

基于子空间中主成分最优线性预测的高光谱波段选择

吴一全^{1,2*}, 周 杨¹, 盛东慧¹, 叶晓来¹

(1. 南京航空航天大学 电子信息工程学院, 江苏 南京 211106;

2. 中国科学院西安光学精密机械研究所 中科院光谱成像技术重点实验室, 陕西 西安 710119)

摘要:针对高光谱遥感图像的异常检测问题,为了使高光谱降维数据能更完整地保留其光谱信息,提出了基于子空间中主成分最优线性预测的波段选择方法.采用改进相关性度量的谱聚类方法将高光谱波段划分为不同的子空间,并对各子空间中的波段进行主成分分析(PCA),选择主要分量作为重构目标;以子空间追踪法为搜索策略,从各子空间中选取数个波段对其重构目标进行联合最优线性预测;合并各子空间中的所选波段得到最佳波段子集.实验结果表明,该方法选择的波段子集可以较完整地重构原始数据,与原始数据以及自适应波段选择(ABS)方法、线性预测(LP)方法、最大方差主成分分析(MVPCA)方法、自相关矩阵波段选择(ACMBS)方法、组合因子最优波段选择(OCFBS)方法得到的波段子集相比,其波段子集具有更好的异常检测性能.

关键词:遥感;高光谱图像;波段选择;主成分;线性预测;子空间追踪;谱聚类
中图分类号:TP751.1 **文献标识码:**A

Band selection of hyperspectral image based on optimal linear prediction of principal components in subspace

WU Yi-Quan^{1,2*}, ZHOU Yang¹, SHENG Dong-Hui¹, YE Xiao-Lai¹

(1. College of Electronic and Information Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 211106, China;

2. Key Laboratory of Spectral Imaging Technology CAS, Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics of CAS, Xi'an 710119, China)

Abstract: In the case of hyperspectral anomaly detection, in order to make hyperspectral low-dimensional data preserve the spectral information more completely, a band selection method based on the optimal linear prediction of principal components in subspace was proposed. Hyperspectral bands are divided into different subspaces by spectral clustering with the improved correlation measure. The principal component analysis (PCA) of bands is presented in each subspace, and main components are selected as the reconstructed targets. The subspace tracking method serves as the search strategy, and several bands are selected from each subspace to perform the joint optimal linear prediction of reconstructed targets. The selected bands in each subspace are combined to obtain the optimal band subset. Experimental results show that, the proposed method can reconstruct the original data more completely. Compared with original data, and the band subsets obtained by adaptive band selection (ABS) method, linear prediction (LP) method, maximum-variance principal component analysis (MVPCA) method, auto correlation matrix-based band selection (ACMBS) method and optimal combination factors-based band selection (OCFBS) method, the band subset of proposed method has superior performance of anomaly detection.

Key words: remote sensing, hyperspectral image, band selection, principal component, linear prediction, subspace pursuit, spectral clustering

PACS: 84. 40. Xb

收稿日期:2017-02-01,修回日期:2017-05-06

Received date: 2017-02-01, revised date: 2017-05-06

基金项目:国家自然科学基金(61573183);中国科学院光谱成像重点实验室开放基金项目资助(LSIT201401);江苏高校优势学科建设工程

Foundation items: Supported by the National Natural Science Foundation of China(61573183); Supported by the Foundation of Key Laboratory of Spectral Imaging Technology CAS(LSIT201401); Construction of Advantage Disciplines in Jiangsu Universities

作者简介(Biography): 吴一全(1963-),男,博士,教授,博士生导师,主要研究方向为遥感图像处理与理解、红外目标检测与识别、视觉检测、图像测量与数字全息等.

* 通讯作者(Corresponding author): E-mail: nuaaimage@163.com

引言

高光谱传感器可以拍摄到数百个波段狭窄且紧邻的图像,具有较强的地物探测能力^[1-3].然而高光谱图像中往往包含大量的冗余信息,不仅需要较大的计算与存储空间,而且冗余的光谱数据可能会掩盖地物的鉴别信息,给数据分类与异常检测造成不利影响^[4].因此,有必要对高光谱遥感图像进行降维.

波段选择是一类有效的高光谱图像降维方法,即在某种目标函数的指导下,选择一个波段子集.性能较好的波段子集具有相关性小、噪声弱、信息量大、保留较完整的光谱信息等特点.为了满足上述特点,人们已提出了一些波段选择方法.根据波段信息量与邻域相关系数的比值,文献[5]提出了自适应波段选择(Auto Band Selection, ABS)方法,波段的方差越大、与邻域波段的相关性越小,越容易被选择.虽然该方法可以得到含有较大信息量、相关性弱的波段子集,但会优先选择边界或者噪声波段.为了能使波段子集具有弱噪声的特点,文献[6]提出了最大方差主成分分析(Maximum-variance Principal Component Analysis, MVPCA)方法,先对原始高光谱图像进行主成分变换,再使用特征值、特征向量以及相关矩阵计算每个波段在主成分中的装载系数,并选择拥有最大系数的波段子集.然而该波段子集往往具有较强的相关性,其光谱信息较片面.为了避免选择相关性较强的波段,文献[7]提出了线性预测(Linear Prediction, LP)方法,根据波段之间的线性预测误差选择一个相关性最弱的波段子集,但优先选择噪声波段的缺陷依然存在.文献[8]提出了自相关矩阵波段选择(Auto Correlation Matrix-based Band Selection, ACMBS)方法,以被选择波段与原始波段之间的重构误差为目标函数,通过序列后向选择法优先剔除对重构误差影响最小的波段.其波段子集可以较完整地重构原始高光谱图像,保留较多的光谱信息,但存在两个弊端:(1)噪声波段与其它波段的相关性小,对整体重构误差影响较大,易被优先选择;(2)采用序列后向选择的搜索策略,将原始模型退化为局部最优模型,使其无法选择具有最完整光谱信息的波段子集.针对文献[8]方法会优先选择噪声波段的不足,文献[9]提出了组合因子最优波段选择(Optimal Combination Factors-based Band Selection, OCFBS)方法,将高光谱波段划分为数个空间,并在各子空间中选择信息量大且冗余度小的波段子集,有效减小了选择噪声波段的概率.但是,该方法根据近

邻波段相关系数矢量的极小值进行子空间划分,容易受噪声波段的影响,导致子空间划分不准确.

鉴于上述方法的优缺点,在文献[8]的基础上,提出了基于子空间中主成分最优线性预测的波段选择方法.为了能够保留完整的光谱信息,将全局最小重构误差作为目标函数;为了减小重构误差的计算量,同时降低噪声波段对重构误差的影响,对原始高光谱图像进行主成分变换,选择信息量大、互不相关、噪声弱的分量作为重构目标;为了使目标函数达到最佳值,采用具有回溯思想的子空间追踪法^[10]作为波段搜索策略;为了进一步加快运算速度,并避免全局主成分变换过程中丢失成分少却重要的光谱信息,采用改进相关性度量的谱聚类方法^[11,12]对所有波段进行子空间划分,并在各子空间中进行主成分变换与波段选择.文中给出了所提方法的高光谱波段选择结果,并验证了将该波段子集运用于异常检测的性能.

1 波段选择方法

1.1 主成分最优线性预测模型

设高光谱遥感图像为 $\mathbf{X} = [\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_L]^T = [x_1, x_2, \dots, x_N]$, 其中, \mathbf{X}_k 为第 k ($k \in [1, L]$) 个波段图像, L 为波段数目; x_i 为第 i ($i \in [1, N]$) 个像元, N 为像元总数. 从具有 L 个波段的高光谱图像中选择 Q 个波段, 为了使被选择波段尽可能地保留原始光谱信息, 需要使此 Q 个波段重构原始高光谱图像的误差最小, 即所选波段应满足目标函数:

$$\mathbf{X}_{\Sigma_Q} = \operatorname{argmin}_{\mathbf{X}_{\Sigma_Q}} \|\mathbf{X}^T - \mathbf{X}'_{\Sigma_{Q+1}} \mathbf{A}_{Q+1}\|_F^2, \quad (1)$$

式中, \mathbf{X}_{Σ_Q} 为 \mathbf{X} 中 Q 个波段的集合, $\mathbf{X}'_{\Sigma_{Q+1}} = [\mathbf{X}_{\Sigma_Q}, \mathbf{E}] = [\mathbf{X}_{i_1}, \mathbf{X}_{i_2}, \dots, \mathbf{X}_{i_Q}, \mathbf{E}]$ 为 \mathbf{X}_{Σ_Q} 与 \mathbf{E} (维度为 $N \times 1$ 全 1 向量) 的组合, 添加 \mathbf{E} 向量是为了便于使用齐次坐标统一向量的乘法(缩放与旋转)与加法(均值偏移)运算, \mathbf{A}_{Q+1} 为误差最小时对应的系数矩阵, $\|\cdot\|_F$ 表示矩阵的 F 范数.

虽然由式(1)得到的波段子集能够以最小误差重构原始高光谱图像,但存在以下两个弊端:(1)重构目标中的噪声波段会影响其它波段的精度;(2)需要重构所有波段图像,计算量较大.因此,本文使用原始高光谱图像的主成分作为重构目标,由此得到的波段子集具有以下优点:(1)主成分包含了主要光谱信息,能以较小误差线性重构原始高光谱图像,而波段子集能够线性重构主成分,由于线性变换具有传递性,因此该波段子集也能够以较小误差线性重构原始图像;(2)主成分之间互不相关,冗

余信息较少,均匀地包含了高光谱图像的主要信息,因此波段子集也会均匀分布于整个波段区间,冗余度较小;(3)主成分只包含较弱的噪声,可以削弱噪声波段对重构精度的影响;(4)主成分的数目远少于原始波段数目,而最优线性预测的计算量与重构目标的规模正相关,因此可以减少方法的计算量.提取高光谱图像主成分^[13]的具体方法如下:

首先,计算高光谱波段之间的协方差矩阵 C ,其元素为:

$$C_{ij} = \frac{(\mathbf{X}_i - \bar{\mathbf{X}}_i)^T \cdot (\mathbf{X}_j - \bar{\mathbf{X}}_j)}{N - 1}, \quad (2)$$

式(2)中, $\bar{\mathbf{X}}_i$ 为波段 \mathbf{X}_i 的平均值.

然后,求取 C 的所有特征值(以其绝对值从大到小排列) $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_L$ 和对应的特征向量 $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_L$,再提取前 M 个最大特征值及其对应的特征向量:

$$|\lambda_{M+1}| < e_{\text{per}} \cdot \sum_{i=1}^M |\lambda_i|, \quad (3)$$

式(3)中, e_{per} 为判断分量为次要成分或者主要成分的阈值,根据实验选择 e_{per} 为 0.01.

最后,计算降维后的高光谱图像 \mathbf{Y} ,并将其作为重构目标:

$$\mathbf{Y} = [\mathbf{Y}_1, \mathbf{Y}_2, \dots, \mathbf{Y}_M]^T = [\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_M]^T \cdot \mathbf{X}. \quad (4)$$

使用 \mathbf{Y} 取代式(1)中的 \mathbf{X} 后,得到高光谱主成分最优线性预测的目标函数:

$$\mathbf{X}_{\Sigma_Q} = \underset{\mathbf{X}_{\Sigma_Q}}{\text{argmin}} \|\mathbf{Y}^T - \mathbf{X}'_{\Sigma_{Q+1}} \mathbf{A}_{Q+1}\|_F^2. \quad (5)$$

若根据式(5)已从高光谱图像中选择了 Q 个波段,则对应最小重构误差的系数矩阵 \mathbf{A}_{Q+1} 与重构误差 e_{total} 分别为:

$$\mathbf{A}_{Q+1} = [(\mathbf{X}'_{\Sigma_{Q+1}})^T \cdot \mathbf{X}'_{\Sigma_{Q+1}}]^{-1} \cdot [(\mathbf{X}'_{\Sigma_{Q+1}})^T \cdot \mathbf{Y}^T], \quad (6)$$

$$e_{\text{total}} = \|\mathbf{Y}^T - \mathbf{X}'_{\Sigma_{Q+1}} \cdot \mathbf{A}_{Q+1}\|_F^2, \quad (7)$$

式(6)中, $(\mathbf{X}'_{\Sigma_{Q+1}})^T \cdot \mathbf{X}'_{\Sigma_{Q+1}}$ 与 $(\mathbf{X}'_{\Sigma_{Q+1}})^T \cdot \mathbf{Y}^T$ 都涉及大量的向量内积运算(波段与波段,波段与主成分),可以提前计算出波段、主成分之间的所有内积,在后续处理过程中用查表法快速获取所需的内积值,以减小计算复杂度.

1.2 波段子集的搜索策略

波段搜索策略是影响所提方法重构误差与方法效率的重要因素.文献[8]采用序列后向搜索法,根据贪婪算法思想,每次从序列中剔除一个对重构误差影响最小的波段,直至剩余的波段数或重构误差达到阈值.该方法在剔除波段时,只考虑了单个波段对重

构误差的影响,忽略了被剔除波段之间的组合重构误差,容易陷入局部极值,无法得到最佳的波段子集.

为了避免上述方法的弊端,本文采用子空间追踪方法搜索最优波段子集.子空间追踪方法主要由初始化与迭代更新两部分组成^[10].初始化通过将复杂的组合波段寻优变为简单的单波段寻优问题,快速得到较好的初始波段;迭代更新则在初始波段的基础上,依据回溯法思想,固定其中的 $Q-1$ 个波段,在全局中更新剩余的 1 个波段,更新后的波段能与此 $Q-1$ 个波段联合满足组合最优条件.其主要步骤如下:

输入:被重构的目标 \mathbf{Y} (高光谱图像的主成分),用于重构的元素 \mathbf{X} (L 个高光谱波段);

初始化:

步骤 1:放松式(5)的组合最优线性预测函数,使其变为单波段最优线性预测函数:

$$\mathbf{X}_{\Sigma_1} = \underset{\mathbf{X}_{\Sigma_1}}{\text{argmin}} \|\mathbf{Y}^T - \mathbf{X}'_{\Sigma_{(i-1)+1}} \cdot \mathbf{A}_{(i-1)+1} - \mathbf{X}'_{\Sigma_{1+1}} \cdot \mathbf{A}_{1+1}\|_F^2, \quad (8)$$

式中, $\mathbf{X}'_{\Sigma_{(i-1)+1}} = [\mathbf{X}'_{\Sigma_{(i-1)}}, \mathbf{E}]$ 为已选择的 $i-1$ 个波段与 \mathbf{E} 向量的组合, \mathbf{A}_{1+1} 为第 i 个波段以最小误差重构剩余主成分对应的系数矩阵,其计算公式为:

$$\mathbf{A}_{1+1} = [(\mathbf{X}'_{\Sigma_{1+1}})^T \cdot \mathbf{X}'_{\Sigma_{1+1}}]^{-1} \cdot [(\mathbf{X}'_{\Sigma_{1+1}})^T \cdot (\mathbf{Y}^T - \mathbf{X}'_{\Sigma_{(i-1)+1}} \cdot \mathbf{A}_{(i-1)+1})], \quad (9)$$

步骤 2:根据式(8)与式(9),使用序列前向选择方法逐步选择单个波段,再根据式(10)合并已选波段.迭代式(8)~式(10)的操作,直至选择 Q 个波段,完成波段子集的初始化;

$$\mathbf{X}_{\Sigma_i} = [\mathbf{X}_{\Sigma_{i-1}}, \mathbf{X}_{\Sigma_1}]. \quad (10)$$

迭代更新:

步骤 3:判断式(7)的重构误差是否为 0,若为 0,则结束迭代,否则继续;

步骤 4:逐个去除波段子集中的每个波段,使用剩余的 $Q-1$ 个波段重构主成分,计算其重构误差,再按照误差从大到小将所有波段排序,并根据步骤 5~步骤 6 按序更新所有波段;

步骤 5:针对波段子集中的第 i 个波段,使其遍历 \mathbf{X} 中的所有波段,根据式(6)与式(7)计算每个波段与子集中其余 $Q-1$ 个波段对主成分的联合重构误差;

步骤 6:如果拥有最小重构误差的波段与子集中的第 i 个波段不同,则更新第 i 个波段,并使被选择的 Q 个波段不相同;

步骤 7:判断步骤 4~步骤 6 中是否有波段发生变化,如无变化,则结束迭代得到最佳波段子集;否

则,返回步骤 3,继续迭代更新 X_{Σ_0} ;

输出:最佳波段子集 X_{Σ_0} ,最优线性预测的系数矩阵 A_{Q+1} .

1.3 高光谱子空间划分

在所提方法中,式(7)的计算占据了 90% 的运算时间,其计算量主要体现在两方面:(1)公式计算复杂度与被重构波段的数目 M 正相关;(2)公式计算次数与子空间追踪法中的循环次数有关,而循环次数与 $Q \times L$ 正相关.因此,方法复杂度与 $M \times Q \times L$ 正相关,降低复杂度的关键在于减小 M 、 L 及 Q ,而将原始图像的主成分作为重构目标已减小了 M .如果将高光谱波段划分为 n_{sub} 个子空间,则 L 与 Q 分别被分为 $L_1, L_2, \dots, L_{n_{\text{sub}}}$ ($L = \sum_{i=1}^{n_{\text{sub}}} L_i$) 与 $Q_1, Q_2, \dots, Q_{n_{\text{sub}}}$ ($Q = \sum_{i=1}^{n_{\text{sub}}} Q_i$), 而 $\sum_{i=1}^{n_{\text{sub}}} M \times L_i \times Q_i < M \times L \times Q$, 因此可以通过子空间划分减小计算复杂度.在每个子空间中进行主成分变换与最优线性预测,还可以避免其它子空间的干扰,提高该子空间的重构精度.

以图 1 所在的高光谱遥感图像为例,其拥有 179 个处在 $0.4 \sim 2.45 \mu\text{m}$ 范围的波段.根据式(11)计算所有波段相关系数矩阵 \mathbf{R} 中的元素,并用图 2 表示,图中像元点的灰度值越高表示波段之间的相关性越强.从相关系数矩阵中提取近邻相关系数组成矢量 $\mathbf{R}_{\text{NTR}} = [r_{12}, r_{23}, \dots, r_{L-1,L}]$,并用图 3 表示.

$$r_{ij} = \frac{(\mathbf{X}_i - \bar{\mathbf{X}}_i)^T \cdot (\mathbf{X}_j - \bar{\mathbf{X}}_j)}{\sqrt{(\mathbf{X}_i - \bar{\mathbf{X}}_i)^T \cdot (\mathbf{X}_i - \bar{\mathbf{X}}_i) + (\mathbf{X}_j - \bar{\mathbf{X}}_j)^T \cdot (\mathbf{X}_j - \bar{\mathbf{X}}_j)}} \quad (11)$$

鉴于多维尺度分析方法可以将数据的距离关系转化为低维坐标^[14],使用式(12)对高光谱波段之间的欧氏距离 d 处理后(降低离群点的干扰),采用该方法将其映射为图 4 所示的二维坐标图.

$$d'_{ij} = 1 - \exp\left(-\frac{(d_{ij})^2}{2\sigma^2}\right) \quad (12)$$

式中, $d_{ij} = |x_i - x_j|$, \exp 为高斯径向基函数, $\sigma = \sqrt{\frac{1}{L \times L} \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^L (d_{ij})^2}$ 为其参数.

从图 2 中可以看出,高光谱的连续波段之间具有较强的相关性.结合图 2 与图 3 可以看出,以某些波段为间隔,可以将连续的波段划分为类内相似、类间相异的子空间.从图 4 中可以看出,相似波段集中于一个密集的流形上,而相异波段分布于不同的流形上,适合于谱聚类算法的聚类模型.

(一) 谱聚类算法概述

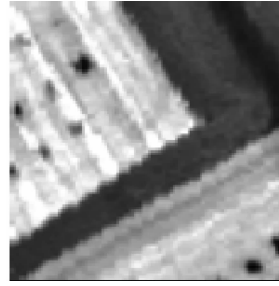


图 1 波段图像
Fig. 1 Band image

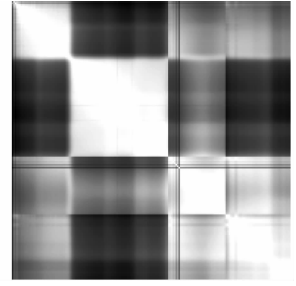


图 2 相关系数矩阵图
Fig. 2 The chart of correlation coefficients matrix

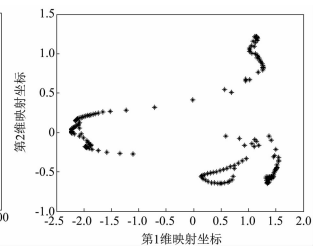
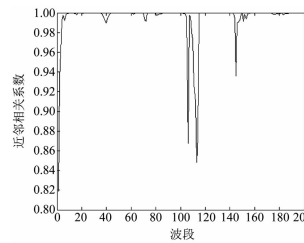


图 3 近邻相关系数图 图 4 欧氏距离的波段低维坐标图
Fig. 3 The chart of nearest neighbor correlation coefficients
Fig. 4 The low-dimensional coordinate chart of Euclidean distance

谱聚类算法将样本视为无向图中的顶点,而将样本间的相关性量化为顶点连接边的权值,根据该无向加权图的连接矩阵将样本的聚类问题转化为图划分问题^[11].本文在 Normalized Cut 最优划分准则的基础上,采用谱聚类算法将高光谱波段划分为 n_{sub} 个子空间,使同一子空间内波段的相关性最大,而不同子空间中波段之间的相关性最小.其具体步骤为:

步骤 1:计算每两个波段之间的相关性,构造相关性矩阵 \mathbf{W} ;

步骤 2:分别计算 \mathbf{W} 对应的度矩阵 \mathbf{D} (非对角元素为 0) 与规范化 Laplacian 矩阵 \mathbf{H} ;

$$D_{ii} = \sum_{j=1}^L W_{ij} \quad (13)$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{D}^{-\frac{1}{2}} \cdot (\mathbf{D} - \mathbf{W}) \cdot \mathbf{D}^{-\frac{1}{2}} \quad (14)$$

步骤 3:对 \mathbf{H} 进行特征值分解,获取 n_{sub} 个拥有最小特征值的特征向量 $\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2, \dots, \mathbf{V}_{n_{\text{sub}}}$ 并组合成 n_{sub} 列 h 行矩阵 \mathbf{V} , \mathbf{V} 的第 i 行 \mathbf{V}'_i 为高光谱第 i 个波段的特征向量;

步骤 4:使用 K-means 算法将 L 个向量 \mathbf{V}'_i 聚为 n_{sub} 类,得到高光谱波段的子空间划分结果.

(二) 相关性矩阵的构造

在基于谱聚类的高光谱子空间划分方法中,相关性矩阵 \mathbf{W} 的构造是影响划分精度的重要因素.在

常规谱聚类算法中,使用式(15)所示的波段欧氏距离构建相关性矩阵^[12]. 该式存在两个容易影响划分精度的弊端:(1)波段图像属于高维信息,欧氏距离受噪声的影响较大;(2)不同流形上波段之间的欧氏距离可能小于同一流形上波段之间的欧氏距离(如图4所示).

$$W_{ij} = \exp\left(-\frac{|\mathbf{X}_i - \mathbf{X}_j|^2}{2\sigma^2}\right) \quad (15)$$

为了提高高光谱波段子空间划分的精度,根据高光谱图像的特点,对 \mathbf{W} 的构造方法做以下两点改进:

(1)使用每个波段 \mathbf{X}_i 的相邻波段对其进行最优

线性预测,得到的重构波段 $\tilde{\mathbf{X}}_i$ 会尽量保留邻域波段内的共同信息,舍弃差异信息,从而削弱噪声的影响:

$$\tilde{\mathbf{X}}_i = \mathbf{X}'_{i,\text{neig}} \cdot \left\{ [(\mathbf{X}'_{i,\text{neig}})^T \cdot \mathbf{X}'_{i,\text{neig}}]^{-1} \cdot [(\mathbf{X}'_{i,\text{neig}})^T \cdot \mathbf{X}_i] \right\} \quad (16)$$

式中, $\mathbf{X}'_{i,\text{neig}} = [\mathbf{X}_{i-z}, \dots, \mathbf{X}_{i-1}, \mathbf{X}_{i+1}, \dots, \mathbf{X}_{i+z}, \mathbf{E}]$ 表示 \mathbf{X}_i 的相邻波段与向量 \mathbf{E} 的组合.

为了防止某个波段中存在局部反射率较强的现象,需要对每个重构波段进行均值归0、方差归1的处理,则重构波段之间的距离为:

$$\tilde{d}_{ij} = \left| \frac{\tilde{\mathbf{X}}_i - \tilde{\mathbf{X}}_j}{\text{std}(\tilde{\mathbf{X}}_i)} - \frac{\tilde{\mathbf{X}}_i - \tilde{\mathbf{X}}_j}{\text{std}(\tilde{\mathbf{X}}_j)} \right| \quad (17)$$

式中, std 为标准差函数.

(2)为了扩大不同流形上波段之间的距离,采用测地线距离衡量波段差异:首先,确定每个波段的邻域数目 n_{neig} ;然后,针对每个波段,根据位置关系从相邻 $2n_{\text{neig}}$ 个波段中选择 n_{neig} 个拥有最小归一化欧氏距离的波段作为邻域,并建立邻域距离矩阵;其次,使用Dijkstra算法计算每两个波段之间的最短测地线距离 \tilde{d}_{CEO} ;最后,计算高光谱波段相关性矩阵 \mathbf{W} 中的元素:

$$W_{ij} = \exp\left\{-\frac{[(\tilde{d}_{\text{CEO}})_{ij}]^2}{2\sigma^2}\right\} \quad (18)$$

以图1为例,图5为邻域预测后波段的近邻相关系数,图6和图7分别为使用邻域重构+欧氏距离、邻域重构+测地线距离得到的相关性矩阵,图8为 \tilde{d}_{CEO} 做多维尺度分析后得到的二维坐标图像.

与图3相比,图5中同一子空间中相邻波段的相关系数变大,曲线更加平滑,而不同子空间中边界波段的相关性仍较小,因此该方法在保持不同子空间区分度的同时,减小了噪声影响.由图2、图6与图7的对比可知,该方法放大了不同子空间中波段

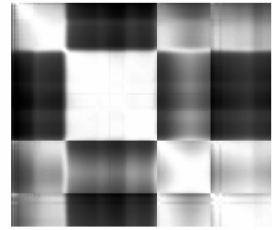
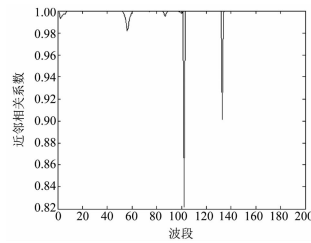


图5 邻域预测后的近邻相关系数图 图6 邻域预测+欧氏距离的相关性矩阵图

Fig. 5 The chart of nearest neighbor correlation coefficients after neighborhood prediction

Fig. 6 The chart of correlation matrix based on neighborhood prediction and Euclidean distance

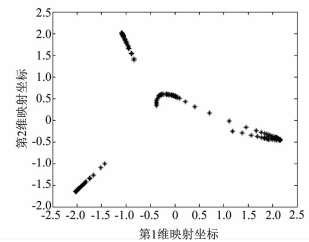
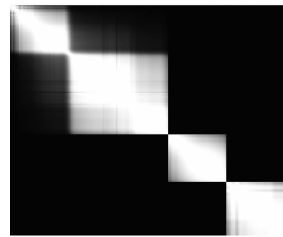


图7 邻域预测+测地线距离的相关性矩阵图 图8 改进距离的波段低维坐标图

Fig. 7 The chart of correlation matrix based on neighborhood prediction and geodesic distance

Fig. 8 The low-dimensional coordinate chart of improved distance

的差异;由图4和图8的对比可知,该方法更明显地将不同子空间中的波段映射到了不同流形上,更有利于使用谱聚类算法进行子空间划分.

分别使用常规相关性度量方法与所提方法对图1进行4个子空间划分,划分结果如表1所示.从表1可以看出,常规相关性度量方法会出现误分的波段,而所提方法可以准确地将所有波段划分到4个子空间中.

表1 不同相关性度量方法的子空间划分结果

Table 1 Results of subspace partition for different correlation measurement methods

	第1子空间	第2子空间	第3子空间	第4子空间
划分标准	1~40	41~106	107~145	146~189
常规相关性度量	2~39, 110~114	40~104	105~109, 115~145, 152~153	1, 146~151, 154~189
本文方法	1~40	41~106	107~145	146~189

注:加粗部分代表划分错误的波段.

2 实验结果与分析

为了测试所提方法的性能,进行了大量实验.实验在 AMD Radeon IIN660 Dual-Core Process 2GHz

CPU、2 G 内存计算机的 Matlab 环境中进行,实验图像大小均为 70×70 像素,并使用虚警率 P_f 与检测率 P_d 对波段子集的异常检测结果进行定量分析^[15]:

$$P_d = \frac{N_{hit}}{N_{target}}, P_f = \frac{N_{false}}{N} \quad (19)$$

式中, N_{hit} 为检测到的真实异常像元数目, N_{target} 为真实异常像元总数目, N_{false} 为检测到的虚警像元数目. 当异常像元的检测率越高, 虚警率越低时, 波段子集越适合应用于高光谱异常检测领域.

由于篇幅限制, 仅以图 9(a) ~ (c) 波段图像所在的高光谱遥感图像为例进行说明, 图 10 为图 9 高光谱图像中的真实异常像元的标注. 图 9(a) ~ (b) 为某军事基地的高光谱遥感图像, 具有 179 个处在 $0.4 \sim 2.45 \mu\text{m}$ 范围的波段; 图 9(c) 为采用机载可见红外成像光谱仪 AVIRIS 获取的高空高光谱遥感图像, 其具有 180 个处在 $0.2 \sim 2.4 \mu\text{m}$ 范围的波段.

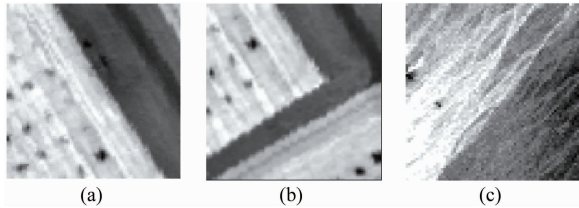


图 9 波段图像, (a) 波段图像 1, (b) 波段图像 2, (c) 波段图像 3

Fig. 9 Band images, (a) band image 1, (b) band image 2, (c) band image 3

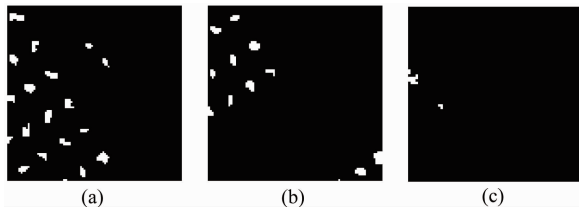


图 10 真实异常像元, (a) 异常像元 1, (b) 异常像元 2, (c) 异常像元 3

Fig. 10 Real abnormal pixels, (a) real abnormal pixel 1, (b) real abnormal pixels 2, (c) real abnormal pixels 3

2.1 该方法的有效性

该方法是以文献[8]为基础的改进方法, 为了

说明其有效性, 对每个改进点都进行对比实验, 并以图 9(a) 为例加以说明, 图 9(a) 第 3 个子空间中的部分波段 (120 ~ 124) 有较强的噪声 (20 dB ~ 30 dB). 方法 1 (文献[8]方法): 以原始高光谱图像为重构目标, 以序列后向选择法为波段搜索策略; 方法 2: 在方法 1 的基础上, 将波段搜索策略改为子空间追踪法; 方法 3: 在方法 2 的基础上, 将重构目标改为高光谱图像的主成分; 方法 4 (本文方法): 在方法 3 的基础上, 采用改进相关性度量的谱聚类方法进行子空间划分. 性能评价指标为: (1) 所选波段对各个子空间的重构误差比 e_{per} , 计算公式为式 (20); (2) 对高光谱图像的整体重构误差比; (3) 方法的运行时间. 4 种方法选择的波段数目皆为 12, 选择结果见表 2.

$$e_{per_i} = \frac{\sum_{j=1}^{L_i} |X_{i,j} - \tilde{X}_{i,j}|^2}{\sum_{j=1}^{L_i} |X_{i,j} - \bar{X}_{i,j}|^2} \quad (20)$$

式中, $X_{i,j}$ 为第 i 个子空间中第 j 个波段.

从表 2 可以看出, 方法 1 得到的波段子集中包含较多的噪声波段, 对 4 个子空间的重构误差都比较大. 这是因为全局最优预测被退化为局部最优预测, 而噪声波段与其它波段的相关性较低, 因此非噪声波段被优先剔除, 而保留了噪声波段. 方法 2 的目标函数是原始图像的最优线性预测, 因此其得到的波段能够以整体最小误差重构原始图像. 但是由于噪声波段的重构难度较大, 波段子集中有较多的波段集中于噪声子空间中, 降低了其它非噪声子空间的重构精度. 方法 3 中被重构的目标为原始图像的主成分, 相对于原始图像, 含有较弱的噪声, 因此选择的波段受噪声影响较小. 然而, 方法 3 对部分非噪声子空间 (如第 1 子空间) 的重构误差大于方法 2. 因为原始图像中含有较复杂的光谱信息, 直接对其进行主成分降维, 部分分量少却重要的光谱信息会被视为类似于噪声的次要成分而被忽略, 使得所选波段子集对部分非噪声子空间的重构误差增加. 从选择的噪声波段数量和重构误差方面分析, 方法 4 相对于其它 3 种方法都能够得到最好的结果, 原因

表 2 不同方法的波段选择结果

Table 2 Results of band selection by different methods

	波段选择结果	子空间重构误差比				整体重构 误差比	运算时间 /s
		子空间 1	子空间 2	子空间 3	子空间 4		
方法 1	1, 34, 97, 120, 121, 122, 123, 124 , 136, 137, 138, 174	0.001 7	0.003 2	0.003 4	0.003 4	0.003 2	1.006
方法 2	4, 23, 63, 72, 118, 121, 122, 123, 124 , 136, 137, 167	0.000 3	0.000 7	0.002 9	0.001 2	0.001 2	510.5
方法 3	12, 37, 60, 72, 107, 121, 124 , 134, 136, 145, 153, 170	0.000 8	0.000 7	0.007 3	0.000 8	0.002 0	30.87
方法 4	6, 23, 32, 49, 72, 86, 100, 119, 121, 138, 153, 170	0.000 2	0.000 6	0.006 8	0.000 7	0.001 7	4.008

注: 加粗部分为噪声波段.

为:(1)相对于原始高光谱数据,各子空间中的波段图像相似度更高,主要的光谱信息比较单一,冗余度更大,在同样主(次)成分判断阈值下,主成分降维在减少噪声的同时,可以挖掘更全面光谱信息,则所选的波段子集对非噪声子空间的重构误差更小(如子空间 1、2、4);(2)子空间划分时,也将波段数均匀分配于各子空间中,而在噪声子空间中,选择的波段会优先重构主要信息,其次再考虑噪声与次要信息,因此该方法得到的波段子集中只有一个噪声波段。

这 4 种方法所需运算时间的比较结果为:方法 1 < 方法 4 < 方法 3 < 方法 2. 方法 1 具有最低的计算复杂度,该方法只需要计算一次自相关矩阵的逆就可以剔除一个波段. 方法 2 的计算复杂度最高,难以满足实际需求. 方法 3 的计算复杂度远低于方法 2,这是因为重构目标的数据量较少(被重构的波段数由 197 降为 3). 相对于方法 3,方法 4 采用子空间划分方法进一步减少了运算时间. 虽然本文方法增加

了子空间聚类与主成分降维步骤,但这两个步骤中主要消耗时间的是大量且重复的波段图像内积运算. 本文方法提前计算出所有波段图像之间的内积值,再使用查表法快速地获取所需值,因此消耗的时间较少. 在方法 4 消耗的 4.008 s 中,子空间聚类、子空间中主成分降维、使用子空间追踪法寻找最佳波段子集分别消耗的时间为:1.210 s、0.266 s、2.532 s.

2.2 不同波段选择方法的性能比较

为了验证本文方法的性能,将其与原始数据以及 ABS 方法、MVPCA 方法、LP 方法、ACMBS 方法、OCFBS 方法选择的波段子集进行比较. 当选择的波段数为 12 时,图 11 ~ 图 13 的(a) ~ (f)分别为原始数据、5 种对比方法及本文方法从图 9 中所选波段子集对应的异常检测结果。

从图 11 ~ 13 中可以看出:

(1)直接对原始数据进行异常检测时,存在较严重的虚警现象,这是因为较高的光谱维度不仅可

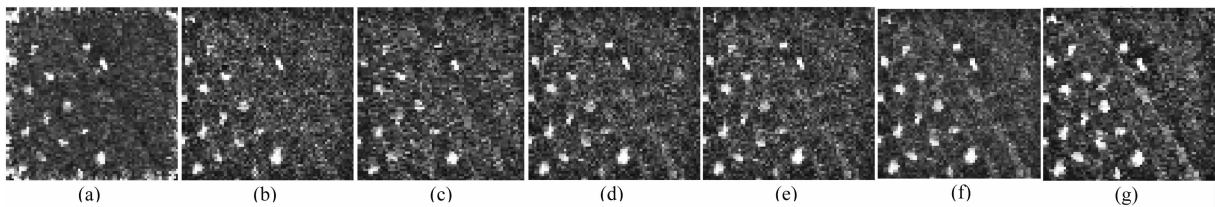


图 11 图 9(a)的异常检测结果,(a)原始数据,(b)ABS 方法,(c)MVPCA 方法,(d)LP 方法,(e)ACMBS 方法,(f)OCFBS 方法,(g)本文方法

Fig. 11 Anomaly detection results of Fig. 9(a), (a) original data, (b) ABS method, (c) MVPCA method, (d) LP method, (e) ACMBS method, (f) OCFBS method, (g) proposed method

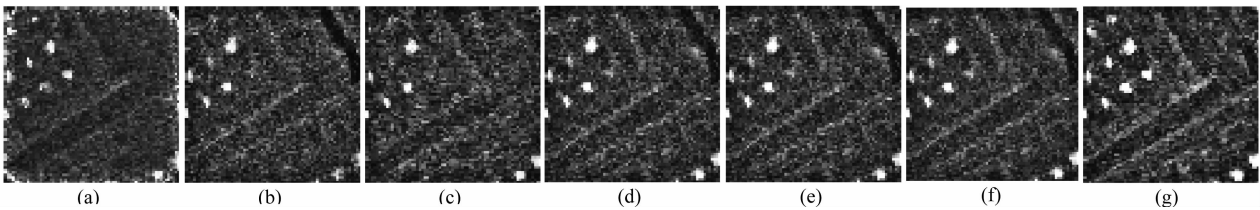


图 12 图 9(b)的异常检测结果,(a)原始数据,(b)ABS 方法,(c)MVPCA 方法,(d)LP 方法,(e)ACMBS 方法,(f)OCFBS 方法,(g)本文方法

Fig. 12 Anomaly detection results of Fig. 9(b), (a) original data, (b) ABS method, (c) MVPCA method, (d) LP method, (e) ACMBS method, (f) OCFBS method, (g) proposed method

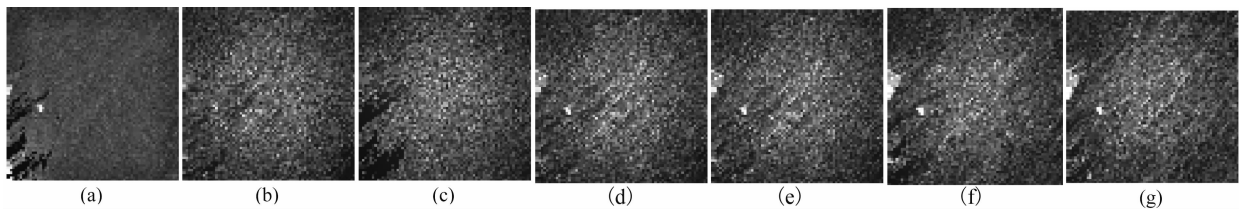


图 13 图 9(c)的异常检测结果,(a)原始数据,(b)ABS 方法,(c)MVPCA 方法,(d)LP 方法,(e)ACMBS 方法,(f)OCFBS 方法,(g)本文方法

Fig. 13 Anomaly detection results of Fig. 9(c), (a) original data, (b) ABS method, (c) MVPCA method, (d) LP method, (e) ACMBS method, (f) OCFBS method, (g) proposed method

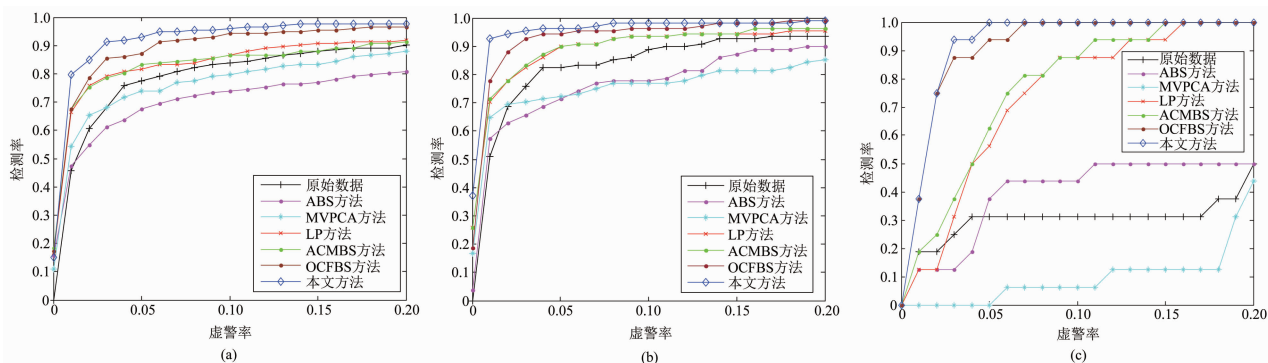


图 14 不同方法针对图 9(a)、(b)与(c)的 ROC 曲线, (a) 针对图 9(a), (b) 针对图 9(b), (c) 针对图 9(c)

Fig. 14 ROC curves by different methods for Fig. 9(a), (b) and (c), (a) for Fig. 9(a), (b) for Fig. 9(b), (c) for Fig. 9(c)

能会掩盖异常与背景像元之间的判别信息,而且易导致 RX 方法中的背景协方差矩阵不满秩。

(2) ABS 方法与 MVPCA 方法选择的波段子集都具有较低的检测率,因为 ABS 方法会优先选择高光谱图像中某些具有较大方差与较小近邻相关系数的噪声与边界波段,而 MVPCA 方法选择的波段较集中,容易丢失异常与背景的判别信息。

(3) LP 方法和 ACMBS 方法对应的异常检测性能较接近,两者选择的波段子集都拥有较小的相关性,但两者都采用了易陷入局部收敛的顺序搜索法,仍无法避免选择噪声波段的危险。

(4) 与 ACMBS 方法相比,OCFBS 方法将高光谱波段划分为数个子空间,再在各子空间中选择相关性较小的波段,得到的波段子集较均匀地分布于所有波段上,含有的信息更全面,拥有更优的异常检测结果。

(5) 相对于原始数据与 5 种对比方法,本文方法所选的波段子集具有弱噪声、弱相关性、保留较完整光谱信息的特点,拥有较强的异常与背景判别能

力,因此可以得到最好的异常检测结果。

为了定量比较图 11~13 的异常检测结果,采用图 14 所示的接收机操作特性 (Receiver Operating Characteristic, ROC) 曲线对其进行分析^[15],该曲线描述了不同方法对应的异常检测结果中虚警率 P_f 与检测率 P_d 之间的变化关系。

从图 14 的 ROC 曲线可以看出,在相同虚警率上,原始数据、ABS 方法与 MVPCA 方法对应的检测率较低;LP 方法和 ACMBS 方法的 ROC 曲线很相似,两者对应的异常检测性能接近,优于原始数据、ABS 方法与 MVPCA 方法;相对于 ACMBS 方法,OCFBS 方法采用了子空间划分方法,在相同的虚警率下,拥有更高的检测率;在任何虚警率下,本文方法都具有最高的检测率,且其 ROC 曲线的上升速度也最快,所选波段具有最佳的异常检测性能。

为了进一步定量比较各波段选择方法的性能,使波段数目由 1 变化到 50,并将对应的 ROC 曲线下的面积 (Area Under the ROC Curve, AUC) 值作为异

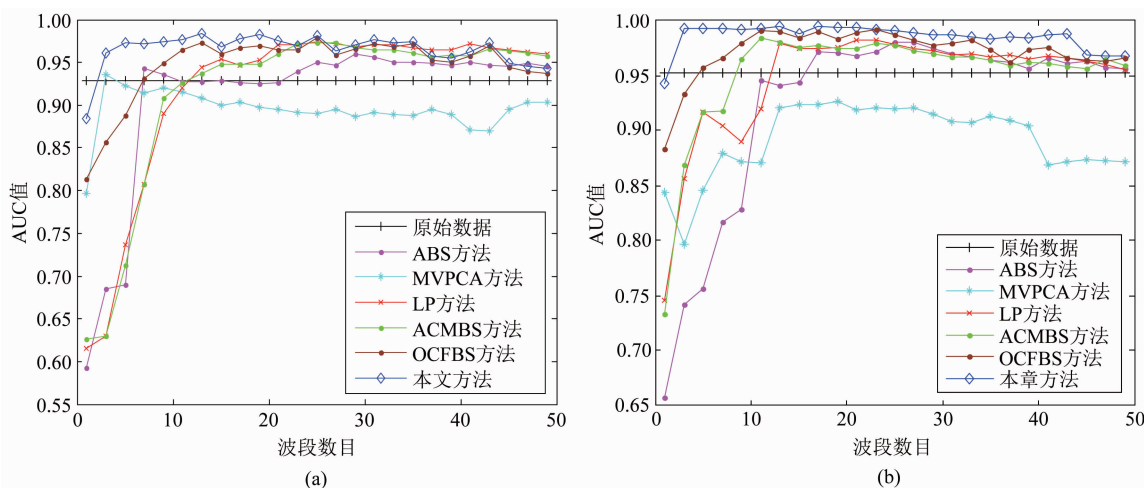


图 15 不同方法针对图 9(a)与(b)的 AUC 曲线, (a) 针对图 9(a), (b) 针对图 9(b)

Fig. 15 AUC curves by different methods for Fig. 9(a) and (b), (a) for Fig. 9(a), (b) for Fig. 9(b)

常像元显著性. AUC 值越大,异常像元的检测结果越好,其显著性越高. 原始数据、5 种对比方法及本文方法在不同的波段数目下对图 9(a) 和(b) 进行波段选择后得到的 AUC 曲线分别如图 15(a) 与(b) 所示.

从图 15 中可以看出,随着波段数目的增加,每种方法对应的异常像元探测性能都会出现先升高后略微下降的现象. 当波段数目较小(小于 5) 时,OCFBS 方法的 AUC 值高于 ACMBS 方法,该方法将选择的波段较均匀地分布于各子空间中,提高了非噪声波段的选择概率,则波段子集中可以包含更多的有效信息;本文方法的 AUC 值最高,因为所提取的波段能以最小误差重构原始数据,可以保留充分的类别判别信息;当波段数目增加(6~18) 时,所有方法的 AUC 值都开始上升,而本文方法的上升速度最快;当波段数目较多(19~50) 时,各类方法的 AUC 值不再提高时,该方法的 AUC 值几乎最高;OCFBS 与 ACMBS 方法的 AUC 值接近,因为两种方法的波段选择机制较相似,而高光谱中噪声波段的数目远小于非噪声波段,因此当选择的波段数目较多时,这两种方法得到的波段子集中包含的噪声波段数目接近,非噪声波段相似. 综上所述,该方法所选波段拥有最佳的异常检测性能.

2.3 本文方法的参数分析

本文方法主要包含以下 3 个环节:(1) 使用改进相似性度量的谱聚类方法进行子空间聚类;(2) 在各子空间中进行主成分降维;(3) 使用子空间追踪法获取最佳波段子集. 这些环节中对所选波段子集的异常检测结果影响较大的参数为:子空间的数目、各子空间中主成分的维度、各子空间中选择的波段数目、所选波段总数. 其中,各子空间中主成分的维度是根据次要成分或者主要成分的判断阈值 e_{per} 自适应确定的;

被选择的波段数目 $\approx \frac{\text{子空间的波段数目}}{\text{高光增波段总数}} \times \text{所选波段总数}$;而子空间的数目与所选波段总数需要人为设定,这两种参数选择不当会对方法性能造成不利影响. 为了能够有效说明,以图 9(a) 所在的高光谱图像为例,使所选波段总数为 12,子空间数目由 1 逐渐变化到 10,则各波段子集对应的 AUC 值曲线与平均相关系数曲线分别为图 16 与图 17. 结合图 14、图 16、图 17,可以得到以下结论:

(1) 从图 16 中可以看出,当子空间的数目较小时(1~3),含有重要信息但波段数目较小的波段子集可能被划分到其他子空间中. 对子空间进行主成分降维时,该重要信息会被看作次要成分而被忽略,

使用最优线性预测模型得到的波段子集中可能无法包含全面的异常与背景判别信息,导致异常像元的漏检.

(2) 从图 16 与图 17 中可以看出,当子空间的数目过多时(7~10),拥有较多波段的子空间可能会被划分为多个子空间,从这些子空间中获取的主成分中的信息会较相似,而最优线性预测模型选择的波段子集也会具有较高的冗余度,导致异常检测性能降低.

(3) 当所选波段总数较少时,无法包含全面的光谱信息,易导致检测率过低(如图 14(a) 与(b) 中波段总数为 0~5 对应的 AUC 值);当所选波段总数较多时,波段子集的冗余度会较高且噪声波段的数目会增加,异常检测的虚警率会升高(如图 14(a) 与(b) 中波段总数为 25~50 对应的 AUC 值).

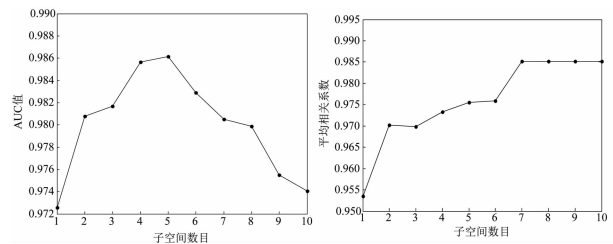


图 16 不同子空间数目下,图 9(a) 的 AUC 曲线
图 17 不同子空间数目下,图 9(a) 的平均相关系数曲线
Fig. 16 AUC curves for Fig. 9(a) under different numbers of subspace
Fig. 17 Average correlation coefficient curves for Fig. 9(a) under different numbers of subspace

鉴于上述分析,选择合适的子空间数目与波段总数对波段子集的异常检测性能有重要的影响,而这两种参数目前都需要人为设定,易受主观性影响,因此后期会研究此参数的自适应确定方法.

3 结论

提出了基于子空间中主成分最优线性预测的高光谱遥感图像波段选择方法. 实验结果表明,与以原始高光谱图像为重构目标相比,以主成分为重构目标,可以在保留较完整光谱信息的基础上,减小各子空间的平均重构误差,并降低计算量;与序列后向选择法相比,采用子空间追踪的搜索策略,可以避免陷入局部最优解,得到具有最佳指标的波段子集;利用改进相关性度量的谱聚类方法进行子空间划分,不但可以减小不同子空间的相互干扰,提高非噪声子空间的重构精度,还可以进一步减小计算量;与原始数据以及 ABS、MVPCA、LP、ACMBS 以及 OCFBS 等

方法选择的波段子集相比,本文方法得到的波段子集具有更优越的异常检测性能。

References

- [1] Wang S, Chang C I. Variable-number variable-band selection for feature characterization in hyperspectral signatures [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2007, **45**(9):2979-2992.
- [2] Jia S, Ji Z, Qian Y. Unsupervised band selection for hyperspectral imagery classification without manual band removal [J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 2012, **5**(2): 531-543.
- [3] LIU Xue-Song, GE Liang, WANG Bin, *et al.* An unsupervised band selection algorithm for hyperspectral imagery based on maximal information [J]. *J. Infrared Millim. Waves* (刘雪松, 葛亮, 王斌, 等. 基于最大信息量的高光谱遥感图像无监督波段选择方法. *红外与毫米波学报*), 2012, **31**(2):166-170.
- [4] Pal M, Foody G M. Feature selection for classification of hyperspectral data by SVM [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2010, **48**(5):2297-2307.
- [5] LIU Chun-Hong, ZHAO Chun-Hui, ZHANG Ling-Yan. A new method of hyperspectral remote sensing image dimensional reduction [J]. *Journal of Image and Graphics* (刘春红, 赵春晖, 张凌雁. 一种新的高光谱遥感图像降维方法. *中国图象图形学报*), 2005, **10**(2):218-222.
- [6] Yang H, Du Q, Chen G. Unsupervised hyperspectral band selection using graphics processing units [J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 2011, **4**(3):660-668.
- [7] Chang C I, Du Q, Sun T L, *et al.* A joint band prioritization and band-decorrelation approach to band selection for hyperspectral image classification [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 1999, **37**(6):2631-2641.
- [8] Sun K, Geng X, Ji L. An efficient unsupervised band selection method based on an autocorrelation matrix for a hyperspectral image [J]. *International Journal of Remote Sensing*, 2014, **35**(21):7458-7476.
- [9] FANG Shuai, QU Chneg-Jia, YANG Xue-Zhi, *et al.* Linear prediction band selection based on optimal combination factors [J]. *Journal of Image and Graphics* (方帅, 瞿成佳, 杨学志, 等. 组合因子最优的线性预测波段选择. *中国图象图形学报*), 2016, **21**(2):255-262.
- [10] Dai W, Milenkovic O. Subspace pursuit for compressive sensing signal reconstruction [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2009, **55**(5):2230-2249.
- [11] Von L U. A tutorial on spectral clustering [J]. *Statistics and Computing*, 2007, **17**(4):395-416.
- [12] QIN Fang-Pu, ZHANG Ai-Wu, WANG Shu-Min, *et al.* Hyperspectral band selection based on spectral clustering and inter-class separability factor [J]. *Spectroscopy and Spectral Analysis* (秦方普, 张爱武, 王书民, 等. 基于谱聚类与类间可分性因子的高光谱波段选择. *光谱学与光谱分析*), 2015, **35**(5):1357-1364.
- [13] TIAN Yei, ZHAO Chun-Hui, JI Ya-Xin. The principal component analysis applied to hyperspectral remote sensing image dimensional reduction [J]. *Natural Sciences Journal of Harbin Normal University* (田野, 赵春晖, 季亚新. 主成分分析在高光谱遥感图像降维中的应用. *哈尔滨师范大学自然科学学报*), 2007, **23**(5): 58-60.
- [14] CHEN Hong-Da, PU Han-Ye, WANG Bin, *et al.* Image Euclidean distance-based manifold dimensionality reduction algorithm for hyperspectral imagery [J]. *J. Infrared Millim. Waves* (陈宏达, 普哈叶, 王斌, 等. 基于图像欧氏距离的高光谱图像流形降维算法. *红外与毫米波学报*), 2013, **32**(5):450-455.
- [15] ZHAO Chun-Hui, YAO Zhe-Feng. Local kernel RX algorithm-based hyperspectral real-time detection [J]. *J. Infrared Millim. Waves* (赵春晖, 姚浙峰. 基于局部核 RX 算法的高光谱实时检测. *红外与毫米波学报*), 2016, **35**(6): 708-714.

(上接第 34 页)

- [2] Braga L H C. An8 × 16-pixel 92 k SPAD time-resolved sensor with on-pixel 64ps 12b TDC and 100 MS/s real-time energy histogramming in 0.13 μm CIS technology for PET/MRI applications [C]. *IEEE Int. Solid-State Circuits Conf. Dig. Tech. Papers (ISSCC)*, 2013: 486-487.
- [3] Maruyama Y, Blacksberg J, Charbon E. A 1024 × 8700ps time-gated SPAD line sensor for laser Raman spectroscopy and LIBS in space and rover-based planetary exploration [J]. in *IEEE Int. Solid-State Circuits Conf. Dig. Tech. Papers (ISSCC)*, 2013,2:110-111.
- [4] Zappa F, Lotito A, Giudice A C, *et al.* Monolithic active-quenching and active-reset circuit for single-photon avalanche detectors [J]. *IEEE J. Solid-State Circuits*, 2003, **38**(7), pp. 1298-1301.
- [5] Mita R, Oliveri A, Palumbo G, *et al.* A novel model for single photon detectors [C]// *IEEE International Conference on Electronics, Circuits and Systems. IEEE*, 2008:1-4.
- [6] Zappa F, Ghioni M, Cova S, *et al.* An integrated active-quenching circuit for single-photon avalanches diodes [J]. *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, 2000, **49**(6), 1167-1175.
- [7] Zappa F, Tisa S, Gulinatti A, *et al.* Monolithic CMOS detector module for photon counting and picosecond timing [J]. *Solid-State Device Research Conf.*, September 2004, 341-344.
- [8] Haitz R H. Model for Electrical Behavior of a Microplasma [J]. *J. Appl. Phys.*, 1964, **35**(5), pp. 1370-1376.
- [9] Karami M A, Yoon H J, Charbon E. Single-photon Avalanche Diodes in sub-100 nm Standard CMOS Technologies [J]. *Proc. intl. image Sensor Workshop*, 2011, **28**(11):1738-1752.
- [10] Chick S, Coath R, Sellahewa R, *et al.* Dead time compensation in CMOS single photon avalanche diodes with active quenching and external reset [J]. *IEEE Trans. Electron Devices*, 2014, **61**(8):2725-2731.
- [11] Niclass C, Rochas A, Besse P A, *et al.* Design and characterization of a CMOS 3D image sensor based on single photon avalanche diodes [J]. *IEEE J. Solid-State Circuits*, 2005, **40**(11): 1847-1854.
- [12] Mandai S. A wide spectral range single-photon avalanche diode fabricated in an advanced 180 nm CMOS technology [J]. *Opt. Express*, 2012, **20**(6): 5849-5857.
- [13] Niclass C, Gersbach M, Henderson R, *et al.* A Single Photon Avalanche Diode Implemented in 130-nm CMOS Technology [J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, 2007, **13**(4): 863-869.
- [14] Sun, Pengfei, Charbon E, Ishihara R. A Flexible Ultrathin-Body Single-Photon Avalanche Diode With Dual-Side Illumination [J]. *Selected Topics in Quantum Electronics IEEE Journal of* 2014, **20**(6):276-283.