

## 基于二维压缩感知的定向遥感和变化检测

程涛<sup>1,2</sup>, 朱国宾<sup>1\*</sup>, 刘玉安<sup>1</sup>

(1. 武汉大学测绘遥感信息工程国家重点实验室, 湖北 武汉 430079;

2. 广西科技大学汽车与交通学院, 广西 柳州 545006)

**摘要:** 基于高斯测量矩阵的一维压缩感知测量数据不仅能很好地保持稀疏信号的能量信息,也能够很好地继承稀疏信号的方向信息. 但是在一维压缩感知模型中方向信息无法应用于稀疏信号的重构和检验. 针对遥感影像中变化区域稀疏的特点提出了二维压缩感知模型. 并利用能量和方向信息构建了基于二维压缩感知的稀疏信号重构算法(2DOMP). 理论分析和实验结果证明,2DOMP算法的信号重构能力更强. 同时根据压缩感知恢复稀疏信号只需要很少测量数据的特性提出了定向遥感和定向变化检测的概念.

**关键词:** 定向遥感; 变化检测; 二维压缩感知(2DCS); 结构先验信息; 相关性; 多时相; 二维正交匹配追踪(2DOMP)

中图分类号: TN911.7 文献标识码: A

## Directional remote sensing and change detection based on two-dimensional compressive sensing

CHENG Tao<sup>1,2</sup>, ZHU Guo-Bin<sup>1\*</sup>, LIU Yu-An<sup>1</sup>

(1. State Key Laboratory of Information Engineering in Surveying,

Mapping and Remote Sensing, Wuhan University, Wuhan 430079, China;

2. Department of Automotive Engineering, Guangxi University of Science and Technology, Liuzhou 545006, China)

**Abstract:** One-dimensional compressive sensing measurement data based on Gaussian measurement matrix not only well retain sparse signal's energy, but also inherited sparse signal's direction information. However in the one-dimensional compression sensing model, direction information can not be applied to sparse signal reconstruction and examination. Two-dimensional compressive sensing model was proposed based on sparse features of change area in the remote sensing image. By use of energy and direction information, sparse signal reconstruction algorithm (2DOMP) was constructed based on two-dimensional compressed sensing. Theoretical analysis and experimental results demonstrated that signal reconstruction ability of 2DOMP algorithm is stronger than other methods. Meanwhile, the concepts of directional remote sensing and directional change are put forward based on the fact that very little measurement data are required to recovery sparse signal by compressive sensing.

**Key words:** directional remote sensing; change detection; two-dimensional compressive sensing (2DCS); structure prior information; correlation; Multi temporal; two-dimensional orthogonal matching pursuit (2DOMP)

**PACS:** 42.30. Wb

### 引言

遥感技术的发展使覆盖全球海量遥感数据的获取成为现实,但是由于处理能力有限信息提取利用率还不到获取量的5%<sup>[1]</sup>. 海量的遥感数据中存在

着大量的冗余数据,对未变化区域的重复采集是造成冗余数据的原因之一. 如能减少冗余数据采集,实现对变化区域的定向遥感就能提高遥感数据的获取效率,也能提高遥感数据的利用率. 但是由于变化区域的不确定性和未知性,实现定向遥感几乎是不可

收稿日期:2012-12-08,修回日期:2013-08-10

基金项目:国家自然科学基金(40871201)

Foundation items: Supported by the National Natural Science Foundation of China (40871201)

作者简介 (Biography): 程涛(1976-),男,广西柳州人,博士,副教授,主要从事遥感和图像处理研究. E-mail: ctnp@163.com

\* 通讯作者 (Corresponding author): E-mail: gbzhuu@gmail.com

Received date: 2012-12-08, revised date: 2013-08-10

能的.

压缩感知技术的出现为改变传统的遥感数据获取模式提供了可能. 根据压缩感知理论, 求解式(1)就可重构出稀疏信号  $\mathbf{x}$ .  $\mathbf{x}$  必须满足稀疏条件, 否则无法保证重构精度.

$$\min \|\mathbf{x}\|_0 \quad \text{s.t. } \mathbf{y} = \Phi \mathbf{x} \quad (1)$$

式中,  $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_N)^T$ ;  $\mathbf{x} \in R^N$ ;  $\mathbf{y}$  是测量数据,  $\mathbf{y} \in R^M$ ;  $\Phi$  为测量矩阵,  $\Phi \in R^{M \times N}$ ;  $\varphi_j$  表示  $\Phi$  的列向量,  $j \in [1, N]$ .

背景中的运动目标具有天然的稀疏性(运动目标的面积与背景相比非常小), 一些学者<sup>[2]</sup>通过压缩感知方法采集不同时相的两幅影像做差值处理以满足压缩感知的稀疏性要求. 其具体做法是以传统方法和压缩感知方法采集时相  $t_1$  的影像信号  $\mathbf{x}_{t_1}$  和测量数据  $\mathbf{y}_{t_1}$ , 再以压缩感知方法采集时相  $t_2$  的测量数据  $\mathbf{y}_{t_2}$ ; 然后以式(2)的重构结果  $\Delta \mathbf{x}$  和传统方法采集的  $\mathbf{x}_{t_1}$  就可构建出时相  $t_2$  的影像  $\mathbf{x}_{t_2}$ , 即  $\mathbf{x}_{t_2} = \mathbf{x}_{t_1} + \Delta \mathbf{x}$ .

$$\min \|\Delta \mathbf{x}\|_0 \quad \text{s.t. } \Delta \mathbf{y} = \Phi \Delta \mathbf{x} \quad (2)$$

式中  $\Delta \mathbf{x} = \mathbf{x}_{t_2} - \mathbf{x}_{t_1}$ ,  $\Delta \mathbf{y} = \mathbf{y}_{t_2} - \mathbf{y}_{t_1}$ .

在短周期内, 遥感影像中的变化区域一般都很小, 满足压缩感知的稀疏性要求, 因此可以采用式(2)用于变化检测. 尽管采用式(1)无法重构遥感影像, 但是却可通过式(2)结合传统方法采集的  $\mathbf{x}_{t_1}$  以一种间接的方法以很少量的测量数据重构之后时相的遥感影像.

一般, 采集 2~3 倍的测量数据就可完全重构变化区域<sup>[3]</sup>. 在当前能称得上定向遥感的只有灾害应急中变化区域基本已知的遥感检测. 但是由于变化区域与非变化区域的邻接和包含等拓扑关系, 使数据采集量至少达 3 倍以上. 采用式(2)的变化检测方法, 时相  $t_2$  的遥感影像和变化检测只需约 3 倍的测量数据就可得到和实现. 这和变化区域已知的定向遥感的数据采集量几乎相等. 因此, 文章把基于式(2)的遥感和变化检测方法称之为定向遥感和定向变化检测.

## 1 二维压缩感知模型和变化检测

尽管国内外学者对压缩感知做了广泛的研究, 但是依然可以发现当前研究存在着盲点和不足. 当前研究多是基于一维信号<sup>[4]</sup>. 即使研究图像这种二维信号也多是转化为一维信号后再作压缩感知研究<sup>[5, 6]</sup>. 只有最小全变分法 (Total Variation, TV) 在目标函数中利用了图像的梯度信息<sup>[6]</sup>, 但在约束函

数中依然把二维信号一维化. 从重构效果看, 只有在梯度大的地方优于离散余弦变换 (Discrete cosine transform, DCT)<sup>[7]</sup> (为了避免概念的混淆, 作者把基于式(1)和式(2)的一维信号的压缩感知模型称之为二维压缩感知). 遥感影像和变化区域都是具有结构(在文章中主要指变化区域邻近列的相关性)的, 这种结构是很好的先验信息, 如充分利用可有助于改善提高稀疏信号的重构精度和效率. 但把二维信号一维化破坏了这种结构先验信息.

遥感影像的获取多是采用线阵连续推扫模式, 设扫描条带的长度为  $L$ . 如果以矩阵  $\mathbf{X}$  ( $\mathbf{X} \in R^{N \times L}$ ) 表示扫描条带, 则卫星或飞机的扫描线每次只能取得  $\mathbf{X}$  某列的数据. 以二维形式表示其压缩感知模型, 则如式(3)所示:

$$\min \|\mathbf{x}_j\|_0 \quad \text{s.t. } \mathbf{Y} = \Phi \mathbf{X}, j \in [1, L] \quad (3)$$

式(3)中  $\mathbf{Y} \in R^{N \times L}$ ,  $\mathbf{x}_j$  是  $\mathbf{X}$  的列向量. 由式(3)可见, 二维化后的测量矩阵  $\Phi$  的规模为  $M \times N$ ; 如果将遥感影像转化为一维信号, 测量矩阵  $\Phi$  的规模为  $ML \times NL$ , 前者仅为后者的  $1/L^2$ . 测量矩阵规模的缩小将会大大提高数据解算的速度和效率.

同理, 一维压缩感知模型式(2)根据式(3)可演变为式(4).

$$\min \|\Delta \mathbf{x}_j\|_0 \quad \text{s.t. } \Delta \mathbf{Y} = \Phi \Delta \mathbf{X}, j \in [1, L] \quad (4)$$

式中,  $\Delta \mathbf{Y} = \mathbf{Y}_{t_2} - \mathbf{Y}_{t_1}$ , 表示时相  $t_2$  的测量数据  $\mathbf{Y}_{t_2}$  与时相  $t_1$  的测量数据  $\mathbf{Y}_{t_1}$  的差值矩阵;  $\Delta \mathbf{X}$  同理. 式(4)也可逐列表示成传统的一维压缩感知模型式(5).

$$\min \|\Delta \mathbf{x}_j\|_0 \quad \text{s.t. } \Delta \mathbf{y}_j = \Phi \Delta \mathbf{x}_j, j \in [1, L] \quad (5)$$

式(4)和式(5)两种表示方法并无本质区别, 但是式(4)能更好地反映信号和测量数据的二维结构信息.

遥感影像中的变化区域具有极度稀疏性(变化区域的面积非常小), 在理想状态下不同时相遥感影像的差值即是变化区域 ( $\Delta \mathbf{X}$ ,  $\Delta \mathbf{X}$  的稀疏性可以用  $\Delta \mathbf{X}$  中非 0 值的个数来度量, 非 0 值的个数与变化区域的面积成正比), 所以由式(4)可重构  $\Delta \mathbf{X}$ . 如能以传统方法得到遥感影像  $\mathbf{X}_{t_1}$ , 则可通过  $\mathbf{X}_{t_2} = \mathbf{X}_{t_1} + \Delta \mathbf{X}$ , 实现时相  $t_2$  的遥感影像的增量更新.

## 2 变化区域 ( $\Delta \mathbf{X}$ )、二维压缩感知测量数据 ( $\Delta \mathbf{Y}$ ) 和重构结果 ( $\Delta \mathbf{X}_R$ ) 的特征分析

图 1 是意大利撒丁岛 Mulargia 湖的遥感影像, 由 Landsat-5 卫星在波段 4 分别拍摄于 1995 年 09 月和 1996 年 07 月<sup>[8]</sup>. 该图像反映了 Mulargia 湖水

位上升而造成的陆地淹没情况. 为满足  $\Delta\mathbf{X}$  的稀疏条件, 对图 1(b) 做简单处理, 使图 1(a) 与图 1(b) 的差值图 1(c) 中未变化区域的灰度值都为 0, 将影像大小按比例处理为  $256 \times 351$ .

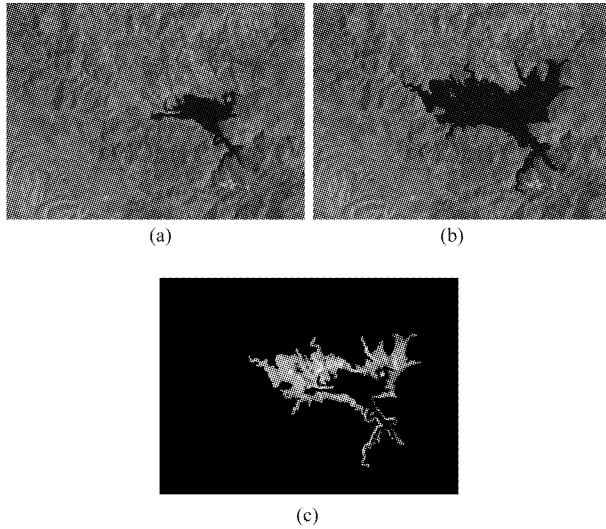


图 1 意大利撒丁岛的影像。(a)1995 年 9 月; (b)1996 年 7 月; (c) 时相(a)和(b)的差值图

Fig. 1 Image of Sardinia island, Italy. (a) September 1995; (b) July 1996; (c) Difference image generated from (a) and (b)

文章采用的高斯测量矩阵  $\Phi$  的规模为  $128 \times 256$ . 首先, 模拟压缩感知的数据采集, 采用式(3)的约束方程分别计算图 1(a) 和(b) 的测量数据  $\mathbf{Y}_1$  和  $\mathbf{Y}_2$ ; 然后, 以式(5) 通过分段正交匹配追踪 (Stage-wise orthogonal matching pursuit, StOMP<sup>[9]</sup>) 算法逐列重构  $\Delta\mathbf{X}$  的各列  $\Delta\mathbf{x}_j$ , 重构结果是  $\Delta\mathbf{X}_R$ , 计算结果如图 2 所示.

图 2 的  $x$  轴表示图 1(c) 灰度矩阵  $\Delta\mathbf{X}$  的列号  $j$  ( $j \in [1, 351]$ ); 图 2(a) 中的曲线分别表示  $\Delta\mathbf{X}$  和  $\Delta\mathbf{X}_R$  各列的稀疏度, 用于检验对比稀疏信号的重构结果; 图 2(b) 中的曲线分别表示  $\Delta\mathbf{X}$ ,  $\Delta\mathbf{X}_R$  和  $\Delta\mathbf{Y}$  各列的能量 (即列向量的模); 图 2(c) 中的曲线分别表示  $\Delta\mathbf{X}$ ,  $\Delta\mathbf{X}_R$  和  $\Delta\mathbf{Y}$  各相邻列的相关系数; 图 2(d) 是变化区域的灰度图 (即图 1(c)), 为了与图 2(a)、(b) 和(c) 的长度一致, 故对图 1(c) 做了缩放处理).

### 2.1 $\Delta\mathbf{X}$ 和 $\Delta\mathbf{Y}$ 的能量特征分析

由图 2(b) 可见曲线  $\Delta\mathbf{X}$  和  $\Delta\mathbf{Y}$  吻合的很好, 尽管不是完全重合, 但是不重合的部分偏离很小. 这说明在用高斯矩阵测量  $\mathbf{X}$  时,  $\mathbf{Y}$  能很好地保持  $\mathbf{X}$  的能量. 这是因为高斯矩阵具有很好的约束等距性 (Re-

stricted isometry property, RIP, 如式(6) 所示) 和很好的普适性. 测量矩阵的 RIP 性质越好 (即  $\sigma_K$  越趋近于 0), 曲线  $\Delta\mathbf{Y}$  与  $\Delta\mathbf{X}$  吻合的也越好. 因此, 可以利用  $\Delta\mathbf{Y}$  和  $\Delta\mathbf{X}_R$  的能量分析判断  $\Delta\mathbf{X}_R$  的重构效果. 由图 2(b) 可见一般能量较大区域的稀疏度也大.

$$(1 - \sigma_K) \|\mathbf{x}\|^2 \leq \|\Phi\mathbf{x}\|^2 = \|\Phi_I\mathbf{x}\|^2 \leq (1 + \sigma_K) \|\mathbf{x}\|^2 \quad (6)$$

式中:  $\Phi_I$  是稀疏信号  $\mathbf{x}$  的支撑集;  $\sigma_K$  是常数,  $\sigma_K \in [0, 1]$ ;  $\Phi$  的列向量也称之为原子;  $\Phi_I$  中的列向量文章称之为有效原子, 反之称之为无效原子.

### 2.2 $\Delta\mathbf{X}$ 和 $\Delta\mathbf{Y}$ 的方向特征分析

由图 2(c) 可见曲线  $\Delta\mathbf{X}$  和  $\Delta\mathbf{Y}$  的吻合程度更好, 两条曲线几乎完全重合. 这说明  $\Delta\mathbf{Y}$  不仅继承了  $\Delta\mathbf{X}$  的能量信息, 甚至完全继承了  $\Delta\mathbf{X}$  的方向信息. 压缩感知的数据采集本质就是传统的将高维信号  $\mathbf{X}$  降维处理成低维信号的降维操作. 在一维压缩感知模型中 (式(1) 和式(2)) 测量数据能较好地反映信号的能量信息, 但是无法反映信号的方向信息. 因为高维信号  $\mathbf{x}$  的方向信息是在高维空间表示的; 而低维测量数据  $\mathbf{y}$  的方向信息只能在低维空间表示, 两种维数不同的方向无法定量比较. 但是在二维压缩感知模型 (式(3) 和式(4)) 中, 由图 2(c) 曲线  $\Delta\mathbf{X}$  和  $\Delta\mathbf{Y}$  可见这种方向信息可由他们的相关系数很好地度量. 因此, 可以利用  $\Delta\mathbf{Y}$  和  $\Delta\mathbf{X}_R$  的相关性分析判断  $\Delta\mathbf{X}_R$  的重构效果. 方向信息继承的好坏也取决于测量矩阵的 RIP 性质. 由图 2(c) 右侧的第二个波谷 (图中椭圆标记处) 可见,  $\Delta\mathbf{X}$  和  $\Delta\mathbf{Y}$  的方向信息继承的并不好, 这是因为对应该列的支撑集的  $\sigma_K$  较大, 导致 RIP 性质差引起的. 基于高斯矩阵的支撑集越大, RIP 性质越好. 由图 2(b) 和(c) 可见, 对应能量大的地方的相关系数曲线 ( $\Delta\mathbf{X}$  和  $\Delta\mathbf{Y}$ ) 都吻合的很好. 尽管右侧的第二个波谷吻合较差, 但是这里却是最容易完全重构的. 因为这里能量小, 即稀疏度小, 故易于完全重构.

### 2.3 $\Delta\mathbf{X}_R$ 的特征分析

图 2 中的曲线  $\Delta\mathbf{X}_R$  是采用 StOMP 算法重构  $\Delta\mathbf{X}$  的实验结果. 图 2(b) 中的水平断线表示验算后完全重构的  $\Delta\mathbf{X}$  各列 (完全重构的  $\Delta\mathbf{X}$  各列的曲线  $\Delta\mathbf{X}_R$  和曲线  $\Delta\mathbf{X}$  完全重合在一起); 断线断裂的地方是稀疏度超过 StOMP 算法重构能力没能重构成功的各列 (为便于辨认在图 2 中做出了 5 条竖直的虚线, 分别对应断线的 5 个缺口). 图 2(c) 的曲线  $\Delta\mathbf{X}_R$  与  $\Delta\mathbf{Y}$  不吻合的 5 个部分与图 2(b) 断线的 5 个缺口对应的很好; 图 2(b) 曲线  $\Delta\mathbf{X}_R$  尽管与断线

的 5 个缺口也存在较好的对应关系,但是不如图 2 (c)中曲线 $\Delta X_R$ 那么易于辨认.这是因为 StOMP 算法的迭代终止是以测量数据残差( $\mathbf{r}_s = \mathbf{y} - \Phi \mathbf{x}_s$ ,  $\mathbf{r}_s$  是测量数据残差,  $\mathbf{x}_s$  是某次迭代求得的稀疏信号<sup>[9]</sup>)能量极小为条件的.由 RIP 性质可知,即使  $\mathbf{x}_{R_j}$  与  $\mathbf{x}_j$  的支撑集相差较大对其能量影响也很微小;但是 StOMP 算法的迭代终止并没有考虑方向信息,所以  $\mathbf{x}_{R_j}$  与  $\mathbf{x}_j$  的支撑集相差较大对其方向影响会很大.由此可见相关性曲线( $\Delta Y$ )比能量曲线( $\Delta Y$ )更适合作为  $\Delta X_R$  重构效果的检验指标.

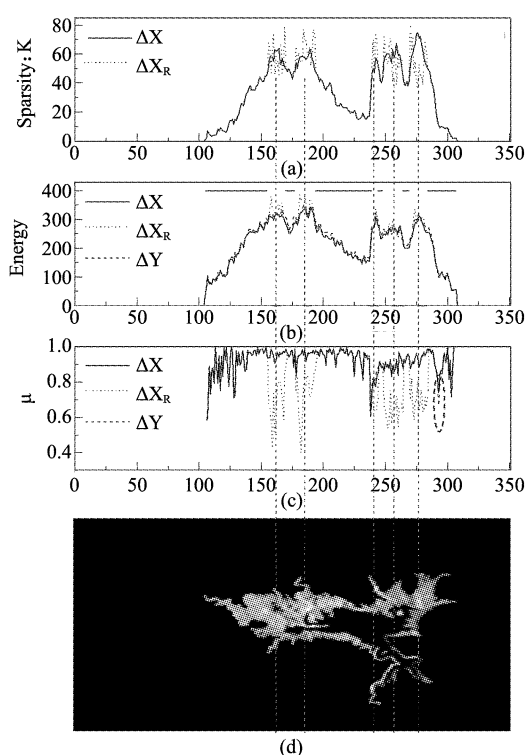


图 2  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$  和  $\Delta X_R$  的分析曲线和灰度图. (a) 稀疏度; (b) 能量; (c) 相邻 2 列的相关系数; (d) 时相 (a) 和 (b) 的差值图

Fig. 2 Analysis curves of  $\Delta X$ ,  $\Delta Y$  and  $\Delta X_R$  and gray image. (a) Sparsity; (b) Energy; (c) Correlation coefficient between 2 columns; (d) Difference image generated from (a) and (b)

### 3 二维压缩感知的变化区域重构算法

由图 2(a)可见,曲线( $\Delta X_R$ )和( $\Delta X$ )大部分地方都完全重合,只有图 2(b)水平参考线 5 个缺口的地方由于稀疏度太大而无法完全重构.因此,作者需要考虑的是如何利用  $\Delta X$  的二维结构先验信息构造新的稀疏信号重构算法,完成 StOMP 无法完成的重构工作.为表述方便文章将对应缺口的变化区域

( $\Delta X$ )的各列称之为不确定区域;反之为确定区域.

#### 3.1 二维正交匹配追踪算法思想起源

贪婪追踪算法稀疏信号重构能力的关键是支撑集的准确确定.贪婪追踪算法从匹配追踪 (Matching pursuit, MP) 算法、正交匹配追踪算法 (Orthogonal matching pursuit, OMP)、正则化正交匹配追踪 (Regularized orthogonal matching pursuit, ROMP)、StOMP<sup>[9]</sup>一直发展到子空间追踪 (Subspace pursuit, SP)<sup>[10]</sup>和压缩采样匹配追踪 (Compressive sampling matching pursuit, CoSaMP)<sup>[11]</sup>就是一个不断改进支撑集筛选方法和精度的过程. SP 和 CoSaMP 算法都引入了回溯思想,尽管提高了稀疏信号重构能力,但是计算时间太长.无回溯的贪婪追踪算法中 StOMP 的信号重构能力最好.

通过研究 StOMP 算法可以发现, StOMP 在 OMP 的基础上引入概率统计中的置信区间分析,以最大的可能避免有效原子的漏选. StOMP 最终筛选得到的支撑集  $\Phi_{I_{X_Rj}}$  往往比只包含有效原子的真实支撑集  $\Phi_{I_{Xj}}$  大,即  $\Phi_{I_{Xj}} \subset \Phi_{I_{X_Rj}}$ .只要能保证  $|\Phi_{I_{X_Rj}}^T \Phi_{I_{X_Rj}}| \neq 0$  且  $\Phi_{I_{Xj}} \subset \Phi_{I_{X_Rj}}$ ,就总能完全重构稀疏信号  $\mathbf{x}_j$ .

#### 3.2 二维正交匹配追踪算法的支撑集筛选方法

由 StOMP 算法的原理可知,在支撑集筛选的过程中只要不漏选有效原子,在支撑集中  $\Phi_{I_{X_Rj}}$  多几个无效原子并不会干扰稀疏信号的完全重构.遥感影像的变化区域( $\Delta X$ )行列之间具有连续相关等结构先验信息.即使是急剧变化的区域,具体到扫描线一般也是渐变的,依然具有较好的相关连续性.有效利用这些先验信息就能大大降低支撑集有效原子的漏选概率,从而改善稀疏信号的重构能力.因此,构建稀疏信号重构算法时可以邻接不确定区域的两个确定区域的左邻列和右邻列为起点,逐步在已知列真实支撑集的基础上适当扩展作为不确定区域相邻列的支撑集,具体方法如下:

首先,计算已知左邻列(或右邻列)支撑集中原子连续分布的块数(孤立的原子也算作一个块),并对各块的原子数量乘以 22% (22% 只是一个大量实验后的经验值,这个值取得过大可能导致  $|\Phi_{I_{X_Rj}}^T \Phi_{I_{X_Rj}}| = 0$ ;过小又容易导致漏选有效原子)后向上取整得到整数  $\Delta I$ ;然后,把与该块左右相邻的各  $\Delta I/2$  个原子吸纳进来扩展成新块(如果相邻块很近,扩展区重叠,则重叠区原子只取一次,合并两个块;如果已到测量矩阵边界,则扩展到测量矩阵边界为止);最后,得到新的支撑集  $\Phi_{I_{X_Rj}}$ .

### 3.3 二维正交匹配追踪算法的稀疏信号完全重构和界定确定区域的判据

图 2 中  $\Delta \mathbf{Y}$  与  $\Delta \mathbf{X}$  不确定区域各列的  $|\mu_{\Delta x_j} - \mu_{\Delta y_j}| / \mu_{\Delta y_j} < 6\%$ ,  $|\|\Delta \mathbf{x}_j\| - \|\Delta \mathbf{y}_j\|| / \|\Delta \mathbf{y}_j\| < 7\%$ . 因为高能区支撑集大、RIP 性质好, 样本容量大, 从而具有很好的概率稳定性, 所以可以经验值 6% 和 7% 作为验证稀疏信号重构成功与否的判据. 根据  $128 \times 256$  高斯测量矩阵对稀疏信号重构效果的事前实验统计可知, StOMP 算法可完全重构的最大稀疏度可达 44. 为保险起见, 文章以  $\Delta \mathbf{X}_R$  各列稀疏度是否小于 40 作为界定确定区域和不确定区域的定量指标.

### 3.4 二维正交匹配追踪算法

根据上述思想形成二维压缩感知稀疏信号重构

算法, 二维正交匹配追踪算法 (Two-dimensional orthogonal matching pursuit, 2DOMP). 首先, 采用 StOMP (或其他算法) 基于  $\min \|\Delta \mathbf{x}_j\|_0$  s. t.  $\Delta \mathbf{y}_j = \Phi \Delta \mathbf{x}_j$  逐列重构二维稀疏信号  $\Delta \mathbf{X}$  中的各列, 得到  $\Delta \mathbf{X}_R$ ; 其次, 根据稀疏度  $K < 40$  将  $\Delta \mathbf{X}_R$  各列划分为确定区域和不确定区域; 然后, 基于确定区域相邻列的支撑集扩展 22% 作为不确定区域相邻列的支撑集, 再次重构稀疏信号, 得到新的  $\Delta \mathbf{X}_R$ ; 最后, 如果  $\Delta \mathbf{Y}$  与  $\Delta \mathbf{X}_R$  不确定区域各列的  $|\mu_{\Delta x_{Rj}} - \mu_{\Delta y_j}| / \mu_{\Delta y_j} < 6\%$  和  $|\|\Delta \mathbf{x}_{Rj}\| - \|\Delta \mathbf{y}_j\|| / \|\Delta \mathbf{y}_j\| < 7\%$ , 则信号重构成功. 具体步骤如算法 1 所示.

---

#### 算法 1 (2DOMP)

---

输入: 高斯矩阵  $\Phi$  和测量数据  $\Delta \mathbf{Y}$ ;

1) 采用 StOMP (或其他算法) 基于  $\min \|\Delta \mathbf{x}_j\|_0$  s. t.  $\Delta \mathbf{y}_j = \Phi \Delta \mathbf{x}_j$  逐列重构二维稀疏信号  $\Delta \mathbf{X}$  中的各列  $\Delta \mathbf{x}_j$ ;

2) 判断  $\Delta \mathbf{X}_R$  各列的稀疏度  $K < 40$ , 如果是, 则属于确定区域; 否则反之;

3) 计算成块分布的不确定区域数量  $i_{\max}$  及各块不确定区域列的数量  $j_{i_{\max}}$ ;

判断  $i_{\max} \leq 0$ , 如果是, 执行步骤 6);

初始化 1: 设定迭代次数  $i$  的初始值为 1, 最大值  $i_{\max}$ ;

迭代 1: 在第  $i$  次迭代执行以下步骤;

4) 初始化 2: 提取不确定区域  $i$  和不确定区域  $i$  的列数  $j_{i_{\max}}$

迭代 2: 在第  $j$  次迭代执行以下步骤;

4.1) 提取不确定区域  $i$  的左邻列  $\Delta \mathbf{x}_{i(j-1)}$ ; 根据左邻列  $\Delta \mathbf{x}_{i(j-1)}$  的支撑集  $\Phi_{i(j-1)}$  扩充 22% (方法如上所述), 得到不确定区域列的支撑集  $\Phi_{ij}^T$ ; 判断  $|\Phi_{ij}^T \Phi_{ij}| = 0$ , 如果是, 执行步骤 4.3);

4.2) 以支撑集  $\Phi_{ij}^T$  计算列  $j$  的稀疏解  $\Delta \mathbf{x}_{Rij} = \Phi_{ij}^T \Delta \mathbf{y}_j$ . 判断  $|\mu_{\Delta x_{Rj}} - \mu_{\Delta y_j}| / \mu_{\Delta y_j} > 6\%$  和  $|\|\Delta \mathbf{x}_{Rj}\| - \|\Delta \mathbf{y}_j\|| / \|\Delta \mathbf{y}_j\| > 7\%$ , 如果是,  $j = j_{\max}$ , 执行步骤 4.3); 否则使  $j = j + 1$ , 判断  $j > j_{\max}$ , 如果是, 退出迭代 2, 执行步骤 5), 否则返回执行步骤 4.1);

4.3) 提取不确定区域  $i$  的右邻列  $\Delta \mathbf{x}_{i(j+1)}$ ; 根据右邻列  $\Delta \mathbf{x}_{i(j+1)}$  的支撑集  $\Phi_{i(j+1)}$  扩充 22% (方法如上所述), 得到不确定区域列的新的支撑集  $\Phi_{ij}^T$ ; 判断  $|\Phi_{ij}^T \Phi_{ij}| = 0$ , 如果是, 执行步骤 5);

4.4) 以支撑集  $\Phi_{ij}^T$  计算列的稀疏解  $\Delta \mathbf{x}_{Rij} = \Phi_{ij}^T \Delta \mathbf{y}_j$ . 判断  $|\mu_{\Delta x_{Rj}} - \mu_{\Delta y_j}| / \mu_{\Delta y_j} > 6\%$  和  $|\|\Delta \mathbf{x}_{Rj}\| - \|\Delta \mathbf{y}_j\|| / \|\Delta \mathbf{y}_j\| > 7\%$ , 如果是, 执行步骤 5); 否则使  $j = j - 1$ , 判断  $j < 1$ , 如果是, 退出迭代 2, 执行步骤 5), 否则返回执行步骤 4.3);

5) 使  $i = i + 1$ , 判断  $i > i_{\max}$ , 如果是, 退出迭代 1, 否则返回执行步骤 4);

6) 输出: 重构信号  $\Delta \mathbf{X}_R$ , 并标出重构失败的列.

---

算法 1 中的步骤 4.1) 和步骤 4.3) 分别以不确定区域的左边界和右边界为起点重构变化区域. 因为算法 1 的有效性是以变化区域的连续性为基础的, 如果左侧区域连续性不好, 就无法完全重构变化区域; 但是, 如果右侧区域连续性较好, 就有可能完全重构变化区域. 因此, 算法 1 引入步骤 4.3) 和步骤 4.4) 以进一步提高 2DOMP 算法的完全重构概率.

#### 4 2DOMP 算法的信号重构能力、效果和适用范围

根据 Spark 理论<sup>[12, 13]</sup>, 如果测量矩阵  $\Phi$  的任意  $2K$  列不相关就可以完全重构稀疏度为  $K$  的稀疏信号. 因此可知规模为  $M \times N$  的高斯测量矩阵能够完全重构的最大稀疏度  $K \leq M/2$ . 因此, MP、OMP、ROMP、StOMP、SP 和 CoSaMP 能够完全重构的最大稀疏度  $K < M/2$ . 2DOMP 算法的稀疏信号重构能力取决于实际筛选得到的支撑集  $\Phi_{I_{X_R}}$ . 如果实际支撑集  $\Phi_{I_{X_R}}$  比只包含有效原子的真实支撑集  $\Phi_{I_{X_j}}$  大, 即  $\Phi_{I_{X_j}} \subset \Phi_{I_{X_R}}$ . 只要能保证  $|\Phi_{I_{X_R}}^T \Phi_{I_{X_R}}| \neq 0$  且  $\Phi_{I_{X_j}} \subset \Phi_{I_{X_R}}$ , 就总能完全重构稀疏信号  $x_j$ . 由此可见 2DOMP 算法能够重构的稀疏度  $K \leq M$ .

为了验证文章算法的有效性和可行性, 对  $Y_{n1}$  和  $Y_{n2}$  做差值计算后, 采用 2DOMP 算法重构了图 2 中的变化区域 ( $\Delta X$ ). 因为图 2 中最大的稀疏度才 75, 所以文章算法顺利完成完全重构. 由于是完全重构, 重构信号 ( $\Delta X_R$ ) 的各种性质和图 2 中  $\Delta X$  的性质完全一样, 所以图 2 中  $\Delta X$  并未再画出重构信号的曲线. 重构变化区域的结果图 ( $\Delta X_R$ ) 也和图 1 (c) 完全一样.

由于文章算法是在已完全重构区域支撑集的基础上适当向周围扩展 22%, 把有效原子尽可能的包括进来, 所以文章算法只对连续分布的变化区域有较好的重构效果; 对于离散分布的变化区域, 重构效果不能保证; 如果出现距离较远的突变点, 2DOMP 算法可能失效.

#### 5 结论

根据遥感影像推扫式采集数据的特点和保留遥感影像二维结构先验信息的需要提出了二维压缩感知模型. 同时根据变化检测的特点和性质提出了基于压缩感知的定向遥感和定向变化检测理论和方

法. 并基于测量数据  $y$  对信号  $x$  能量和方向的继承和保持特性提出了基于二维压缩感知的稀疏信号重构算法 (2DOMP), 理论分析和实验证明 2DOMP 的信号重构能力远远超越 MP、OMP、ROMP、StOMP、SP 和 CoSaMP 等算法.

#### REFERENCES

- [1] Li Daqing. Utilization ratio of remote sensing data is less than 5% [N]. *Science and Technology Daily* (李大庆. 我国遥感数据信息利用率不足 5%. 科技日报), 2011-01-03.
- [2] CEVHER V, SANKARANARAYANAN A, DUARTE M F, et al. Compressive sensing for background subtraction [M]. *European Conf Comp Vision (ECCV)*. Marseille, France. 2008: 155-68.
- [3] DUARTE-CARVAJALINO J M, SAPIRO G. Learning to Sense Sparse Signals: Simultaneous Sensing Matrix and Sparsifying Dictionary Optimization [J]. *Image Processing, IEEE Transactions on*, 2009, 18(7): 1395-408.
- [4] CHENG Tao, ZHU Guobin, LIU Yu'an. Separation Research of Measurement Matrices Based on 0-1 Sparse Circulant Matrix [J]. *ACTA OPTICA SINICA* (程涛, 朱国宾, 刘玉安. 基于 0-1 稀疏循环矩阵的测量矩阵分离研究. 光学学报), 2013, 33(2): 220001-1-6.
- [5] L G. *Block compressed sensing of natural images* [M]. *Proceedings of the 15th International Conference on Digital Signal Processing*. Washington D. C., USA; IEEE. 2007: 403-6.
- [6] DUARTE M F, DAVENPORT M A, TAKHAR D, et al. Single-Pixel Imaging via Compressive Sampling [J]. *Signal Processing Magazine, IEEE*, 2008, 25(2): 83-91.
- [7] PAN Rong, LIU Yu, HOU Zheng-Xin, et al. Image Coding and Reconstruction via Compressed Sensing Based on Partial DCT Coefficients [J]. *ACTA AUTOMATICA SINICA* (潘榕, 刘昱, 侯正信, 等. 基于局部 DCT 系数的图像压缩感知编码与重构. 自动化学报), 2011, 37(06): 674-81.
- [8] PLATFORM I S D S. L45TM [OL] 2012, <http://datamirror.csdn.cn/>.
- [9] DONOHO D L, TSAIG Y, DRORI I, et al. Sparse Solution of Underdetermined Systems of Linear Equations by Stage-wise Orthogonal Matching Pursuit [J]. *Information Theory, IEEE Transactions on*, 2012, 58(2): 1094-121.
- [10] WEI D, MILENKOVIC O. Subspace Pursuit for Compressive Sensing Signal Reconstruction [J]. *Information Theory, IEEE Transactions on*, 2009, 55(5): 2230-49.
- [11] NEEDELL D, TROPP J A. CoSaMP: Iterative signal recovery from incomplete and inaccurate samples [J]. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 2009, 26(3): 301-21.
- [12] JIAO Li-cheng, YANG Shu-yuan, LIU Fang, HOU Biao. Development and Prospect of Compressive Sensing [J]. *Acta Electronica Sinica* (焦李成, 杨淑媛, 刘芳, 等. 压缩感知回顾与展望. 电子学报), 2011, 39(07): 1651-62.
- [13] XU ZhiQiang. Compressed sensing: a survey [J]. *Science China: math* (许志强. 压缩感知. 中国科学: 数学), 2012, 42(09): 865-77.