right]}{1 - \exp(i\Delta\varphi)} \right\} \\ &\quad + \frac{1}{2} \exp(-i\varphi) \left\{ \frac{\exp\left[i\left(\frac{l-1}{2}\right)\Delta\varphi\right] - \exp[-i\left(\frac{l-1}{2} + 1\right)\Delta\varphi]}{1 - \exp(-i\Delta\varphi)} \right\} \\ &= \frac{\exp(i\varphi)}{2} \cdot \frac{\sin\left(\frac{l\Delta\varphi}{2}\right)}{\sin\frac{\Delta\varphi}{2}} + \frac{\exp(-i\varphi)}{2} \cdot \frac{\sin\left(\frac{l\Delta\varphi}{2}\right)}{\sin\frac{\Delta\varphi}{2}} = \frac{\sin\left(\frac{l\Delta\varphi}{2}\right)}{\sin\frac{\Delta\varphi}{2}} \cos\varphi. \end{aligned}$$

3. 当 $l \rightarrow \infty$ 时, $\Delta\varphi = Kd/l \rightarrow 0$, 因此, 式 (8) 中的

$$\frac{1}{l} \sum_{j=-\frac{l-1}{2}}^{\frac{l-1}{2}} \cos(\varphi + j\Delta\varphi)$$

可以改写为: $\frac{1}{Kd} \int_{-\frac{Kd}{2}}^{+\frac{Kd}{2}} \cos\varphi d\varphi = \frac{2}{Kd} \sin\frac{Kd}{2} = \text{sinc}(fd);$

实质上, 就是 φ 角可以在 $\left[-\frac{Kd}{2}, \frac{Kd}{2}\right]$ 范围内取任意值, 故求和变成了积分。

将上述结果代入式 (8), 最后即可得出式 (16)。

4. 当 l 为偶数时, 令 $l=2m$, 于是

$$nd = mD, \quad (4.1)$$

从第一个波峰附近的光敏元中心线(它与波峰的偏离角为 φ_1) 出发, 经过 m 个波峰和 m 个波谷之后就完全

恢复到第一个 φ_1 的情况, 亦即形成了一个大周期, 按照式(1.4)、(1.5)的分析方法, 可以写出:

$$\varphi_2 = \varphi_1 + 2r\Delta\varphi - CKd = \varphi_1 + 2(r - Cm)\Delta\varphi, \quad (4.2)$$

.....,

$$\left. \begin{aligned} \varphi_j &= \varphi_{j-1} + 2(r - Cm)\Delta\varphi, \\ \dots\dots, \\ \varphi_m &= \varphi_{m-1} + 2(r - Cm)\Delta\varphi. \end{aligned} \right\} \quad (4.3)$$

不难看出, 任意两个 φ_j 之间的差值均为 $2\Delta\varphi$ 的整数倍, 因此式(8)中的 j 只取下列数值:

$$-\frac{l}{2}, -\frac{l}{2}+1, \dots, -1, 0, 1, 2, \dots, \frac{l}{2} \quad (4.4)$$

中的偶数值。

从第一个波峰附近的 φ_1 出发, 经过半个光栅周期左右, 即可找到第一个波谷附近的光敏元中心线, 它与波谷偏离角 φ'_1 可由下式表示:

$$\varphi'_1 = \varphi_1 + r\Delta\varphi - CKd = \varphi_1 + (r - C \cdot 2m)\Delta\varphi;$$

同理,

$$\varphi_j = \varphi_j + (r - 2Cm)\Delta\varphi. \quad (4.5)$$

由于 $(n, l) = 1$, 以及 $n = ql + r$, 可以推知当 l 为偶数时, n 必为奇数, 故 r 也必为奇数。因此, $I_{\min}(j)$ 中的 j 只取(4.4)序列中的奇数值。

参 考 文 献

- [1] 麦伟麟, 光学传递函数及其数理基础, 国防工业出版社, 1979, 9, 310~311.
- [2] R. D. Nelson & W. P. Waters, *CCD Applications Conf. Proc.*, 1973, 207~216.
- [3] D. F. Barbe & W. H. White, *CCD Applications Conf. Proc.*, 1973, 13~20.
- [4] D. F. Barbe, *Proc. IEEE*, **63**(1975), 1, 38~67.
- [5] M. J. Howes & D. V. Morgan, *CCD and System*, John Wiley Sons, 1979, 264~266.
- [6] F. C. Elliot, *IEEE Trans., Electron. Devices*, **ED-21**(1974), 10, 613~616.
- [7] 奥石肇, 日本第3回リモートセンシングシンポジウム昭和52年11月4~5日, 东京, 9~10.
- [8] M. H. Crowell et al, *Bell Sys. Tech. J.*, **48**(1969), 5, 1431~1528.
- [9] И. П. 那汤松, 实变函数论(上册), 高等教育出版社, 1958, 第二版, 12, 83.
- [10] 张守一, 田景敏, 华中工学院学报(CCD及PEV专辑), 1980, 3, 9~20.
- [11] M. Laporte, *Proc. Int. Conf. on Earth Observation from Space and Management of Planetary Resources*, Toulouse, 1978.

MTF_i OF THE CCD IMAGING SYSTEM IN "PUSH-BROOM" TYPE

ZHANG SHOUYI, YIN ZHONGREN

(Department of optics, and computers, Hwazhong Institute of Technology)

ABSTRACT

The integration effect modulation transfer function MTF_i of the CCD imaging system in push-broom type is discussed. After introducing the concept of the mean integration effect modulation transfer function $[MTF_i]_m$ in the direction of the linear array, and considering that, in a large number of tests, the spacial phase angle difference, φ , between one of the center lines of the integration cells and the peak position of sinusoidal grating image, is a random quantity, the general equation of $\overline{[MTF_i]_m}$ is derived. The equation of $\overline{[MTF_{iy}]_m}$ is also deduced by analysing the MTF_{iy} in the direction along the scanning motion of the cells.