

## 云雾中飞机尾流毫米波雷达多普勒特性研究

王涛<sup>1</sup>, 屈龙海<sup>1,2</sup>, 郭晨<sup>1,2</sup>, 王海军<sup>1,2</sup>

(1. 国防科学技术大学 电子科学与工程学院, 湖南 长沙 410073;

2. 电子信息系统复杂电磁环境效应国家重点实验室, 湖南 长沙 410073)

**摘要:** 构建了尾流中云雾滴运动微分方程, 通过求解运动方程得到了尾流中云雾滴的运动轨迹、速度分布等特性. 分析了尾流中云雾滴的密度分布特性, 并以典型的 W 波段雷达为例, 分析了云雾中尾流的探测距离. 在此基础上, 提出了一种云雾中尾流雷达多普勒特性模拟方法, 得到了典型毫米波雷达空间分辨率和观测视角下云雾中尾流的多普勒特性. 研究表明, 云雾中尾流毫米波雷达回波调制了丰富的尾流速度场信息, 可为航空安全提供特征支撑.

**关键词:** 飞机尾流; 航空安全; 毫米波雷达; 多普勒

**中图分类号:** TN85 **文献标识码:** A

## The millimeter band doppler characteristics of wake vortices in cloudy and foggy

WANG Tao<sup>1</sup>, QU Long-Hai<sup>1,2</sup>, GUO Chen<sup>1,2</sup>, WANG Hai-Jun<sup>1,2</sup>

(1. School of Electronic Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China;

2. State Key Laboratory of Complex Electromagnetic Environment Effects on Electronics and Information System, Changsha 410073, China)

**Abstract:** The differential equations of motion of the cloud droplets in wake vortices were derived. The trajectory and velocity distribution of cloud droplets in wake vortices were obtained by solving the equations of motion. Referring to the parameters of the typical W band millimeter-wave radar, the maximum detection range of wake vortex was analyzed. Then a methodology to simulate the radar Doppler characteristics of wake vortices in cloud was proposed, and the Doppler characteristics of wake vortices in cloud under typical resolution conditions were simulated. The simulation results show that Doppler characteristics of wake vortices in cloud are consistent with the velocity characteristics of wake vortices.

**Key words:** aircraft wake vortex, air safety, millimeter-wave radar, Doppler

**PACS:** 84.40.Xb

### 引言

飞机尾流是飞机飞行时产生的固有空气动力学现象, 是一种特殊的大气涡流. 具有涡旋强度大、持续时间长、空间分布广等特点. 在云雾、沙尘天气条件下, 飞机尾流可为肉眼所见, 如图 1 所示. 尾流会对进入其中的飞机飞行状态产生重要影响, 产生失速、翻转、抖动等影响, 严重时会使飞机坠毁<sup>[1,4]</sup>. 据美国国家交通安全委员会统计, 1993 年到 2000 年

间美国境内约三分之一的航空事件由飞机尾流导致<sup>[2]</sup>. 自 1990 年代中期以来, 美、欧等国家和地区资助了 NGATS、EUROWAKE、WAVENC、MFLAME、C-Wake、S-Wake、ATC-Wake、FLYSAFE、Green-Wake 等一系列的尾流研究项目<sup>[5-6]</sup>, 以研究飞机尾流对航空安全的影响及其实时探测与规避技术. 飞机尾流还是地球热辐射平衡、大型机场周边天气的影响因素, 是近年来 Science<sup>[7]</sup>、Nature<sup>[8]</sup> 等期刊关注的问题.

雷达和激光雷达是两种有效的尾流探测传感

收稿日期: 2013-03-07, 修回日期: 2014-05-18

基金项目: 国家自然科学基金项目(61201333, 41375040)

Foundation items: Supported by National Natural Science Foundation of China(61201333, 41375040)

作者简介 (Biography): 王涛 (1976-), 男, 河南南阳人, 副教授, 博士, 主要研究领域为雷达目标特性、飞机尾流雷达探测技术.

E-mail: taowang@nudt.edu.cn

Received date: 2013-03-07, revised date: 2014-05-18

图1 波音777飞机云中尾流光学照片<sup>[9]</sup>

Fig.1 The Photo of Boeing 777 wake vortex in cloud

器<sup>[9-11]</sup>. 在云雾、降雨条件下,激光雷达的作用距离会显著降低,而雷达却会因云雾滴、雨滴的散射增强作用而具有更好的尾流探测性能. 文献[12]、[13]研究了飞机尾流中雨滴的运动特性和毫米波雷达回波模拟技术,文献[14]介绍了降雨条件下飞机尾流的W波段毫米波雷达探测实验结果,其研究表明,利用毫米波雷达可以有效获取降雨条件下飞机尾流的速度场特性,提高飞机飞行安全. 与雨滴相比,云雾滴具有更小的尺度,在尾流中的运动和分布特性显著异于雨滴,呈现独特的“弱惯性”现象. 相应地,云雾中尾流的雷达特性也不同于雨中尾流特性. 论文以航空安全为研究背景,研究了尾流中云雾滴的运动特性,并分析了云雾中尾流的毫米波雷达多普勒特性.

## 1 云雾中飞机尾流的物理特性

### 1.1 云雾的一般特性

云雾是一种复杂的大气过程. 雾是由悬浮在近地面空气中缓慢沉降的水滴或冰晶指点组成的胶体系统. 云的形态和生成过程非常复杂,具有和雾类似但却复杂得多的特征. 实际上,雾可以看做一种特殊的、近地面的云. 观测表明,在雾形成或消散阶段,雾滴半径可以小于 $1\ \mu\text{m}$ ;在比较稳定、维持时间较长的地面雾中,雾滴半径要大一些,通常在 $1\sim 60\ \mu\text{m}$ 之间. 当温度大于零摄氏度时,雾滴半径主要分布在 $7\sim 15\ \mu\text{m}$ 之间,温度为负时主要分布在 $2\sim 5\ \mu\text{m}$ 之间. 一般情况下云滴比雾滴的半径要大得多,其典型尺度在数微米到数十微米之间,在卷积云中,云滴的直径甚至可达 $100\ \mu\text{m}$ 以上. 云雾滴尺寸分布、能见度和含水量等参数是云雾的重要特性,本文仅关注云雾滴在飞机尾流中的运动特性并据此得出云雾滴的毫米波雷达多普勒特性<sup>[15-16]</sup>. 鉴于云雾具有类似的微观和宏观物理特性,下文中统称为雾滴.

### 1.2 雾滴运动方程

尾流中雾滴受重力、浮力和大气拖曳力作用下

作复杂运动. 雾滴所受重力由雾滴密度和雾滴体积决定,浮力由雾滴的体积和大气密度决定. 当雾滴为液态、球形水滴时,其所受重力 $F_g$ 和浮力 $F_f$ 可以分别表示为:

$$F_g = mg = 4\pi r^3 \rho_w g / 3 \quad , \quad (1)$$

$$F_f = -4\pi r^3 \rho_a g / 3 \quad , \quad (2)$$

其中 $m$ 为雾滴质量, $g$ 重力加速度, $r$ 为雾滴半径, $\rho_a$ 为大气密度, $\rho_w$ 为液态水的密度. 大气拖曳力由雾滴截面积、雾滴与大气相对速度 $\Delta v$ 、阻力系数 $C_d$ 和大气密度决定,可以表示为:

$$F_D = -\frac{1}{2} \rho_a |\Delta v| \Delta v \pi r^2 C_D \quad , \quad (3)$$

式(3)为牛顿曳力公式<sup>[16]</sup>. 阻力系数 $C_d$ 是雾滴雷诺数 $Re$ 的复杂函数,通常可以用经验公式得到,常用的精度较高的阻力系数White经验公式<sup>[17]</sup>为:

$$C_d = \frac{24}{Re} + \frac{6}{1 + \sqrt{Re}} + 0.4, 0 \leq Re < 2 \times 10^6 \quad , \quad (4)$$

其中 $Re = \frac{2\rho_a |\Delta v| r}{\mu}$ , $\mu$ 为空气粘性系数,在标准大气条件下, $\mu = 1.77 \times 10^{-5}\ \text{kg/m}\cdot\text{s}$ . 将式(4)代入式(3)可得:

$$F_D = -\frac{1}{2} A \rho_a |\Delta v| \Delta v \left( \frac{12\mu}{\rho_a |\Delta v| r} + \frac{6}{1 + \sqrt{\frac{2\rho_a |\Delta v| r}{\mu}}} + 0.4 \right), 0 \leq Re < 2 \times 10^6 \quad , \quad (5)$$

假定在稳定速度场中 $(x, y)$ 点在 $t$ 时刻的速度为 $v_0(x, y, t)$ ,半径为 $r$ 、初始速度为零的雾滴初始位置为 $(x_0, y_0)$ ,此时可以建立雾滴运动方程为:

$$\begin{cases} m \frac{dv(x_0, y_0, t)}{dt} = F_g + F_f + F_D(t) \\ = mg \left( 1 - \frac{\rho_a}{\rho_w} \right) + F_D(t) \\ v(x_0, y_0, t) |_{t=0} = 0 \end{cases} \quad , \quad (6)$$

其中 $v(x_0, y_0, t)$ 表示初始位置为 $(x_0, y_0)$ 的雾滴在时刻 $t$ 的速度,且有:

$$F_D(t) = \frac{1}{2} \rho_a |\Delta v| \Delta v S \left( \frac{12\mu}{\rho_a |\Delta v| r} + \frac{6}{1 + \sqrt{\frac{2\rho_a |\Delta v| r}{\mu}}} + 0.4 \right) \quad , \quad (7)$$

其中 $\Delta v = v(x_0, y_0, t) - v_0(x, y)$ 为雾滴与背景大气的速度之差,其中 $v_0(x, y)$ 为背景大气的速度场. 在给定 $v_0(x, y)$ 情况下,通过求解式(6)所示的

矢量微分方程,可以求解大气中的雾滴运动速度变化和轨迹.

### 1.3 尾流速度场模型

常用的尾流速度模型包括 Hallock-Burnham 模型、Rankine 模型、平滑混合速度模型等<sup>[18]</sup>,各模型在涡核附近速度最大值不同,但在核外的大部分区域上速度非常接近.本文采用 Hallock-Burnham 速度模型,该模型假定尾流由两个旋向相反的尾涡组成,如图 2 所示,两个涡在  $(x, y)$  点处引起的速度可以分别表示为:

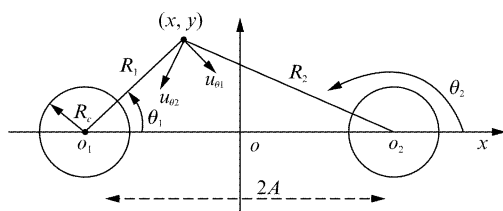


图 2 尾流速度模型

Fig. 2 The velocity field of two counterrotating vortices

$$\begin{cases} u_{\theta 1}(R_1) = -\frac{\Gamma_0}{2\pi} \frac{R_1}{R_c^2 + R_1^2} \theta_1 \\ u_{\theta 2}(R_2) = \frac{\Gamma_0}{2\pi} \frac{R_2}{R_c^2 + R_2^2} \theta_2 \end{cases}, \quad (8)$$

其中  $u_{\theta 1}(R_1)$  和  $u_{\theta 2}(R_2)$  分别为左涡和右涡形成的速度场;  $R_1$  和  $R_2$  分别为  $(x, y)$  点在以两个涡心为原点的极坐标下的距离坐标,  $\theta_1$  和  $\theta_2$  分别为  $(x, y)$  角坐标,逆时针为正向;  $R_c = 0.052b$  为尾流的涡核半径,其中  $b$  为飞机翼展;  $\Gamma_0 = \frac{4Mg}{(\pi\rho_a Ub)}$  为尾流的涡环量,其中  $M$  为飞机质量,  $\rho_a$  为大气密度,  $U$  为飞机飞行速度.在稳定大气中,稳定段尾流涡心  $o_1$  和  $o_2$  之间的距离是为翼展  $b$  的函数,且有  $o_1 o_2 = \frac{b\pi}{4}$ .

以涡心连线的中心为坐标原点,左涡心到右涡心方向为  $x$  轴正向,指向天顶方向为  $y$  轴正向建立直角坐标系,并对式(8)进行变换可得直角坐标系下的尾流场为:

$$v_0(x, y) = xu_x(x, y) + yu_y(x, y), \quad (9)$$

其中:

$$\begin{cases} u_x(x, y) = u_x^L(x, y) + u_x^R(x, y) = \\ \frac{\Gamma_0}{2\pi} \left( \frac{y}{R_c^2 + (x+A)^2 + y^2} - \frac{y}{R_c^2 + (x-A)^2 + y^2} \right) \\ u_y(x, y) = u_y^L(x, y) + u_y^R(x, y) = \\ \frac{\Gamma_0}{2\pi} \left( \frac{x-A}{R_c^2 + (x-A)^2 + y^2} - \frac{x+A}{R_c^2 + (x+A)^2 + y^2} \right) \end{cases}, \quad (10)$$

其中  $2A = \overline{o_1 o_2}$  为涡间距.由此可得在表 1 所示的 A340 飞机及飞行参数情况下,尾流速度场如图 3 所示,图中 Colorbar 的刻度表示尾流速度大小,白色小箭头为速度矢量的方向.

表 1 A340 飞机及飞行参数

Table 1 The parameters and aviating parameters of A340

飞机	起飞质量	翼展	起飞速度	近地面大气密度	巡航环量
A340	259 t	60 m	75 m/s	1.225 kg/m <sup>3</sup>	586.3 m <sup>2</sup> /s

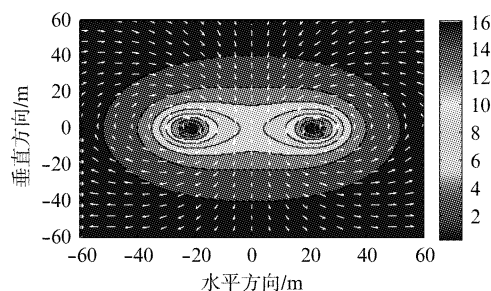


图 3 A340 飞机尾流二维速度场

Fig. 3 Two-dimensional velocity distribution of the wake vortices generated by an A340 airplane

### 1.4 尾流中雾滴运动特性

为了说明雾滴在尾流中的运动特性,本部分设定典型的雾滴初始位置,通过求解式(6)所示的矢量微分方程,得到雾滴运动速度变化和轨迹,并据此分析尾流中雾滴运动的一般特性.为了直观说明雾滴的运动特性,本部分仅分析雾滴在单个涡影响下的运动特性.

在雾滴仅受单涡影响假定下,以 A340 飞机的左涡涡心为原点,左涡心指向右涡涡心方向为  $x$  轴,建立涡心坐标系.设初始速度为零的直径为  $10 \mu\text{m}$  的雾滴在涡心坐标系中的初始坐标为  $(0, 4)$  (单位为 m),通过求解式(6)可以得到雾滴在  $0 \sim 4$  s 时间内的轨迹如图 4 所示.

从图 4 可以看出,在单涡尾流速度模型中,雾滴做缓慢的离心运动,其运动轨迹近似为螺旋线.为了进一步说明雾滴与尾流场的速度差异,图 5 给出了雾滴离心速度和切向速度随位置的变化关系,从中可以看出,仅在涡核的边沿(区域很小)处具有较大的离心速度,在大部分区域上,离心速度仅为毫米每秒量级,而雾滴的切向速度与图 3 所示的切向速度相吻合.与文献[12]、[13]中的尾流中雨滴运动特性相比,雾滴的运动呈现出显著的弱惯性现象.

图 4 和图 5 所示的现象背后存在着必然的物理

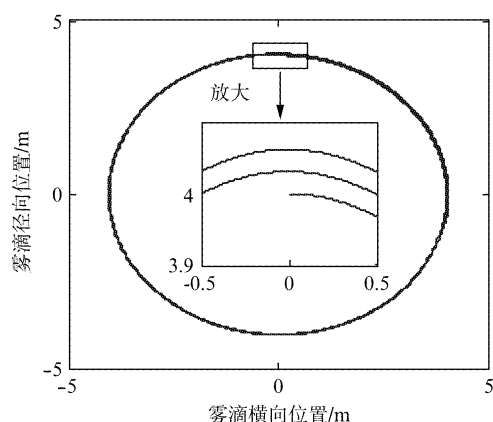


图4 单涡中 10  $\mu\text{m}$  直径雾滴的运动轨迹  
Fig.4 The trajectory of a fog droplet with 10  $\mu\text{m}$  diameter in single wake vortex

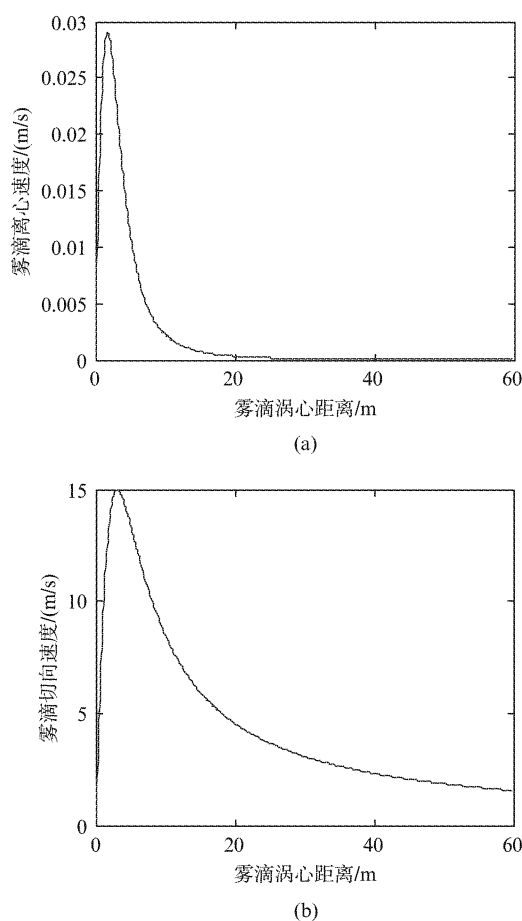


图5 直径为 10  $\mu\text{m}$  雾滴速度与位置的关系 (a) 离心速度, (b) 切向速度  
Fig.5 The relationship between the velocity and the position of a fog droplet with 10- $\mu\text{m}$  diameter in wake vortex (a) acentric velocity, (b) tangential velocity

规律. 由式(6)可知, 在尾流场中, 初始状态静止的雾滴会产生很大的加速度(瞬时加速度可达 1 000 倍的重力加速度). 因此在尾流速度场方向, 雾滴在

亚毫秒到毫秒量级的时间内达到雾滴的切向速度. 随着雾滴速度的增加, 雾滴在尾流速度方向的速度差会因大气的加速作用而迅速减小, 因此雾滴有做匀速圆周运动的“趋势”. 雾滴在做圆周运动的同时, 必须存在一个垂直于速度方向的力, 即“向心力”来维持这种运动. 在尾流速度场的法线方向, 很小(mm/s)的相对速度产生的牛顿曳力即可提供雾滴做近似圆周运动所需要的“向心力”. 在感兴趣的雷达速度分辨率(m/s 量级)上, 可以近似认为雾滴的速度即为尾流速度场的速度. 在双涡影响下, 雾滴在具有类似的宏观运动特性, 本文不再赘述.

## 2 云雾中尾流的毫米波雷达多普勒谱特性

### 2.1 云雾中尾流的毫米波可探测性

由上节的分析可知, 尾流中云雾滴和自由大气中的云雾滴具有相近的密度(含水量)分布. 与自由大气中云雾回波相比, 尾流引起的多普勒谱展宽效应会降低接收机输出的信噪比. 但下文的分析表明, 在高分辨率条件下, 每个空间分辨单元的谱展宽效应很小, 因此其信噪比下降可以忽略. 因此自由大气中的云雾和尾流中尾流具有类似的可探测性. 本节以典型毫米波为例, 分析典型含水量条件下云雾的探测距离.

毫米波雷达通常具有高灵敏度、高分辨率、高机动性等特点, 常用于云雾、冰晶、沙尘暴等气象观测中. 当前, 包括我国在内的多个国家的气象观测部门已装备了毫米波雷达, 以支撑理论气象探测研究甚至输出常规的气象产品. 为实现飞机尾流监视, 美国的波士顿 Logan 机场装备了 W 波段毫米波雷达, 参数如表 2 所示<sup>[18]</sup>; 为开展云层探测, 美国的 Cloud-Sat 卫星装备了峰值功率达 322 W、探测距离达 700 km 的云廓线雷达(CPR)<sup>[19]</sup>. 本节以波士顿 Logan 机场雷达为参照, 分析典型云雾中尾流可探测性.

表2 Logan 机场 W 波段雷达参数

Table 2 The parameters of W-band radar in Logan airport

频率	峰值功率	噪声系数	天线增益	波束宽度	距离分辨率	脉宽
94 GHz	100 mW	12 dB	58 dB	$0.18^\circ \times 0.18^\circ$	最高 1 m	1 ~ 10 $\mu\text{s}$

当雷达发射脉冲压缩波形并采用相干接收时, 气象雷达方程可以表示为<sup>[20]</sup>:

$$R_{\max} = \left( \frac{P_t G^2 \Delta\theta \Delta\phi \Delta R \pi^3 |K|^2 Z N \tau}{256 (2 \ln 2) \lambda^2 k T_s \text{SNR}_{\min} L(R)} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (11)$$

其中  $P_t$  为雷达发射功率;  $G$  为天线增益;  $\Delta\theta$  为俯仰

向波束宽度;  $\Delta\phi$  为方位向波束宽度;  $\lambda$  为雷达工作波长;  $\Delta R = \frac{c}{2B}$  为雷达径向分辨率,  $c$  为光速,  $B$  为信号带宽;  $|K|^2$  为与雷达频率、云雾滴温度和相态有关的系数, 当云雾滴为液态且温度为  $0 \sim 20$  °C 时,  $|K|^2 = 0.93$ , 当云雾滴为固态时  $|K|^2 = 0.20$ ;  $Z$  为云雾滴的雷达散射率;  $\tau$  为脉冲宽度;  $N$  为相参积累脉冲数;  $k = 1.38 \times 10^{-23}$  J/K 为 Boltzmann 常数;  $T_s = T_0 F_n$  接收机噪声温度,  $F_n$  为噪声系数,  $T_0$  为室温;  $\text{SNR}_{\min}$  为最小可检测因子;  $L(R) = K_L R$  为传播路径损耗,  $R$  为传播路径上云雾的距离,  $K_L$  单位距离上单位散射率含水量的衰减系数。

云雾的雷达散射率  $Z$  是含水量  $W$  和云雾类型的函数, 当  $W$  的单位为  $\text{g}/\text{m}^3$ 、 $Z$  的单位为  $\frac{\text{mm}^6}{\text{mm}^3}$  时, 辐射雾的雷达散射率可由经验公式表示为<sup>[15]</sup>:

$$Z = 62.5 W^{2.052}, \quad (12)$$

平流雾的雷达散射率可表示为<sup>[15]</sup>:

$$Z = 750 W^{1.903}, \quad (13)$$

浓积云的雷达散射率可表示为<sup>[15]</sup>:

$$Z = 380 W^{1.46}. \quad (14)$$

云雾的传播衰减是传播距离和云雾含水量的函数, 所以通常用单位距离上单位含水量的衰减即衰减系数来代替. 当温度为  $-8 \sim 20$  °C 时, 150 GHz 以下电磁波在云雾中传播时, 其衰减系数可以表示为<sup>[15]</sup>:

$$K_L = 6.0826 \times 10^{-4} C^{1.8963} \left( \frac{300}{T} \right)^{7.8087 - 0.01565f - 3.073 \times 10^{-4} f^2}, \quad (15)$$

其中  $T$  为云雾滴绝对温度,  $f$  是以 GHz 为单位的电磁波频率,  $K_L$  的单位为  $\text{dB}/\text{km}/(\text{g}/\text{m}^3)$ . 当考虑全程云雾衰减 (即雷达和尾流之间充满云雾) 时, 传播路径引起的衰减可以表示为:

$$L(R_{\max}) = K_L R_{\max}, \quad (16)$$

利用表 2 所示的 W 波段雷达参数, 并取距离分辨率  $\Delta R = 5$  m, 脉冲宽度为  $\tau = 4$   $\mu\text{s}$ , 相参积累脉冲数  $N = 256$ , 并令最小可检测因子  $\text{SNR}_{\min} = 13$  dB,  $T_0 = 273$  K 为室温; 设云雾的含水量  $W$  为  $0.1 \sim 2 \frac{\text{g}}{\text{m}^3}$ , 云雾滴为固态且温度  $T = 273$  K, 即有  $|K|^2 = 0.20$ . 将上述参数带入式可得最大作用距离  $R_{\max}$  的超越函数, 求解超越函数可得典型云雾条件下 W 波段雷达的最大作用距离, 如图 6 所示。

从图 6 可以看出, 在最小可检测因子为 13 dB 设定下, 虽然波士顿 Logan 机场的 W 波段雷达的发射功率只有 100 mW, 但是其对典型云雾中尾流的

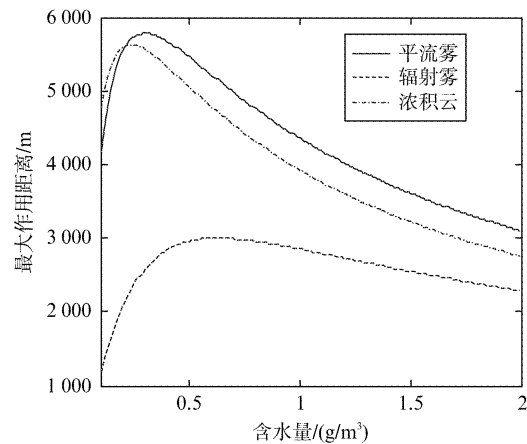


图 6 典型含水量条件下云雾的 W 波段雷达最大作用距离

Fig. 6 Maximum detection range of the W-band radar for cloud and fog with typical water content

探测距离可达数公里, 这样的威力足够支撑云雾条件下机场起降阶段飞机尾流的特征测量, 为航空安全和更高效的飞机起降调度提供特性支撑. 相对于文献[19]所述的 322 W 发射功率的 W 波段雷达来说, Logan 机场 100 mW 发射功率的雷达仍具有增大功率的潜力. 通过增加表 2 中所示的 W 波段雷达发射功率, 尾流探测距离可以进一步增加, 因此从探测距离上看, 高分辨率毫米波雷达在云雾中飞机尾流测量中无疑是很具吸引力的。

## 2.2 雾中尾流速度谱建模方法

上节的分析表明, 典型云雾中飞机尾流具有较远的毫米波雷达探测距离. 本节分析尾流的速度特性。

假定雷达的径向分辨率为  $\Delta R$ 、横向分辨率为  $R\Delta\theta$ , 其中  $R$  为距离,  $\Delta\theta$  为俯仰角分辨率, 雷达视线与  $x$  轴的夹角为  $\alpha$ , 涡心连线中点在地面的投影距离雷达站为  $L$ , 涡心距离地面高度为  $H$ , 如图 7 所示. 下面考察尾流坐标系中  $(x_0, y_0)$  点所在的分辨单元的多普勒特性. 为分析方便, 以  $(x_0, y_0)$  点为原点, 雷达视线方向为  $r = (\cos\alpha, \sin\alpha)$  为  $X$  轴, 建立目标坐标系. 在目标坐标系下, 散射单元所围成的区域可以表示为  $\left(-\frac{\Delta R}{2} \leq X \leq \frac{\Delta R}{2}, -\frac{R\Delta\theta}{2} \leq Y \leq \frac{R\Delta\theta}{2}\right)$ . 由坐标变换关系可得, 目标坐标系中的  $(X, Y)$  点在尾流坐标系  $x_0y_0$  下的坐标可以表示为:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \end{bmatrix}, \quad (17)$$

将式(17)代入式(10)可得:

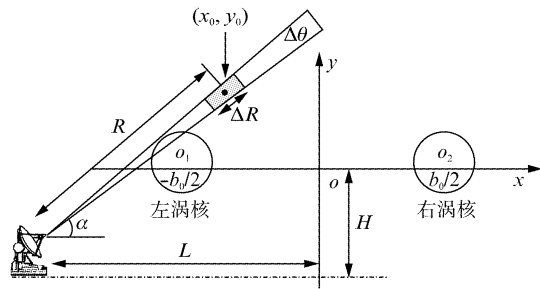


图7 雾中尾流观测场景

Fig. 7 The geometry of radar configuration

$$\begin{cases} u_x(X, Y) = u_x^R(X \cos \alpha - Y \sin \alpha + x_0, X \sin \alpha + Y \cos \alpha + y_0) \\ \quad + u_x^L(X \cos \alpha - Y \sin \alpha + x_0, X \sin \alpha + Y \cos \alpha + y_0) \\ u_y(X, Y) = u_y^R(X \cos \alpha - Y \sin \alpha + x_0, X \sin \alpha + Y \cos \alpha + y_0) \\ \quad + u_y^L(X \cos \alpha - Y \sin \alpha + x_0, X \sin \alpha + Y \cos \alpha + y_0) \end{cases}, (18)$$

此时在雷达视线方向  $r = (\cos \alpha, \sin \alpha)$  上, 尾流速度可以表示为:

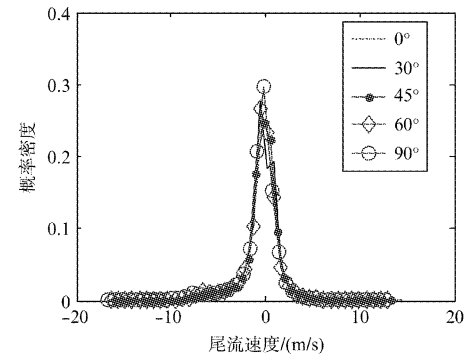
$$v_r(X, Y) = u_x(X, Y) \cos \alpha + u_y(X, Y) \sin \alpha \quad (19)$$

由文献[21]可知, 尾流区域内大气密度起伏很小(1%量级), 因此空间分辨单元内特定多普勒谱的强度近似等于对应速度所在区域的体积. 此时, 在给定雷达观测角  $\alpha$ 、径向分辨率  $\Delta R$ 、角分辨率  $\Delta \theta$  情况下, 可以将雷达的空间分辨单元离散化为更小的  $M \times N$  个空间网格, 当网格足够小时, 可以利用网格上任意一点  $(X_i, Y_j)$  的速度近似整个网格单元的速度特性. 通过遍历分辨单元内的所有网格, 可以得到整个空间分辨单元上尾流的速度特性; 然后通过对分辨单元内所有的网格点上的速度求概率密度分布即可得到某个分辨单元上的速度谱特性, 其中速度谱的归一化幅度即对应于不同速度网格的数量.

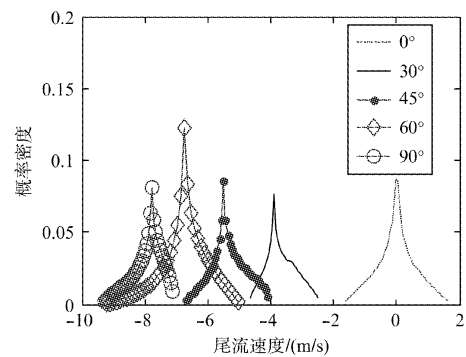
### 2.3 典型分辨率条件下尾流速度谱

以图3所示的A340尾流为例, 以涡心连线的中心为待分析空间分辨单元中心, 分别模拟  $0^\circ$ 、 $30^\circ$ 、 $45^\circ$ 、 $60^\circ$  和  $90^\circ$  视角下尾流在低、中和高分辨率条件下的速度谱特性如图8所示.

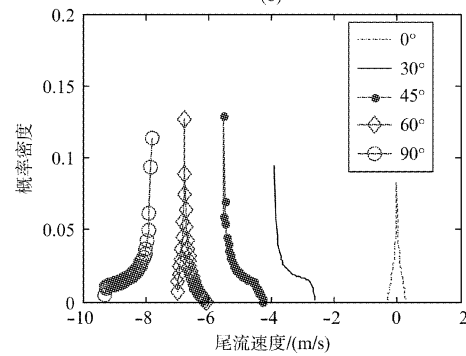
从图8可以看出, 在  $150 \text{ m} \times 150 \text{ m}$  的低分辨率(常规气象雷达)条件下, 飞机尾流在典型的观测视角下具有类似的速度谱特性, 即尾流的速度谱在零频附近具有较强的幅度特性和相似的谱宽, 利用低分辨雷达难于获取尾流的速度场; 在  $15 \text{ m} \times 20 \text{ m}$  的中等分辨率(临近预报天气雷达、制导雷达)条件下, 云雾中尾流的速度谱宽度显著降低, 并具有较强方向性, 速度场获取能力较好; 在  $3 \text{ m} \times 20 \text{ m}$  和  $5 \text{ m} \times 3 \text{ m}$  的高分辨率(目标识别雷达)条件下, 尾流



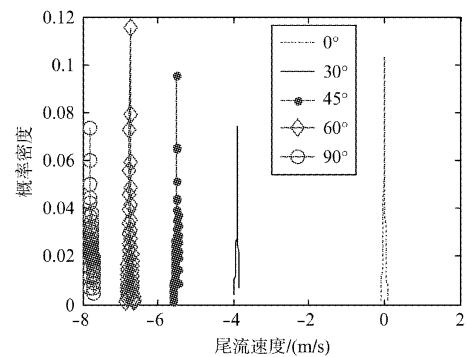
(a)



(b)



(c)



(d)

图8 不同距离/角度向分辨率涡心连线中点所在分辨单元的尾流速度谱特性 (a)  $150 \text{ m} \times 150 \text{ m}$ , (b)  $15 \text{ m} \times 20 \text{ m}$ , (c)  $3 \text{ m} \times 20 \text{ m}$ , (d)  $5 \text{ m} \times 3 \text{ m}$   
Fig. 8 Velocity spectrum of the resolution cell with the center located at the midpoint between two vortex cores (a) range/transverse resolution  $150 \text{ m} \times 150 \text{ m}$ , (b) range/transverse resolution  $15 \text{ m} \times 20 \text{ m}$ , (c) range/transverse resolution  $3 \text{ m} \times 20 \text{ m}$ , and (d) range/transverse resolution  $5 \text{ m} \times 3 \text{ m}$

速度谱宽度进一步下降,毫米波雷达具有很好的速度谱提取性能.

在航空安全领域,在保证足够的探测距离情况下,从速度反演的角度看,更高的空间分辨率对速度场反演是有益的.图6和图8(d)的分析结果表明,高分辨率毫米波雷达不仅具有很好的速度分辨能力,而且具有较远的探测距离,是一种理想的云雾中尾流探测传感器.

#### 2.4 高分辨条件下雾中尾流的多普勒特性

为了全面分析雾中尾流的高分辨毫米波多普勒特性,本节以航空安全中常用的雷达视线垂直于飞机航向测量场景为例,分析尾流中不同区域的多普勒特性.

假定雷达仍为表2所示的W雷达,距离分辨率、脉冲宽度、相参积累脉冲数等参数和2.1节的假定相同,飞机和飞行参数仍如表1所示.雷达位于地面上,飞机尾流两个涡心所在平面距离地面为300 m,涡心连线的中点在地面上的投影距离雷达站为1 km,雷达在俯仰向扫描,如图7所示.雷达以 $0.18^\circ$ 为步长,在仰角 $13^\circ \sim 20^\circ$ 的范围内扫描.下面重点分析斜距为970 ~ 1120 m之间扇形区域内的尾流多普勒特性.

以雷达站为坐标原点,以原点指向涡心连线中点在地面上的投影点为X轴建立直角坐标系,可以得到雷达波束为 $0.18^\circ$ 宽度、距离分辨率为5 m时尾流散射单元分布,如图9所示.图中两个黑圈代表尾涡涡核所在位置和大小.

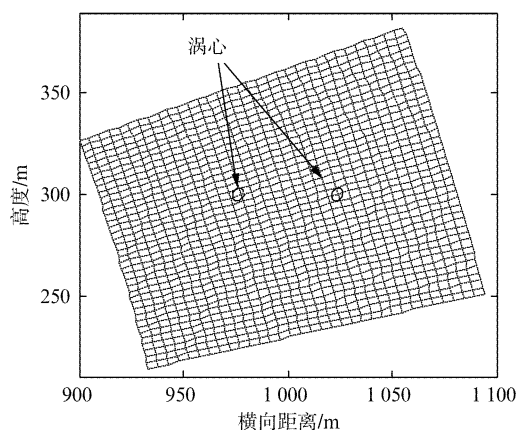


图9 尾流区域散射单元划分  
Fig. 9 Resolution cell meshing of the wake vortices

在图7和图9所示的观测场景下,通过仿真可得各个分辨单元的多普勒加权均值和多普勒加权标准差,如图10所示.其中多普勒加权均值采用空间

分辨单元上各个多普勒频率分量乘以该频率分量所对应的回波功率之后求算术平均;在计算多普勒加权标准差时,采用各频率分量乘以其对应的回波功率之后求标准差.多普勒加权均值体现了每个空间分辨单元上占主导地位的多普勒分布回波特性,而多普勒加权标准差体现了分辨单元上的谱宽特性.从图10可以看出,尾流的多普勒特性具有明显的双涡结构,与图3所示的尾流速度特性相吻合.由此可以判断,脉冲多普勒毫米波雷达可以提供航空安全所需的云雾中尾流的速度分布特性.

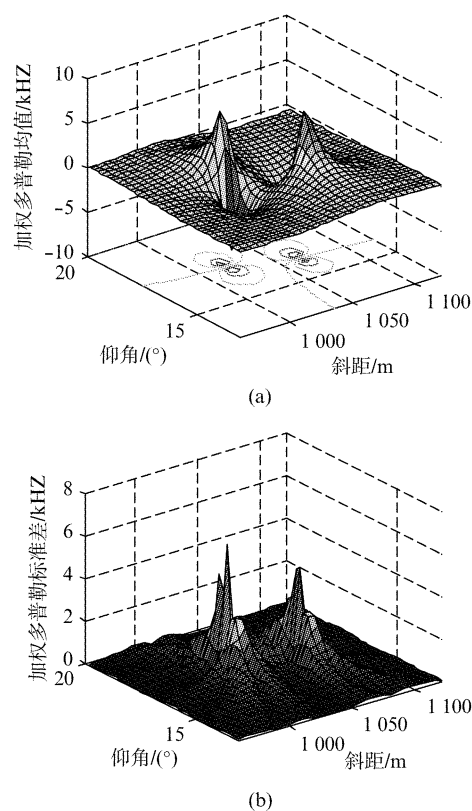


图10 尾流W波段雷达多普勒谱特性 (a) 加权多普勒均值, (b) 加权多普勒标准差  
Fig. 10 The W-band doppler characteristics of wake vortices (a) weighted mean doppler, and (b) weighted standard deviation of doppler

### 3 结论

在尾流中云雾滴受力分析的基础上,构建了云雾滴运动方程,并通过数值模拟得到了尾流中云雾滴运动轨迹和速度等特性.在此基础上,分析了云雾中尾流的毫米波雷达可探测性,提出了一种云雾中速度谱建模方法,仿真得到了典型观测场景下云雾中尾流的毫米波雷达多普勒谱特性.结果表明,云雾中尾流的多普勒特性与尾流的速度场特性相吻合;在低分辨条件下,云雾中尾流的多普勒谱随观测视

角变化不大;在中、高分辨率条件下,尾流的多普勒特性具有较强的方向性.利用高分辨率毫米波雷达,可获取飞机尾流的精细速度分布特性,为飞行安全提供空气动力学特性支撑.

在尾流径向速度估计基础上,利用尾流中不同位置速度场之间的空气动力学特性约束关系,可望反演航空安全领域关注的尾流环量等特征.基于云雾中尾流毫米波雷达特性的尾流环量估计技术和三维速度场反演技术将是本文的后续研究方向.

## References

- [1] Liu C. Wake vortex encounter analysis with different wake vortex models using vortex-lattice method [D]. Netherlands: Delft University of Technology, 2007.
- [2] Veillette P R. Data show that U. S. wake-turbulence accidents are most frequent at low altitude and during approach and landing[J]. *Flight Safety Digest*. 2002, **21**(3-4): 1-47.
- [3] FENG Zhi-Yong. How wake vortexes affect the flights and safety separation research[D]. Southwest Jiaotong University (冯志勇. 尾流对飞行的影响及安全间隔研究. 成都: 西南交通大学), 2007.
- [4] Garnet M, Altman A. Identification of any aircraft by its unique turbulent wake signature [J]. *Journal of Aircraft*. 2009, **46**(1): 263-268.
- [5] Debruin A. Wake vortex evolution and encounter (WAVENC) [J]. *Air and Space Europe*. 2000, **2**(5): 84-87.
- [6] Wake net3-Europe. Green-wake project description [C/OL]. 2010 (2010-10-7). <http://wakenet.eu/index.php?id=65>.
- [7] Heymsfield A J, Thompson G, Morrison M, et al. Formation and spread of aircraft-induced holes in clouds[J]. *Science*, 2011, **333**(1): 77-81.
- [8] Travis D J, Carleton A M, Lauritsen R G. Contrails reduce daily temperature range—A brief interval when the skies were clear of jets unmasked an effect on climate[J]. *Nature*. 2002, **418**(8): 601.
- [9] Barbaresco, Meier U. Radar monitoring of a wake vortex; Electromagnetic reflection of wake turbulence in clear air [J] *Comptes Rendus Physique* 2010, **11**(1) 54-67.
- [10] Frehlich R, Sharman R. Maximum likelihood estimates of vortex parameters from simulated coherent Doppler lidar data[J]. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*. 2005, **22**: 117-130.
- [11] Barbaresco F. Wake vortex safety and capacity system [J], *Journal of ATC*, **49**(1): 17-32.
- [12] Liu Z, Jeannin N, Vincent F, et al. Development of a radar simulator for monitoring wake vortices in rainy weather [C]. In *IEEE CIE International Conference on Radar*. 2011, **B1-10**: 284-287.
- [13] NIU Feng-Liang. Study on the radar characteristics of aircraft wake vortices in rainy weather [D]. Changsha: National University of Defence Technology (牛凤梁. 降雨条件下飞机尾流雷达特性研究 [D]. 长沙: 国防科学技术大学), 2012.
- [14] Seliga T A, Mead J B. Meter-scale observations of aircraft wake vortices in precipitation using a high resolution solid-state W-band radar [C]. In *American Meteorological Society, The 34th Conference on Radar Meteorology 5-9 October 2009*, Williamsburg, VA.
- [15] ZHAO Zhen-Wei. Study on radiowave propagation characteristics and remote sensing of hydrometeors [D]. Xi'an: Xidian University (赵振维. 水凝物的电波传播特性与遥感研究. 西安: 西安电子科技大学), 2001.
- [16] SHENG Pei-Xuan, MAO Jie-Tai, LI Jian-Guo, et al. *Atmospheric physics* [M]. Beijing: Peking University Press (盛裴轩, 毛节泰, 李建国, 等. 大气物理学. 北京: 北京大学出版社), 2003.
- [17] HU Zan-Yuan, LV Zhi-Yong. Numerical study on drag force of blown sand [J]. *Journal of Desert Research* (胡赞远, 吕志咏. 风沙运动中沙粒阻力的数值研究. *中国沙漠*), 2009, **29**(1): 46-49.
- [18] Gerz T, Holzapfel F, Darracq D. Commercial aircraft wake vortices [J]. *Progress in Aerospace Sciences*. 2002, **38**: 181-208.
- [19] ZHONG Ling-Zhi, LIU Li-Ping, CHEN Lin, et al. A potential application of a millimeter-wavelength radar to studying the cloud physics mechanism and snow weather [J]. *Acta Meteorologica* (仲凌志, 刘黎平, 陈林, 等. 星载毫米波测云雷达在研究冰雪天气形成的云物理机制方面的应用潜力. *气象学报*), 2010, **68**(5): 705-716.
- [20] Probert-Jones, J R. The radar equation in meteorology [J]. *Q. J. R Meteorol. Soc.*, 1962, **88**, 485-495.
- [21] Li J B, Wang X S, Wang T. Modeling of aircraft wake vortices' dielectric constant distribution for radar detection [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*. 2011, **42**(2): 820-831.