

文章编号: 1672-8785(2009)09-0046-03

用 MATLAB 求解一般形式的电中性方程

王忆锋

(昆明物理研究所, 云南昆明 650223)

摘 要: 介绍了一种利用 MATLAB 求解一般形式的半导体电中性方程的简单方法。与其他方法相比, 该方法具有使用便捷、速度快等优点。

关键词: 载流子浓度; 电中性方程; MATLAB

中图分类号: O471 **文献标识码:** A

Solving Generalized Neutrality Equation with MATLAB

WANG Yi-feng

(Kunming Institute of Physics, Kunming 650223, China)

Abstract: A simple method for the calculation of generalized neutrality equation of semiconductor is presented. It is fast and convenient compared with other methods in versatility and speed.

Key words: carrier concentration; neutrality equation; MATLAB

1 引言

在热平衡状态下, 半导体处于电中性状态, 净电荷密度为零。电中性条件决定了热平衡状态电子浓度和空穴浓度是掺杂浓度的函数。由电中性条件可以列出一个电中性方程。一般形式的电中性方程属超越方程, 不易求解析解。利用 MATLAB 容易对其做数值计算。

2 一般形式电中性方程的推导^[1,2]

如图 1 所示, 采用近年来较为流行的记号, 引入

$$\begin{cases} E'_F = E_F - E_v \\ E_g = E_c - E_v \\ E_i = E_c - E_D \\ E'_i = E_A - E_v \end{cases} \quad (1)$$

式中, E'_F 为以受主能级为基点计算的费米能级, E_F 为费米能级, E_v 是价带顶的能量; E_g 为禁带宽度, E_c 是导带底的能量; E_i 为施主

的电离能, E_D 为施主能级; E'_i 为受主的电离能, E_A 为受主能级。故有

$$\begin{cases} E_g - E'_F = E_c - E_F \\ E_g - E_i - E'_F = E_D - E_F \\ E'_F - E'_i = E_F - E_A \end{cases} \quad (2)$$

设 n 为导带电子浓度, 在一般条件下有

$$n = N_c \exp\left(-\frac{E_c - E_F}{k_B T}\right) \quad (3)$$

式中, N_c 为导带有效状态密度, k_B 为玻尔兹曼常数, T 为温度。

设施主杂质浓度为 N_D , 则施主能级上的电子浓度 (即未电离的施主杂质浓度) n_D 可以用费米能级 E_F 表示为

$$n_D = \frac{N_D}{1 + \exp\left(\frac{E_D - E_F}{k_B T}\right)} \quad (4)$$

在完全未激发的情况下, 施主都带有电子, 处于电中性状态, 导带则是空的。这时电中性条件可

收稿日期: 2008-06-25

作者简介: 王忆锋 (1963-), 男, 湖南零陵人, 高级工程师, 主要从事器件仿真研究。E-mail: wangyifeng63@sina.com

以写为

$$N_c \exp\left(-\frac{E_c - E_F}{k_B T}\right) = \frac{N_D}{1 + \exp\left(\frac{E_D - E_F}{k_B T}\right)} \quad (5)$$

在弱电离的情况下, 上式右端分母中的 1 可以忽略, 故有

$$N_c \exp\left(-\frac{E_c - E_F}{k_B T}\right) = N_D \exp\left(-\frac{E_D - E_F}{k_B T}\right) \quad (6)$$

两边取对数后, 可得

$$E_F = \frac{E_c + E_D}{2} + \frac{1}{2} k_B T \ln\left(\frac{N_D}{N_c}\right) \quad (7)$$

将弱电离情况下导带中的电子浓度记为 n_w , 根据式 (3)、式 (5) 和式 (7) 可以写出

$$n_w^2 = N_c N_D \exp\left(-\frac{E_i}{k_B T}\right) \quad (\text{弱电离}) \quad (8)$$

另外, 本征载流子浓度 n_i 可以写为

$$n_i^2 = N_c N_v \exp\left(-\frac{E_g}{k_B T}\right) = np \quad (9)$$

式中, p 为价带中的空穴浓度。

类似地, 设受主杂质浓度为 N_A , 则受主能级上的空穴浓度 (即未电离的受主杂质浓度) p_A 可以用费米能级 E_F 表示为

$$p_A = \frac{N_A}{1 + \exp\left(\frac{E_F - E_A}{k_B T}\right)} \quad (10)$$

另外, 对于弱电离情况下价带中的空穴浓度 p_w , 可以写出下列关系

$$p_w^2 = N_v N_A \exp\left(-\frac{E'_i}{k_B T}\right) \quad (\text{弱电离}) \quad (11)$$

在热平衡状态下, 半导体处于电中性状态, 即其中的正、负电荷数相等,

$$n + N_A + n_D = p + N_D + p_A \quad (12)$$

根据上述有关结果, 可以列出

$$n + \frac{1}{\frac{1}{N_A} + \frac{n_i^2}{p_w^2} \frac{1}{n}} = \frac{n_i^2}{n} + \frac{1}{\frac{1}{N_D} + \frac{1}{n_w^2} n} \quad (13)$$

这是一个关于 n 的一元四次方程, 其求解比较复杂^[2], 可用方法有图解法、解析法等。文献^[2]根据各种参数条件, 按照 n^4 型、 n^3 型和 n^2 型对式 (13) 做近似分类, 分别给出了 16 个解析计算公式。

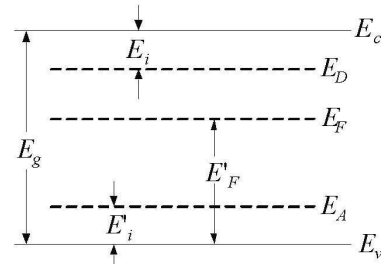


图 1 能级结构示意图

3 一个具体算例

用 MATLAB 直接对式 (13) 做符号计算, 所得解析结果十分冗长, 几乎没有可读性或可用性。但是, 用 MATLAB 提供的 solve() 命令, 则很容易做数值求解。作为一个算例, 取 $N_A = 10^{14}/\text{cm}^3$, $N_D = 10^{15}/\text{cm}^3$, $E_i = E'_i = 0.04\text{eV}$, $E_g = 0.72\text{eV}$, $T = 600\text{K}$, $N_c = N_v = 4.831 \times 10^{15} T^{3/2}$, $k_B = 8.625 \times 10^{-5} \text{eV/K}$, 根据式 (8)、式 (9) 和式 (11) 中的相应关系计算出 n_i^2 、 n_w^2 和 p_w^2 , 将所得结果代回式 (13) 可得到一个关于 n 的一元四次方程:

$$n + \frac{1}{10^{-14} + \frac{1.3951}{n}} = \frac{4.5727 \times 10^{33}}{n} + \frac{1}{10^{-15} + 3.0509 \times 10^{-35} n}$$

对方程, 在 MATLAB 中输入下列语句

```
>> n=solve('n+1/(1e-14+1.3951/n)-4.5727e+033/n-1/(1e-15+n*3.0509e-035)=0','n'), 结果为
```

```
n =
[-32778213258126115804.711058098810]
[-67172322771716657.613063788076013]
[-139509574352177.01970115920890259]
[68072299145363045.715713307985293]
```

具有物理意义的是最后一个结果, 即 $n = 6.8072 \times 10^{16}$, 文献^[2]中给出的结果为 $n = 6.8080 \times 10^{16}$, 可见两者十分接近。

4 结论

在有关 PN 结和其他半导体器件的分析讨论中, 费米能级 E_F 是一个重要参数, 它可以用来形象地描述半导体材料与器件的特征^[4]。根据式 (3) 可以写出

$$E_F = E_c + k_B T \ln \left(\frac{n}{N_c} \right) \quad (14)$$

通过求解电中性方程, 得到半导体中的导带电子浓度 n 后, 按照上式即可求出费米能级 E_F 。与图解法或解析法相比, 上述计算方法具有简单、快捷的特点。

~~~~~

## 简讯 News

### Ulis 公司开发 17 $\mu$ m 像元间距的红外传感器

据《Laser Focus World》杂志报道, 法国探测器制造商 Ulis 公司今年推出了一款第四代红外探测器。这种 XGA 规格 (1024 $\times$ 768)、17 $\mu$ m 像元间距的传感器能够在红外监视应用中进行高清晰度成像。

这种非制冷大规格红外探测器是通过将非晶硅 (Si) 材料以单片的形式集成于硅 CMOS 衬底之上而制成的, 该衬底包含了采用标准光刻技术绘制的读出集成电路 (ROICs)。由于非晶硅在 -30 $^{\circ}$ C 到 +80 $^{\circ}$ C 之间具有恒定而均匀的激活能, 所以在这 110 $^{\circ}$ C 的温度范围内, 微小的温度变化 (小于 1%) 意味着探测器并不需要热电制冷 (如图 1 所示)。

#### 提取微弱信号

当像元的尺寸减小后, 每个像元中可提取的信号电平也随之减小。在减去通常的背景电流后, 17 $\mu$ m 像元间距探测器的 ROIC 设计能对微测辐射热计的热信号进行积分。然后, 该信号被取样和逐行延迟, 并被以多路传输的方式输出。因为 ROIC 只需要 3.6V 的偏压信号, 所以 30Hz 的视频输出仅需要 140mW 的功耗。它可通过缩小图像的规格, 并以更快的帧速率来读取逐行用脉冲偏置的像元阵列中的图像数据, 其读取方向可以是横向的, 也可以是纵向的。

由于非晶硅的响应率均匀性高, 用这种传感器进行的普通成像试验便获得了 15.5mV/K 的平均响应率和超过 100 $^{\circ}$ C 的动态范围。1024 $\times$ 768 像元探测器的像元缺陷率通常低于 0.5%, 这与用于数码相机的硅 COMS 传感器类似。

## 参考文献

- [1] 黄昆, 谢希德. 半导体物理学 [M]. 北京: 科学出版社, 1958.
- [2] 褚君浩. 窄禁带半导体物理学 [M]. 北京: 科学出版社, 2005.
- [3] E B Magrab, S Azarm, B Balachandran, 等. MATLAB 原理与工程应用 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2002.
- [4] Donald A Neamen 著, 赵毅强, 姚素英, 解晓东, 等译. 半导体物理与器件 (第三版) [M]. 北京: 电子工业出版社, 2005.

Ulis 公司在研制像元尺寸为 45 $\mu$ m 到 17 $\mu$ m 的各种非制冷红外焦平面阵列方面所获得的经验表明, 光刻分辨率的不断提高产生出特征尺寸更小的像元, 但这不会牺牲探测器的占空因数。实际上, 光刻分辨率的提高允许某些图案特征缩减尺寸, 这能够补偿因像元尺寸减小而减少的光学采集面积以及随之增加的噪声。例如, 非制冷红外像元是由一个吸收器和一个温度计 (用非晶硅制成) 构成的, 它们都集成在 COMS 读出电路的顶部。为了确保吸收器在吸收红外光时有较大的温度变化, 支撑悬浮结构的温度计电接触必须是耐热的。通过改进光刻技术来控制图案特征, 从而提高吸收器的热绝缘, 这是增强信号的可行性手段之一。

今后, 该公司计划将 17 $\mu$ m 像元间距扩展至较小规格的 640 $\times$ 480 阵列, 接着是 320 $\times$ 240 和 160 $\times$ 120 阵列, 这能把每块晶片加工成更多的小片, 从而降低芯片的成本。相关人员表示, 因为非晶硅技术是基于标准微电子技术并采用相同的设备和工艺, 所以它能够大批量生产和减小像元间距的尺寸。他们将继续推进像元尺寸上的缩减, 其极限将是由灵敏度、尺寸、复杂性和成本共同作用的结果。

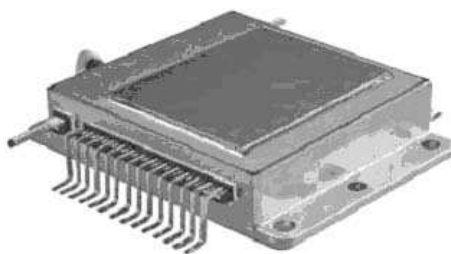


图 1 采用标准 CMOS 工艺制备、像元间距为 17 $\mu$ m、像元缺陷率超低、尺寸小且不需要热电制冷、适用于高清晰度监视的红外探测器

□ 岳桢干