

# 角度调谐短波红外光谱组件光谱分辨率特性研究

庄新港<sup>1\*</sup>, 史学舜<sup>1</sup>, 王恒飞<sup>1</sup>, 王丽丽<sup>2</sup>, 方家熊<sup>2,3</sup>

(1. 中国电子科技集团公司第四十一研究所 国防科技工业光电子一级计量站, 山东 青岛 266555;

2. 山东大学 光学高等研究中心, 山东 济南 250100;

3. 中国科学院上海技术物理研究所 传感技术联合国家重点实验室, 上海 200083)

**摘要:**介绍了一种工作于 1355~1555 nm 的新型多通道短波红外光谱组件,并以理论和实验相结合的方式定量研究了入射角度对光谱组件各通道中心波长的影响。实验结果表明,在 0~10° 斜入射条件下光谱组件各通道中心波长呈现不同程度的短波方向偏移现象,偏移程度与入射角度呈正相关。分别绘制出理论和实验中心波长偏移曲线,实验发现在入射角为 5° 和 10° 时中心波长平均偏移幅度约为 5.7 nm 和 18.67 nm。此外,参照实验得出的角度偏移曲线对两次不同入射角度条件下的光谱进行插值整合,成功地将光谱组件分辨率从 7.5 nm 提高到 3 nm;在此实验基础上提出了通过改变入射角度发展一种多通道角度调谐光谱组件,进而利用此方法提高光谱组件的测试分辨率。该结论对后续设计光谱组件入射光学系统和提高光谱组件测试分辨率具有一定指导意义。

**关键词:**光谱组件;入射角度;短波红外;多通道分光器;角度调谐

中图分类号: TP732.2 文献标识码: A

## Spectral resolution of the angle-tuned short wave infrared multichannel integrated spectrum assembly

ZHUANG Xin-Gang<sup>1\*</sup>, SHI Xue-Shun<sup>1</sup>, WANG Heng-Fei<sup>1</sup>, WANG Li-Li<sup>2</sup>, FANG Jia-Xiong<sup>2,3</sup>

(1. National Opto-Electronic Primary Metrology Laboratory, The 41st Research Institute of CETC, Qingdao 266555, China;

2. Advanced Research Center for Optics, Shandong University, Jinan 250100, China;

3. State Key Laboratories of Transducer Technology, Shanghai Institute of Technical Physics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200083, China)

**Abstract:** A novel short infrared multichannel integrated spectrum assembly (MISA) worked in the range of 1355~1555 nm is reported. The influence of the incident angle on the center wavelength of each channel and the resolution of MISA is quantitatively studied in a theoretical and experimental manner. The experimental results show that the center wavelength of each channel of the spectroscopy component exhibits different degrees of short-wave direction shifting at 0~10° oblique incidence, and the degree of deviation is positively correlated with the incident angle. The theoretical and experimental center wavelength offset curves are plotted, and the experimental results show that the average shift amplitudes of the center wavelength at the incident angles of 5° and 10° are approximately 5.7 nm and 18.67 nm, respectively. In addition, by referring to the experimental angle deviation curve, the spectrum was interpolated and integrated at two different incident angles, and the resolution of the spectral components was successfully increased from 7.5 nm to 3 nm. Based on this experiment, we proposed a multi-channel angular tuning spectral assembly by changing the incident angle, and then using this method to improve the test resolution of the spectral components. This conclusion has certain guiding significance for designing the incident optical system and improving the test resolution of MISA.

**Key words:** spectrum assembly, incidence angle, short wave infrared, multichannel optical splitter, an-

收稿日期: 2017-11-24, 修回日期: 2017-12-22

Received date: 2017-11-24, revised date: 2017-12-22

基金项目: “十三五”国防技术基础科研项目 (JSJL2016210A001); 传感技术联合国家重点实验室基金 (SKT1507)

**Foundation items:** Supported by the National Defense Basic Scientific Research Project of Technology during the “13th Five-Year Plan” (JSJL2016210A001); State Key Laboratory of Sensor Technology Fund (SKT1507)

作者简介 (Biography): 庄新港 (1989-), 男, 山东日照人, 工程师, 博士, 主要研究领域为光谱感知与光电探测。E-mail: xingangzhuang@163.com

gle tunable

PACS: 07. 57. Ty

## 引言

以微型光谱仪作为核心光谱获取手段的光谱分析技术, 凭借其快速、无损伤和高精度在线检测的特点, 近年来在食品、药品、化工等领域得到广泛应用<sup>[1-4]</sup>. 当前主流微型光谱仪器一般采用光栅进行分光, 由于分光光路和入射狭缝的存在, 使得光谱仪器的集成度和分辨率等指标难以进一步提高, 对于野外探测和空间应用等对仪器重量和抗震性等要求特别苛刻的领域较为不利.

随着光学设计和加工能力的提升, 各种类型的单片多通道数字式分光器得到快速发展和应用<sup>[5-7]</sup>. 中科院上海技术物理研究所将单片 64 通道数字分光器、256 元 InGaAs 线列光敏芯片和读出电路芯片等集成于一体, 发展了一种工作波长为 1 355 ~ 1 555 nm 的短波红外 InGaAs 线列焦平面探测器组件<sup>[8]</sup>. 该组件的面世有利于促进多光谱技术向高集成度、低功耗、微型化的方向发展, 可用于发展微小型光谱仪和新型成分传感物联网节点<sup>[9]</sup>. 由于采用多通道分光器进行分光, 入射角度会影响光谱组件各通道中心波长的准确性. 理论和实验表明, 随着入射角度的增加, 多通道光谱组件的工作波长将整体向短波方向偏移<sup>[10-13]</sup>. 因此, 在利用光谱组件设计开发光谱采集相关设备时, 必须考虑透过入射窗口进入光谱组件入射光的入射角度对所采集光谱准确性的影响. 此外, 本研究创新性提出利用入射角度对光谱组件工作波长产生偏移的影响, 发展多通道角度调谐光谱组件, 通过多次不同入射角度条件下进行光谱采集、插值整合的方式来提高光谱组件的测试分辨率<sup>[14, 15]</sup>.

以理论分析和实验相结合的方式分别计算测量出入射角度对光谱组件工作波长的偏移量, 并绘制出工作波长随入射角度变化的偏移曲线, 理论与实验结果吻合较好. 同时, 实验验证了利用光谱组件角度调谐特性提高其分辨率的可行性.

## 1 理论分析

作为该光谱组件的核心分光元件, 多通道窄带滤光器是在玻璃基底上由高、低折射率膜层相间的间隔层构成, 每层膜的厚度都是中心波长 1/4 的整数倍, 其一般结构可表示为  $[HL]^m 2kH [HL]^m$

或  $H[HL]^m 2kH [HL]^m H$ <sup>[16, 17]</sup>.

其中  $H$  和  $L$  分别表示高低折射率 1/4 波长介质膜层  $k$  为间隔层的阶,  $m$  为膜系周期数. 如果间隔层的阶  $k=1$ , 对应间隔层的最小厚度为  $\lambda/2$ , 间隔层的厚度为  $\lambda$ , 并以此类推. 根据薄膜特征矩阵理论, 多层膜结构在波长  $\lambda$  处的等效特征矩阵可以表示为式(1)<sup>[18-19]</sup>:

$$\begin{bmatrix} B \\ C \end{bmatrix} = \left\{ \prod_{j=1}^k \begin{bmatrix} \cos\delta_j & i\sin\delta_j/\eta_j \\ i\eta_j\sin\delta_j & \cos\delta_j \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} 1 \\ \eta_g \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中  $\delta_j = \frac{2\pi}{\lambda} n_j d_j \cos\theta_j$  为第  $j$  层薄膜的相位厚度,  $n_A \sin\theta_0 = n_j \sin\theta_j$ ,  $\theta_0$  为光信号的入射角度. 根据波动光学理论, 平行平板介质的分振幅多光束干涉透射光强分布为:

$$I_t = \frac{1}{1 + F \sin^2 \theta} I_i \quad (2)$$

因此, 透射率

$$T = \frac{I_t}{I_i} = \frac{T_0}{1 + F \sin^2 \theta} \quad (3)$$

这里:

$$\begin{cases} T_0 = \frac{T_1 T_2}{(1 - \sqrt{R_1 R_2})^2} \\ F = \frac{4 \sqrt{R_1 R_2}}{(1 - \sqrt{R_1 R_2})^2} \\ \theta = \frac{1}{2}(\varphi_1 + \varphi_2 - 2\varphi) \end{cases} \quad (4)$$

式中  $R_1, R_2, T_1, T_2$  分别为两反射膜的反射率和透射率;  $\varphi_1, \varphi_2$  为反射膜的反射相移. 透射率的极大值位置, 即中心波长  $\lambda_0$  由下式决定:

$$\begin{cases} \theta_0 = \frac{1}{2}(\varphi_1 + \varphi_2 - 2\frac{2\pi}{\lambda_0} nd) = -k\pi \quad k = 0, 1, 2, \dots \\ \lambda_0 = \frac{2nd}{k + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2\pi}} = \frac{2nd}{m} \\ m = k + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2\pi} \end{cases} \quad (5)$$

根据上述理论计算公式可知, 改变间隔层的厚度, 可以移动窄带滤光器中心波长的位置. 如果将间隔层依次以光学厚度等差递增或递减, 便可形

成多通道集成滤光器。

以上公式都是基于光线正入射推导出来的,当改变入射角时,中心波长将向短波方向移动.这里以最简单的单层膜系结构为例考察入射角度对工作波长的影响.如图1所示,两束光(1)、(2)的光程差来自于路径BC和路径BFD的差值,即 $\Delta = n_2(\overline{BF} + \overline{FD}) - n_3\overline{BC}$ .

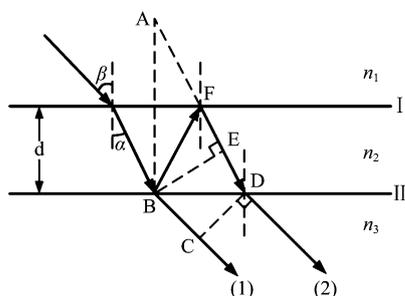


图1 单层膜透射光路

Fig. 1 The transmission light path of single-layer film

由折射定律和几何关系可知: $n_3\overline{BC} = n_2\overline{DE}$ ,所以上式化简为 $\Delta = n_2(\overline{BF} + \overline{FE}) = n_2\overline{AE}$ .其中A是B关于表面I的对称点,显然 $\overline{AE} = 2d \cos\alpha$ ,因此 $\Delta = 2n_2 d \cos\alpha$  相邻两光束的相位差如下:

$$2\delta = 2 \frac{2\pi}{\lambda} n_2 d \cos\alpha \quad (6)$$

这里 $d$ 为膜层厚度, $\alpha$ 为膜层中的折射角度.因此,当入射角度增大时, $\alpha$ 也相应变大,若要保持干涉消长效应,波长 $\lambda$ 应相应变小才能保持相位差恒定,所以透过率曲线将随着入射角度的变大向短波方向移动.此时中心波长的位置公式将变成:

$$\lambda_0' = \frac{2nd}{k + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2\pi}} \cos\alpha = \frac{2nd}{m} \cos\alpha \quad (7)$$

在入射角 $\beta$ 较小的情况下,可近似认为入射角 $\beta$ 与折射角 $\alpha$ 的余弦值相等,为方便计算,可由 $\alpha$ 代替 $\beta$ ,此时有:

$$\lambda_0' = \frac{2nd}{m} \cos\beta \quad (8)$$

针对每一波长,在忽略反射膜的相移和折射率等微小变化的条件下,可由公式(8)计算出中心波长随入射角 $\beta$ 变化的理论偏移曲线,如图2所示为三个不同波长处的偏移曲线.由公式(8)可知,相同的入射角对不同的中心波长会产生不同幅度的偏移,但在较小入射角条件下,该差异可忽略不计.

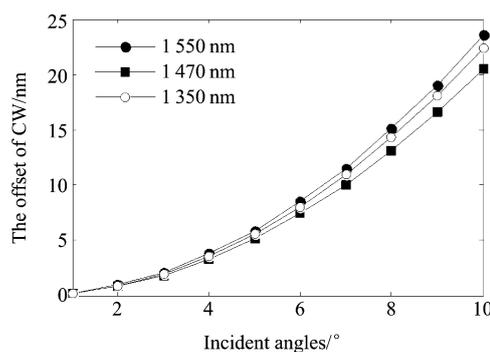


图2 不同波长处中心波长理论偏移曲线

Fig. 2 The theoretical offset curve of central wavelength in different wavelength

## 2 实验材料与方法

图3所示为我们待测的由中科院上海技术物理研究所研制的新型多通道短波红外光谱感知组件和测试装置图,组件自上而下由三层构成,分别是64通道数字分光器、256元InGaAs线列光敏芯片和读出电路芯片,三者高度集成在一尺寸为 $43 \times 32.6$  mm的模块内,其中探测器相邻像元中心距 $50 \mu\text{m}$ ,光敏面长12.8 mm.该组件可同时实现对入射光的分光 and 光谱探测,可用于发展微型光谱仪和新型光谱感知节点.组件工作波长1355~1555 nm,光谱分辨率7.5~11.5 nm,峰值灵敏度 $6.47 \times 10^8 \sim 1.36 \times 10^9 \text{ V/W}^{[20]}$ .

### 2.1 中心波长偏移规律测试

光谱组件各通道中心波长偏移规律测量装置主要由单色仪、准直系统、旋转平台、二维电控平移台、焦平面测试系统和暗室组成,测量装置如图3所示.光谱组件固定在一带刻度的旋转平台中间位置,旋转平台置于二维电控平台上,光谱组件、旋转平台和二维电控平移台置于暗室内,暗室留有一针孔接收入射光.由单色仪发射出的单色光经准直系统准之后垂直入射到光敏面中间附近位置,通过调整旋转平台来调节入射光偏转角度 $\beta$ .实验过程中从第9像元开始每隔16像元扫描其相对光谱响应,共扫描15个通道.对于每一通道扫描光谱范围30 nm,步进0.5 nm.每扫描完成一通道,电控平台移动0.8 mm,扫描下一像元.实验过程中通过调节旋转平台将入射光线与光敏面法线之间的夹角 $\beta$ 依次设置为 $1 \sim 10^\circ$ ,步进 $1^\circ$ .如图4所示,为入射角度分别是 $5^\circ$ 和 $10^\circ$ 情况下的归一化光谱响应曲线.由图4可以看出,在不同入射角度情况下的中心波长出现不同程

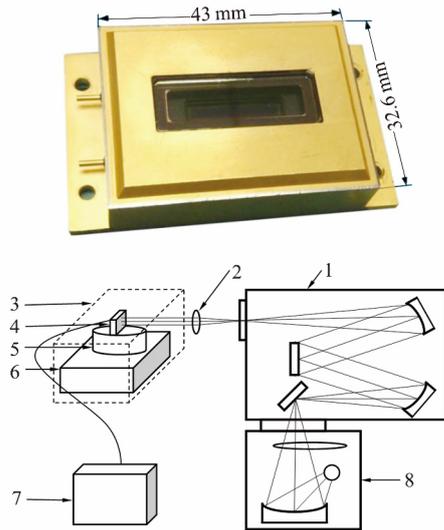


图3 光谱感知组件及角度调谐实验装置图. 1 单色仪, 2 准直系统, 3 暗室, 4 光谱感知组件, 5 旋转平台, 6 电控平移台, 7 计算机, 8 光源

Fig. 3 The spectrum assembly and angle-tuned experimental device. 1 monochromator, 2 collimating system, 3 dark-room, 4 spectrum assembly, 5 rotating platform, 6 motorized stage, 7 computer, 8 light source

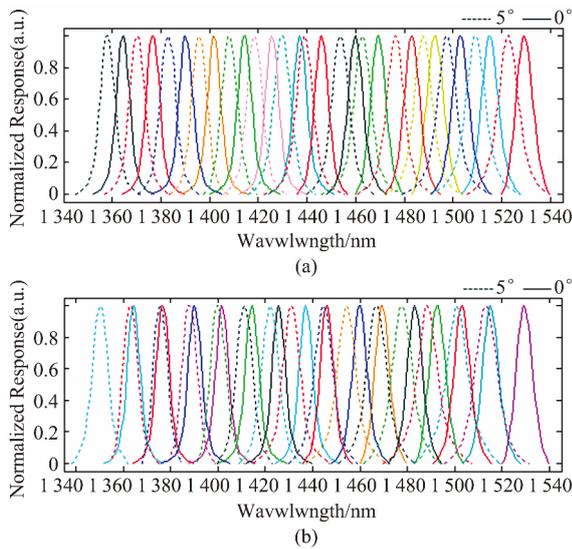


图4 入射角为 5°和 10°情况下光谱响应曲线对比  
Fig. 4 The comparison images of spectral response curves in 5° and 10

度的短波方向漂移,为了便于观察和对比,图中用实线表示正入射情况下光谱响应曲线,虚线表示入射角为 5°和 10°情况下的光谱响应曲线,同一通道不同入射角度下的光谱响应曲线用同一颜色表示. 经统计计算,入射光线在 5°和 10°中心波长平均漂移幅度约为 5.7 nm 和 18.67 nm. 对光谱组件在 1-10°入射角情况下全部扫描通道的中心相应波长平均偏

移量进行整理,绘制出中心波长随入射角度变化偏移曲线(图 5),并利用 MATLAB 对该曲线进行三阶多项式拟合,如式(9)所示. 与理论偏移曲线(图 2)相比,当入射角较小时,由于入射角  $\beta$  与折射角  $\alpha$  的余弦值近似相等,理论与实验偏移曲线基本吻合. 随着入射角的增大, $\alpha$  与  $\beta$  的余弦值差异越来越大,出现实验值小于理论值的情况.

$$f(\beta) = 0.02321\beta^3 - 0.2145\beta^2 + 1.618\beta + 0.1833 \quad (9)$$

此外,实验结果表明,在 0 ~ 10°不同倾斜入射角度情况下,除了中心波长向短波方向漂移以外,光谱通带形状基本保持不变,带宽展宽现象不明显. 因此,根据公式(9)通过调整入射角度的方式,便可以构筑多通道角度调谐光谱组件. 用斜入射和正入射条件下的光谱响应曲线进行插值拟合,便可以有效提高光谱组件的测试分辨率.

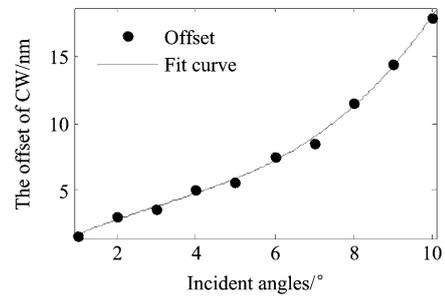


图5 中心波长实验偏移曲线  
Fig. 5 The experimental offset curve of central wavelength

### 2.2 提高光谱组件测试分辨率实验

按图 3 所示实验装置搭建光路,用氙灯和单色仪作为光源同时给光谱组件提供两束不同波长单色光(氙灯光谱在 1473 nm 处有一个峰值,单色仪提供一束 1470 nm 单色光). 正入射和倾斜 1.3°条件下光谱组件响应曲线如图 6(a)所示,由于光谱组件的分辨率为 7.5 ~ 11.5 nm<sup>[20]</sup>,因此均不能对两个光谱峰值进行有效区分. 根据光谱组件波长标定结果,正入射条件下该单色光附近的三个通道的中心波长分别是 1464 nm、1471.375 nm 和 1475 nm,所以正入射时光谱组件无明显峰值响应. 根据拟合公式(9),当入射角度为 1.3°时,光谱组件中心波长将整体向左偏移约 2 nm,分别为 1462 nm、1469.375 nm 和 1473 nm,与该两束单色光的峰值波长基本一致,所以光谱组件出现明显峰值响应,但依然不能区分该两束单色光.

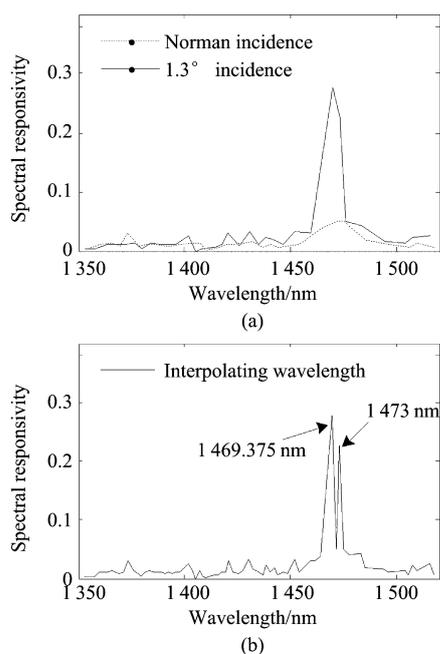


图6 插值整合前后光谱响应曲线对比  
Fig.6 The comparison chart of spectral response curve before and after interpolating

将正入射和斜  $1.3^\circ$  入射条件下的两条光谱进行插值整合(将两次测量结果按横坐标大小从小到大排列,组合成一条光谱),得到图 6(b) 所示光谱曲线.与图 6(a) 所示光谱相比,插值整合后的光谱可以很明显地将两束单色光区分开来,说明此时光谱组件的分辨率已达到  $3\text{ nm}$ .按此方法,通过插值不同入射角度下光谱组件的光谱响应曲线,可以进一步提高光谱组件的测试分辨率.

### 3 结论

首先阐述了发展新型光谱组件的意义和研究入射角度对各通道中心波长影响的必要性.然后,从光路干涉原理出发,推导了单层膜干涉光路的相位匹配关系,以理论和实验相结合的方式验证了随着入射角度的变大,多通道分光滤光器中心波长出现向短波方向偏移的现象,并且通过实验拟合出光谱组件工作波长随入射角变化的偏移曲线,在较小入射角情况下与理论结果十分吻合.此外发现入射角度的变化对通带宽度和形状影响不大,这将有助于发展角度调谐光谱组件,通过插值整合的方式进一步提高光谱组件的测试分辨率,并通过实验验证了该方法可以有效地将光谱组件的分辨率从  $7.5\text{ nm}$  提高到  $3\text{ nm}$ .值得注意的是,虽然利用该方法可以有

效提高光谱组件的测试分辨率,但在实际应用过程中还需为其设计专门的入射光学系统来降低测试复杂度,提高测试速度,目前尚无实际应用案例.实验结果对接下来光谱组件入射光学系统的设计和进一步发展角度调谐光谱感知组件具有一定的参考价值.

### References

- [1] SHEN Yuan-Ting, NI Guo-Qiang, XU Da-Qi, et al. Study on gas exploration by hyperion hyperspectral remote sensing data [J]. *J. Infrared Millim. Waves* (沈渊婷,倪国强,徐大琦,等.利用 Hyperion 短波红外高光谱数据勘探天然气的研究.红外与毫米波学报), 2008, 27(03): 210-213.
- [2] ZHU Guang-Rong, HAN Lu-Jia, YANG Zeng-Ling, et al. Rapid detection of meat and bone meal content in compound fertilizer by near infrared reflectance spectroscopy [J]. *J. Infrared Millim. Waves* (朱荣光,韩鲁佳,杨增玲,等.近红外反射光谱分析技术快速检测复合化学肥料中肉骨粉含量的研究.红外与毫米波学报), 2006, 25(04): 267-270.
- [3] Zhuang X G, Wang L L, Wu X Y, et al. Origin identification of Shandong green tea by moving window back propagation artificial neural network based on near infrared spectroscopy [J]. *J. Infrared Millim. Waves*, 2016, 35(2): 200-205.
- [4] Wu D, Chen J, Lu B, et al. Application of near infrared spectroscopy for the rapid determination of antioxidant activity of bamboo leaf extract [J]. *Food Chemistry*, 2012, 135(4): 2147-2156.
- [5] O'Brien N A, Hulse C A, Friedrich D M. Miniature near-infrared (NIR) spectrometer engine for handheld applications [J]. *Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering*, 2012, 8374(7): 3.
- [6] Wang S W, Li M, Xia C, et al. 128 Channels of Integrated Filter Array in the NIR Region Fabricated by Using The Combinatorial Deposition Technique [J]. *Applied Physics B*, 2007, 88(2): 281-284.
- [7] Wang S W, Xia C, Chen X, et al. Concept of a high-resolution miniature spectrometer using an integrated filter array [J]. *Opt Lett.* 2007, 32(6): 632-634.
- [8] SHAO Xiu-Mei, ZHOU Dong-Ping, FANG Jia-Xiong, et al. Short-wave-infrared multichannel integrated optical spectrum assembly [P]. (邵秀梅,周东平,方家熊,等.一种短波红外多通道集成光谱组件:中国, CN201510864335.2.) 2016-03-02.
- [9] ZHUANG Xin-Gang. Applied Study of Near-infrared Spectroscopy and Incidence Optical System Design of New Spectral Sensing Node [D]. (庄新港.近红外光谱分析应用研究及新型光谱感知节点入射光学系统设计.济南:山东大学). 2017.
- [10] FANG Jing-Yue. Analysis for reflectivity of high reflective film and transmittance of interference filter with different incident angles [J]. *Physical Experiment of College* (方靖岳.入射角度对高反膜及干涉滤光片的影响.大学物理实验), 2013, 26(01): 12-13.
- [11] YU Kan, JI Zi-Juan, HUANG De-Xiu, et al. Transmitting intensity distribution after a gaussian beam incident ob-

- liquely on a narrowband filter [J]. *Acta Photonica Sinica* (俞侃, 吉紫娟, 黄德修, 等. 高斯光束斜入射窄带滤光片的透射光强分布. 光子学报), 2010, **39**(11): 1971-1975.
- [12] Qian L, Zhang D, Huang Y, et al. Performance of a double-layer guided mode resonance filter with non-sub-wavelength grating period at oblique incidence [J]. *Optics & Laser Technology*. 2015, **72**: 42-47.
- [13] Ciminelli C, Peluso F, Armenise M N, et al. Variable oblique incidence for tunability in a two-dimensional photonic-crystal guided-wave filter [J]. *Journal of Lightwave Technology*. 2006, **24**(1): 470-476.
- [14] YU Kan, LIU Wen, HUANG De-Xiu. Characteristics analysis and stack design of angle-tuned filter [J]. *Acta Photonica Sinica* (俞侃, 刘文, 黄德修. 角度调谐滤光片特性分析及膜系设计. 光子学报), 2008, **37**(6): 1175-1179.
- [15] Mcleod R R, Honda T. Improving the spectral resolution of wedged etalons and linear variable filters with incidence angle [J]. *Opt Lett*. 2005, **30**(19): 2647-2649.
- [16] CAO Jian-Zhang. Thin film optical and thin film technology foundation [M]. Beijing: Science Press (曹建章. 薄膜光学与薄膜技术基础. 北京: 科学出版社), 2014.
- [17] Shaowei W, Xiaoshuang C, Wei L. Fabrication of Step Filter for Miniature Wavelength-Division Device Based on Photolithography [J]. *Acta Optica Sinica*. 2009, **29**(5): 1358-1362.
- [18] LIN Bing, YU Tian-Yan, LI Da-Qi, et al. Study of fabrication of 16-channel micro integrated filter [J]. *J. Infrared Millim. Waves* (林炳, 于天燕, 李大琪, 等. 16通道微型集成滤光片制备技术的研究. 红外与毫米波学报), 2006, **25**(04): 287-290.
- [19] LU Jin-Jun. Optical film technology [M]. Xian: Press of Northwestern Polytechnical University (卢进军. 光学薄膜技术. 西北工业大学出版社), 2005.
- [20] Zhang Y G, Zhuang X G, Wang X Q, et al. Wavelength calibration of a new monolithically integrated spectral sensor [J]. *Journal of Infrared & Millimeter Waves*. 2017, **36**(01): 15-19.

(上接第 289 页)

10 nm. In our experiment,  $Q$  factor ( $2.3 \times 10^6$ ) and strong critically-coupling (92.5%) as a consequence of phase matching were reached. We confirmed that exceedingly efficient and controlled power transfer from a waveguide to a high  $Q$  microsphere is possible. We believe that the results will open the way for new applications in some fields, such as bio-sensors and micro-lasers.

## Acknowledgment

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China (Nos. 61275011, Nos. 61775209 and Nos. 61505043).

## References

- [1] Heebner J, Grover R, Ibrahim T. Optical Microresonators [J]. *Optical Sciences*, 2008, **138**: 71-103.
- [2] Panitchob Y, Murugan G S, Zervas M N, et al. Whispering gallery mode spectra of channel waveguide coupled microspheres [J]. *Optics Express*, 2008, **16**(15): 11066-11076.
- [3] Hall J M, Shahraam A V, Henderson M R, et al. Method for predicting whispering gallery mode spectra of spherical microresonators [J]. *Optics Express*, 2015, **23**(8): 9924-9932.
- [4] Chiasera A, Dumeige Y, Féron P, et al. Spherical whispering-gallery mode microresonators [J]. *Laser & Photonics Review*, 2010, **4**(3): 457-482.
- [5] Dominguez J L, Kozyreff G, Jordi M. Whispering gallery microresonators for second harmonic light generation from a low number of small molecules [J]. *Nature Communications*, 2011, **2**(1): 254.
- [6] Elliott G R, Murugan G S, Wilkinson J S, et al. Chalco-genide glass microsphere laser [J]. *Optics Express*, 2010, **18**(25): 26720-26727.
- [7] Murugan G S, Wilkinson J S, Zervas M N, et al. Integrated Nd-doped borosilicate glass microsphere laser [J]. *Optics letters*, 2011, **36**(1): 73-75.
- [8] Athanasiou M, Smith R M, Pugh J, et al. Monolithically multi-color lasing from an InGaN microdisk on a Si substrate [J]. *Scientific Reports*, 2017, **7**(1): 10086.