

文章编号: 1672-8785(2009)11-0045-04

用蒙特卡罗方法和 MATLAB 计算 糖果形冷屏的视场角

王忆锋 庄继胜 毛京湘

(昆明物理研究所, 云南昆明 650223)

摘 要: 本文介绍了一种利用蒙特卡罗原理和 MATLAB 计算糖果形冷屏视场角的简捷方法。与其他方法相比, 该方法具有编程简单、精度可控、使用便捷等特点。

关键词: 冷屏; 视场角; 红外成像系统; 蒙特卡罗方法; MATLAB

中图分类号: O435 **文献标识码:** A

Calculation of Field Angle of Candy Shape Cold Shield with Monte Carlo Method and MATLAB

WANG Yi-feng, ZHUANG Ji-sheng, MAO Jing-xiang

(Kunming Institute of Physics, Kunming 650223, China)

Abstract: A simple method for calculating the field angle of a candy shape cold shield with the Monte Carlo method and MATLAB is presented. Compared with other calculation methods, this method has the features of simple programming, controllable accuracy and convenient operation etc..

Key words: cold shield; field angle; infrared imaging system; Monte Carlo method; MATLAB

1 引言

在红外成像系统中, 冷屏是由冷挡板构成的部件, 它置于探测器芯片附近。一方面, 冷屏限制了来自周围部件的杂散热辐射, 另一方面冷屏作为场方光阑也限制了视场角。如果冷屏孔径太小, 探测器阵列则不能被完全覆盖, 这会导致光敏元得不到充分有效的利用; 如果孔径太大, 又将引入较大的杂散热辐射, 这就削弱了信号的动态范围。一个设计较为理想的冷屏可以将不需要的辐射屏蔽 90%, 而大多数冷屏仅有 30%~50% 的效率^[1]。因此, 冷屏孔径必须根据探测器结构以及光学系统的视场、分辨率和焦距等参数进行优化设计。在具体优化设计过程

中, 需要计算视场角的大小。同时冷屏有各种形式的孔径, 但除了圆形孔径冷屏的视场角有解析公式以外, 其他形式的冷屏对应的视场角则需要做数值计算。本文介绍了用蒙特卡罗方法和 MATLAB 计算糖果形冷屏视场角的过程。

2 用蒙特卡罗方法计算球冠面积

众所周知, 光是电磁波。但在几何光学中, 人们并不把光看作电磁波, 而是将光视为“能够传输能量的几何线”。这样的几何线称为“光线”。目前使用的包括红外成像系统在内的光学仪器, 绝大多数是基于这一原理设计出来的。设探测器处于冷屏中心轴线上, 则连接探测器与冷屏边界的光线构成一个锥体。视场角就是由

收稿日期: 2008-12-17

作者简介: 王忆锋 (1963-), 男, 湖南零陵人, 工学士, 高级工程师, 主要从事器件仿真研究。E-mail: wangyifeng63@sina.com

该锥体构成的立体角。在立体几何中, 锥体的立体角 Ω 定义为: 以锥体的顶点为球心作一球冠面, 该锥体在球表面上所截取的球冠表面积 S 和球半径 R 的平方之比^[2] 为

$$\Omega = \frac{S}{R^2} \quad (1)$$

实际上, 冷屏尺寸及其与芯片的间距确定了球面半径 R 。故立体角 Ω 的确定可转化为一个球冠面积 S 的计算问题。根据微积分理论, 球冠面积 S 的计算是一个曲面积分, 它可按下式计算^[3]

$$S = \iint_D \frac{R}{\sqrt{R^2 - x^2 - y^2}} dx dy \quad (2)$$

式中, D 为球冠 S 在 XOY 平面上投影的边界方程。具体操作过程中涉及到两个问题, 一个是边界方程的确定; 另一个是积分的可计算性。圆形冷屏是一种计算处理上最为简单的情况, 如图 1 所示, 其投影边界方程为

$$x^2 + y^2 = r^2 \quad (3)$$

式中, r 为圆形冷屏的开孔半径。这时有解析结果

$$S = 2\pi R \left(R - \sqrt{R^2 - r^2} \right) \quad (4)$$

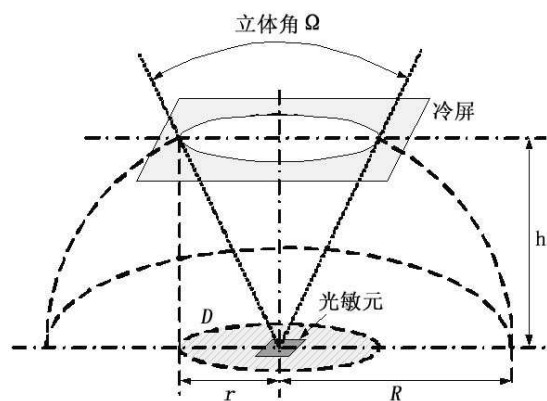


图 1 冷屏限定了探测器接收辐射的立体角

在非圆形冷屏情况下, 用式 (2) 一般不易得到类似于式 (4) 那样的解析公式。实用中常做近似计算, 即先算出非圆形冷屏的开口面积, 将其等效为一个圆面积, 并算出该面积对应的圆半径, 再以该圆半径对应的球冠面积作为非圆形

冷屏对应的球冠面积。这种处理方式将不可避免地引入一定的误差。而利用蒙特卡罗方法则可以较好地解决这一问题。

根据蒙特卡罗积分定理, 在一个区域大小为 V 的集合 D 上, 选取 N 个均匀分布的随机点 $x_1, x_2, \dots, x_N$, 则任何函数 f 的定积分均可用下式近似估计^[4,5]

$$\int_D f dV \approx V \langle f \rangle \pm V \sqrt{\frac{\langle f^2 \rangle - \langle f \rangle^2}{N}} \quad (5)$$

式中, 角括号 $\langle \rangle$ 表示对 N 个取样点的算术平均值, 正负项表示积分的标准偏差而非严格的界, 并有

$$\langle f \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f(x_i), \quad (6)$$

$$\langle f^2 \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N f^2(x_i) \quad (7)$$

据此, 式 (2) 的计算求解问题转化为首先确定投影区域 D , 然后在产生的随机数中挑选出落在投影区域 D 内的点, 再做相应的后续计算。

3 糖果形冷屏对应球冠面积的计算

3.1 糖果形冷屏的边界函数

某型红外成像系统使用了如图 2 所示的糖果形冷屏, 其边界可由下列函数描述

$$\begin{cases} |x| = 4.3829 \\ |y| = 2.45 - 0.56[1 - \cos(0.49x^2)] \end{cases} \quad (8)$$

由于对称性, 可以取其 1/4 部分来分析计算。由上述方程可以得到包围该冷屏的最小圆方程为

$$x^2 + y^2 = 4.5803^2 \quad (9)$$

设探测器与冷屏之间的距离为 $h = 7$, 则冷屏视场角对应的球面方程为

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2, \quad R = 8.3654 \quad (10)$$

3.2 采样区域的确定

如图 2 所示, 根据空间解析几何的有关公式, 可以求出经过 $E(4.3829, 1.33, 7)$ 、 $F(4.3829, -1.33, 7)$ 、 $O(0, 0, 0)$ 三点的平面 OEF 的方程为 $z = 1.5971x$, 将该平面方程与球面方程联立, 可

得 OEF 平面与球面的交线在 XOY 平面的投影曲线方程为

$$\frac{x^2}{L_x^2} + \frac{y^2}{R^2} = 1, \quad L_x = 4.4395 \quad (11)$$

类似地, 可以求出经过 A(0,2.45,7)、B(3.5844,2.45,7)、O(0,0,0) 三点的平面 OAB 的方程为 $z = 2.8571y$ 。将该平面方程与球面方程联立, 可得 OAB 平面与球面的交线在 XOY 平面的投影曲线方程为

$$\frac{x^2}{R^2} + \frac{y^2}{L_y^2} = 1, \quad L_y = 2.7636 \quad (12)$$

式 (11) 和式 (12) 分别为两个椭圆方程, 其两个短轴的乘积 $L_x \times L_y$ 定义了采样区域的大小。

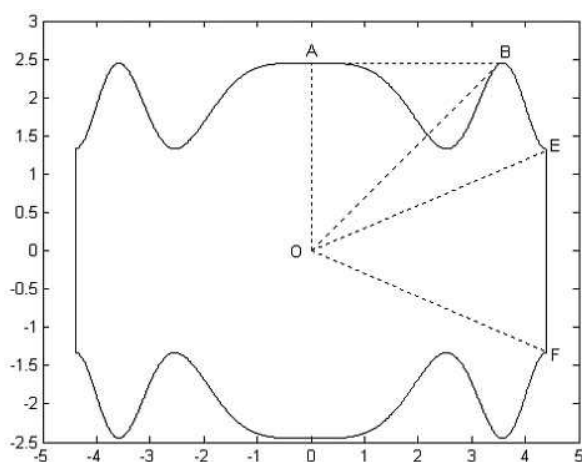


图 2 糖果形冷屏

3.3 MATLAB 程序设计 [6,7]

①在采样区域内产生一组随机点 x_r, y_r ;

②如果 $x_r \leq 4.3829$, 按式 (8) 计算出冷屏边界曲线上与 x_r 对应的点 y_{ri} , 即

$$y_{ri} = 2.45 - 0.56[1 - \cos(0.49x_r^2)] \quad (13)$$

③经过球心原点 (0,0,0) 与点 (x_r, y_{ri}, h) 的直线方程 L_0 为

$$\frac{x}{x_r} = \frac{y}{y_{ri}} = \frac{z}{h} \quad (14)$$

④求出 L_0 与球面方程式 (12) 的交点坐标 (x_r, y_{si}, z_{si}) , 该点在 XOY 平面上的投影坐标为 (x_r, y_{si}) , 联立直线方程与球面方程, 可以写出

$$y_{si} = \sqrt{\frac{R^2 - x_r^2}{1 + \left(\frac{h}{y_{ri}}\right)^2}} \quad (15)$$

⑤如果 $y_r \leq y_{si}$, 则计算 $1/\sqrt{R^2 - x_r^2 - y_r^2}$ 的值并相加;

⑥球冠面积计算出来以后, 即可按式 (1) 计算相应的冷屏对应的视场角。

按照上述步骤, 可以编写一个 MATLAB 程序, 当采样点数取 $N = 10^8$ 时, 其中一次的计算结果为 41.0573 ± 0.0021455 。

蒙特卡罗方法是基于随机数的计算, 故每一次计算结果只有前面若干位是相同的, 而相同的位数长度与精度有关。在此例中, 当取 $N = 10^8$ 时, 每次球冠面积的计算结果小数点后两位数都是相同的, 从小数点后第三位数才开始变化, 故可以看出它具有 10^{-3} 的精度。由于式 (1) 中分母 R^2 项的影响, 最终立体角的计算精度可能再提高一个数量级。

3.4 计算结果正确性的判断

非圆形冷屏对应的球冠面积由于一般没有相应的解析公式, 故用蒙特卡罗方法计算出来的结果正确与否宜从逻辑关系上去判断。在本例中, 最简单的一个判据是: ①它应该大于由式 (10) 构成的柱面切割下来的球面面积, 用蒙特卡罗方法可以算出该球面面积为 37.3407; ②它应该小于由 $x = \pm 4.4395$ 、 $y = \pm 2.7636$ 构成的柱面切割下来的球面面积。利用 MATLAB 提供的双重积分命令 `qblquad()`, 可以得到该项结果为 52.8489。以上两个值分别小于和大于从前面计算出来的锥体上切割下来的球面面积 41.0556, 这说明用蒙特卡罗方法计算出来的结果在逻辑关系上是成立的。

4 结束语

蒙特卡罗方法的主要理论基础是概率论中的大数定理, 也就是用大量的统计模拟去逼近原问题的近似解。它具体到求定积分, 就是做大量而简单的重复抽样。这种方法适应性强, 用程序实现非常简便。对于非圆孔径冷屏对应的球冠面积即式 (2) 的计算, 只要能给出冷屏孔径投影区域 D 的描述, 就可以使用该方法。相比之下, 其他的求解定积分的数值方法则很受投影区域 D 形状的限制。

参考文献

- [1] John Lester Miller. Principles of Infrared Technology, A Practical Guide to the State of the Art [M]. Chapman and Hall, New York, 1994.
- [2] E L Dereniak, G D Boreman. Infrared Detectors and Systems [M]. John Wiley & Sons, Inc., New York, 1996.
- [3] Dale Varberg, Edwin J Purcell, Steven E Rigdon. Calculus (英文版, 第 8 版) [M]. 北京: 机械工业出版社, 2003.
- [4] W H Press, S A Teukolsky, W T Vetterling, et al. C

语言数值算法程序大全 (第二版) [M]. 北京: 电子工业出版社, 1995.

- [5] 杨华中, 汪蕙. 数值计算方法与 C 语言工程函数库 [M]. 北京: 科学出版社, 1996.

- [6] E B Magrab, S Azarm, B Balachandran, et al. MATLAB 原理与工程应用 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2002.

- [7] 薛定宇, 陈阳泉. 高等应用数学问题的 MATLAB 求解 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.

新闻动态 News

采用渐变吸收层的 nBn 红外探测器

据 www.techbriefs.com 网站报道, 美国宇航局喷气推进实验室对一种 nBn 红外探测器的基本结构进行了改进。其中, n 型半导体接触层将被具有适当掺杂梯度的 n 型 III-V 族合金半导体渐变层 (三元或四元) 所取代。所谓的 “nBn” 描述了改进前器件局部的基本结构: 一个电子势垒层 (“B”) 处于两个 n 型层 (“n”) 之间, 如图 1 中上半部分所示。在这两个 n 型层中, 一个是光子吸收层, 另一个是用于采集光电流的接触层。

改进前, 该器件的基本结构采用了少数载流子传导, 以致在给定温度下它的暗电流比其他类型的红外探测器要低几个量级, 同时其信噪比也高很多。因此, 只需采用较少的制冷技术 (所需的制冷设备也更少, 功耗也更小) 就能达到设定的性能水平。 (原则上, 采用 “pBp” 结构的器件也能达到相同的功效, 这是由于它在两个 p 型层之间也有一个势垒层。) 经过改进后, nBn 光电探测器就能够同现有的紧凑型热电制冷器结合起来以适应各种各样的红外成像应用, 其中包括行星探索、工业质量控制、污染监测、消防、执法和医学诊断等。

改进措施针对的是原器件基本结构中的某一部分, 该部分使器件在探测波长短于 $3.4\mu\text{m}$ 或 $4.4\mu\text{m}$ 的光子时的优势受到了限制。这两个波长与两种特定成分的半导体合金 (分别为 InAs 和 InAsSb) 的带隙相对应, 这两种合金中的任何一种都可用于光子吸收层, 而且也是仅有的两种可提供所需能带结构的合金, 那样的能带结构既能让器件获得足够的光生电流, 又能用 AlSb 势垒层来减少暗电流。当光子波长为其他值时, 根据能带排列的类型, 势垒层上会出现捕捉空穴的价带势阱。不幸的是, 空穴一旦被价带势阱捕获, 由空穴隧穿至导带所产生的空穴光电流就会减少, 而 Bn (即势垒与 n 型接触)

界面处却会聚集电荷。

图 1 下半部分描述的是经改进后的器件结构中的能带结构。其中, 具有适当掺杂梯度 (由非掺杂渐变至掺杂) 的 n 型 III-V 族合金接触层取代了普通的 n 型接触层。在适当的偏置条件下, 价带的势降可以消除。在图 1 中未显示的改进方法中, 光子吸收层被喇嘛应变层超晶格所取代。对于这两种改进方法, 渐变结构和喇嘛结构均可提供有助于少数载流子高效传输的能量斜坡。其中, 价带空穴的捕获及其引起的不利影响都将被消除。

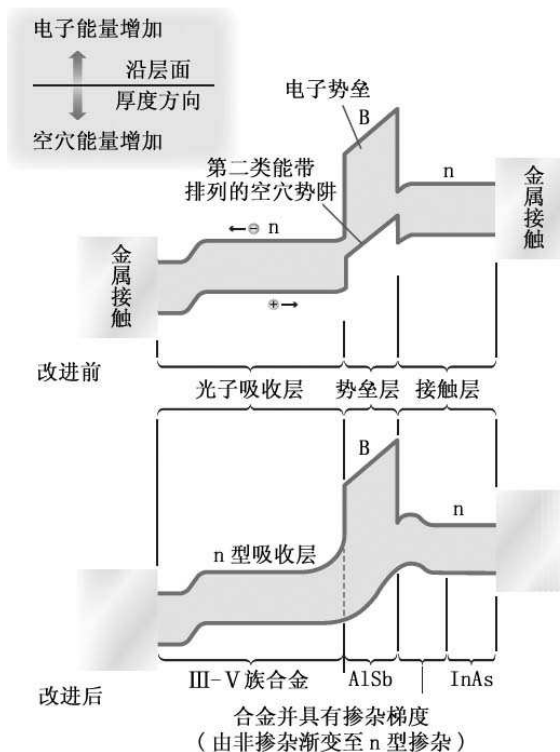


图 1 改进前后、均由金属接触提供偏压的 nBn 结构型光电探测器的能带简示图 (非按比例绘制)

□ 岳桢千