

文章编号: 1672-8785(2009)07-0042-03

利用多项式拟合和 MATLAB 估算红外成像系统的归一化噪声功率谱

王忆锋

(昆明物理研究所, 云南昆明 650223)

摘 要: 归一化噪声功率谱是一个出现在红外成像系统信噪比定义公式中的函数, 文献中一般少有提及如何求解或获得该函数的具体表达式。介绍了一种估算红外成像系统归一化噪声功率谱函数的实用方法。该方法基于数值逼近原理, 可通过多项式拟合函数和 MATLAB 来实现, 具有简单、易用的特点。

关键词: 噪声功率谱; 多项式拟合; 红外成像系统; MATLAB

中图分类号: O472 **文献标识码:** A

Estimation of Normalized Noise Power Spectrum of Infrared Imaging System with Polynomial Fitting and MATLAB

WANG Yi-feng

(Kunming Institute of Physics, Kunming 650223, China)

Abstract: The normalized noise power spectrum is a function that appears in the definition formula for the signal-to-noise ratio of an infrared imaging system. It is seldom mentioned that how to solve or obtain the detailed expression of this function in references. A practical method for the estimation of normalized noise power spectrum of an infrared imaging system is presented. It is based on numerical approximation and can be implemented with the polynomial fitting function and MATLAB. The method is simple and easy to use.

Key words: noise power spectrum; polynomial fitting; numerical approximation; infrared imaging system; MATLAB

1 引言

在红外成像系统中, 信噪比定义为^[1]

$$SNR = \frac{D^* P}{A_d^{1/2} \left[\int_0^\infty s(f) MTF_{elec}^2(f) df \right]^{1/2}} = \frac{D^* P}{(A_d \Delta f_n)^{1/2}} \quad (1)$$

式中, D^* 为归一化探测率, P 为入射在探测器上的辐射功率, A_d 为探测器面积, $s(f)$ 为归一

化噪声功率谱, f 为时间频率, $MTF_{elec}(f)$ 为电子信号处理系统的传递函数, Δf_n 为噪声等效带宽, 它由下式给出

$$\Delta f_n = \int_0^\infty s(f) MTF_{elec}^2(f) df \quad (2)$$

在实践中, Δf_n 是一个可计算或测量的量值^[2]。但在已知 Δf_n 的情况下, 对如何计算式(2)中的归一化噪声功率谱函数 $s(f)$ 这一问题, 在文献中似少有提及。本文介绍了一种利用 MATLAB 和多项式拟合求解 $s(f)$ 的简易计算方法。

收稿日期: 2009-01-19

作者简介: 王忆锋 (1963-), 男, 湖南零陵人, 高级工程师, 主要从事器件仿真研究。E-mail: wangyifeng63@sina.com

2 分析方法

在式 (2) 中, 欲求解的函数 $s(f)$ 出现在积分号中。在积分号内出现未知函数的方程称为积分方程^[3]。积分方程有多种形式。式 (2) 可视为一种形式最简单的积分方程, 但是此类方程的求解方法在积分方程的著述中多无涉及。

式 (2) 的左端是一个无穷积分。根据数值逼近理论, 无穷积分可以按极限过程来计算^[4]。令 $0 < r_1 < r_2 < \dots$ 是一个趋于无穷的序列, 根据积分性质可以写出

$$I = \int_0^{\infty} f(x)dx = \int_0^{r_1} f(x)dx + \int_{r_1}^{r_2} f(x)dx + \dots + \int_{r_m}^{r_{m+1}} f(x)dx + \dots \quad (3)$$

式中右端的每一项积分都是正常积分。在实践中常做如下判断: 当 $\int_0^{r_{m-1}} f(x)dx \approx \int_0^{r_m} f(x)dx$ 时就停止计算, 并且认为

$$I = \int_0^{\infty} f(x)dx \approx I_m = \int_0^{r_m} f(x)dx \quad (4)$$

r_m 可以取为 2^m , 或者根据实际情况选取一个正常数 C 。于是式 (2) 可以等价地写为

$$\int_0^{\infty} s(f)MTF_{elec}^2(f)df \approx \int_0^C s(f)MTF_{elec}^2(f)df = \Delta f_n \quad (5)$$

红外探测器输出的信号十分微弱, 可低至微伏或纳伏数量级。为了实现对微弱信号的处理, 红外成像系统中一般使用了包括前置放大、自动增益控制、多路传输、线性变换等在内的各种电路。这些电路可以看作是低通、高通、全通超前、高频提举等滤波器的组合。具体计算公式

可见参考文献 [1、5], 这里不逐一列出。信号处理系统的调制传递函数 MTF_{elec} 即为所用各电路的 MTF 之积, 这是一个非负而又小于 1 的单调变化的函数。

3 一个算例

$s(f)$ 的求解思路可以用一个算例来说明。利用 MATLAB 的积分命令 `int()` 可以计算出^[6]

$$\int_0^{\infty} \exp(-f)MTF_{elec}^2(f)df \approx \int_0^{10} \exp(-f)MTF_{elec}^2(f)df = 0.621450 \quad (6)$$

式中

$$MTF_{elec}(f) = \frac{1}{\sqrt{1+f^2}} \quad (7)$$

现在要求出满足下列关系

$$\int_0^{\infty} s(f)MTF_{elec}^2(f)df \approx \int_0^{10} s(f)MTF_{elec}^2(f)df = 0.621450 \quad (8)$$

的 $s(f)$ 。设 $s(f)$ 是一个单调变化的函数, 将其用多项式函数表示为

$$s(f) = c_1 f^6 + c_2 f^5 + c_3 f^4 + c_4 f^3 + c_5 f^2 + c_6 f + c_7 \quad (9)$$

上式中的 $c_1, c_2, \dots, c_7$ 为待定系数。为了确定这些系数, 根据式 (5), 可以写出

$$\int_0^{10} s(f)MTF_{elec}^2(f)df = \int_0^{11} \dots = \int_0^{12} \dots = \dots = \int_0^{17} s(f)MTF_{elec}^2(f)df = \Delta f_n \quad (10)$$

将 $s(f)$ 分别代入上述各等量关系, 可得

$$\begin{cases} c_1 I_{1,1} + c_2 I_{1,2} + c_3 I_{1,3} + c_4 I_{1,4} + c_5 I_{1,5} + c_6 I_{1,6} + c_7 I_{1,7} = 0.621450 \\ c_1 I_{2,1} + c_2 I_{2,2} + c_3 I_{2,3} + c_4 I_{2,4} + c_5 I_{2,5} + c_6 I_{2,6} + c_7 I_{2,7} = 0.621450 \\ \dots \\ c_1 I_{7,1} + c_2 I_{7,2} + c_3 I_{7,3} + c_4 I_{7,4} + c_5 I_{7,5} + c_6 I_{7,6} + c_7 I_{7,7} = 0.621450 \end{cases} \quad (11)$$

式中

$$I_{1,1} = \int_0^{10} f^6 MTF_{elec}^2 df, I_{1,2} = \int_0^{10} f^5 MTF_{elec}^2 df, \\ \cdots, I_{1,7} = \int_0^{10} MTF_{elec}^2 df, \cdots \quad (12)$$

利用 MATLAB 的积分命令 `int()` 容易算出这些积分的值。式 (11) 是七元一次方程, 将其写为矩阵形式, 则有

$$\begin{bmatrix} I_{1,1} & I_{1,2} & \cdots & I_{1,7} \\ I_{2,1} & I_{2,2} & \cdots & I_{2,7} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ I_{7,1} & I_{7,2} & \cdots & I_{7,7} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_7 \end{bmatrix} = 0.621450 \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \quad (13)$$

在 MATLAB 中写出这些矩阵后, 调用除法命令 “`\`”, 即可算出 c_1 、 c_2 、 $\cdots$ 、 c_7 的值, 从而得到 $s(f)$ 的表达式。在此例中有

$$s(f) = 1.6073 \times 10^{-7} f^6 - 1.2524 \times 10^{-5} f^5 \\ + 4.0503 \times 10^{-4} f^4 - 6.9577 \times 10^{-3} f^3 \\ + 6.6960 \times 10^{-2} f^2 - 0.34227 f + 0.72598 \quad (14)$$

上式中的各项系数小数点后取四位并做了四舍五入。这样处理后, 代入式 (8) 得到的结果是 0.621469, 即在最后两位产生了误差。实际上 MATLAB 给出的结果小数点后有 32 位, 如果照此计算, 可以准确地得到 0.621450。本例中, 如果用高于 6 次的多项式去拟合 $s(f)$, 重做上述分析过程, 可以发现实际上并无差异, 因为高于 6 次的多项式系数均被置零。

图 1 为拟合函数曲线 $s(f)$ 与原型函数曲线 $\exp(-f)$ 的比较。可以看出, 两条曲线并没有完全重合, 但 $s(f)$ 基本上反映了 $\exp(-f)$ 的变化趋势和形态。尽管实际上无法进行这样的比较, 因为原型函数 $\exp(-f)$ 本身就是要求解的未知对象。但确实可以找到一个满足式 (5) 的函数 $s(f)$, 它与实际系统的噪声功率谱函数相近或相同。

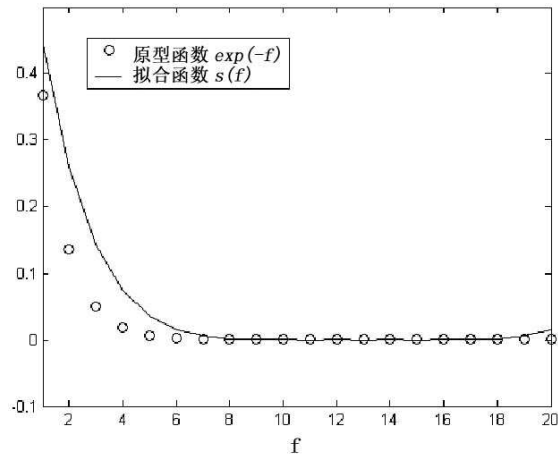


图 1 算例中拟合曲线与原型曲线的比较

4 结束语

噪声等效带宽 Δf_n 是系统实际性能参数的一种描述, 出现于 Δf_n 定义式中的 $s(f)$ 的存在性应是没有疑义的, 这是本文所述分析方法合理性成立的前提。这样一个估算过程可以通过编写一个程序来实现。如果遍历相当大的一个空间后仍然找不到这样一个函数 $s(f)$, 或许意味着其中所用的 MTF 函数模型有可调整之处。

参考文献

- [1] M C Dudzik. Infrared & Electro-Optical Systems Handbook Vol4: Electro-Optical Systems Design, Analysis, and Testing [M]. SPIE Optical Engineering Press, 1993.
- [2] 杨宜禾, 岳敏, 周维真. 红外系统 (第 2 版) [M]. 北京: 国防工业出版社, 1995 10.
- [3] 魏培君. 积分方程及其数值方法 [M]. 北京: 冶金工业出版社, 2007 8.
- [4] 李岳生, 黄友谦. 数值逼近 [M]. 北京: 人民教育出版社, 1978.
- [5] 杨宜禾, 岳敏, 周维真. 红外系统 (第 2 版) [M]. 北京: 国防工业出版社, 1995 10.
- [6] E B Magrab, S Azarm, B Balachandran, et al. MATLAB 原理与工程应用 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2002.