文章编号: 1672-8785(2014)09-0019-04

空间光学遥感器光学镜面有限元 分析结果的后处理

田富湘 何 欣

(中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 吉林长春 130033)

摘 要: 光学镜面是空间光学遥感器的重要组成部件,刚体位移和面形误差是评价其 环境适应性的重要指标。介绍了一种从 Pantran/Nastran 软件的有限元分析结果中提取 光学镜面的刚体位移和面形误差的方法。首先对 Patran 输出的原始数据进行预处理, 消除原始数据误差; 然后采用坐标变换法计算光学镜面的刚体位移,并通过法方程法 直接进行求解,没有出现病态矩阵问题; 最后通过球面方程拟合法计算光学镜面的面 形误差,将球面拟合问题转换成 3 变量最优化问题再进行处理,并采用高斯 - 牛顿法 进行数值迭代求解。经工程实践证明,该方法具有计算简洁准确、计算速度快等特点。

关键词:光学镜面;刚体位移;法方程法;面形误差;高斯-牛顿法

中图分类号: TH706 文献标志码: A DOI: 10.3969/j.issn.1672-8785.2014.09.005

Post-processing of FEA Results of Optical Mirrors for Space Remote Sensor

TIAN Fu-xiang, HE Xin

(Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China)

Abstract: Optical mirrors are the important components of a space remote sensor. Their rigid body displacement and surface figure errors are the key indexes for evaluating their environment adaptability. A method for extracting the rigid body displacement and surface figure errors of mirrors from the Finite Element Analysis (FEA) result by the Pantran/Nastran software is presented. First, the raw data output from Patran/Nastran are preprocessed to eliminate their error. Then, a coordinate transformation method and a method of normal equations are used to calculate the rigid body displacement. No ill conditioned matrix problems are found in calculation. Finally, a spherical fitting method is used to calculate the surface figure error. The spherical fitting problem is converted to the optimization problem with three variables and the Gauss-Newton method is used to carry out numerical calculation. The experimental result shows that this method is concise, accurate and fast.

Key words: optical mirror; rigid body displacement; method of normal equations; surface figure error; Gauss-Newton method

收稿日期: 2014–07–03

作者简介:田富湘(1983-),男,福建大田人,助理研究员,主要从事空间光学仪器结构设计方面的研究。 E-mail:tianfuxiang@foxmail.com

0 引言

从研制到在轨运行,空间光学遥感器需要 经历实验室、运输、发射以及轨道等各种环境, 所以它们必须能够承受严酷的力学及热学环境 的考验^[1]。因此,在空间光学遥感器的设计过 程中,研究人员须对其环境适应性进行充分的 分析和验证。作为空间光学遥感器的重要光学 元件,光学镜面的环境适应性分析显得尤其重 要。光学镜面在不同环境中的力学或热学载荷 的作用下会发生变形。该变形包括刚体位移和 表面畸变^[2]。光学设计对每个光学镜面的刚体 位移及表面畸变均有严格的公差要求。目前,

一般通用的有限元分析软件如 Patran/Nastran 和 ANSYS 等都不能从分析结果中直接得到光学镜 面的刚体位移和表面畸变。因此,我们有必要研 究一种可从有限元分析结果中将光学镜面的刚 体位移和表面畸变分离开来的算法,以指导光 机结构的设计和装调。

文献 [2] 和文献 [3] 对光学镜面的刚体位移 计算方法进行了研究, 两者均采用了齐次坐标变 换方法。前者的最小二乘解采用"下山法"进行 迭代计算, 而后者则采用多元函数求极值计算方 法求出最小二乘解。光学镜面的表面畸变一般用 面形误差的均方根值和峰谷值表示。文献 [3] ~ 文献 [6] 对光学镜面的面形误差进行了分析。他 们主要研究了典型的球面镜镜面的面形误差计 算方法。这些计算方法包括坐标变换法、Zernike 多项式拟合法和球面方程拟合法等。其中, 坐标 变换法忽略了球面镜镜面变形时的半径变化, 其结果与实际镜面面形检测结果之间存在一定

的偏差,因此使用较少。Zernike 多项式是一种描述波前像差的常用方法,与 Seidel 像差存在对应关系,但用 Zernike 多项式对镜面面形误差进行计算比较复杂,而且结构设计人员一般不太关心由镜面变形所引起的像差的具体类型。球面方程拟合法与工程中用干涉法检测镜面面形误差的过程类似,其球面拟合过程就相当于干涉检验时的光路调整过程^[4]。根据所选球面方程

形式的不同,球面拟合可采用线性最小二乘法 和非线性最小二乘法。用线性最小二乘法进行 球面拟合所得的镜面面形误差值会稍稍偏大一 些^[6]。文献^[2]和文献^[5]采用非线性最小二乘 法进行了球面拟合,并通过"下山法"和一维搜 索法进行了数值计算。其迭代次数较多,计算量 较大。本文将以用 Patran/Nastran 软件对光学镜 面进行有限元分析为例,提出一种更为简洁、计 算量更小的光学球面镜镜面的刚体位移和面形 误差计算方法。

1 数据预处理

每个用 Patran 软件建立的有限元模型都对 应一个全局模型公差。如果有限元模型中节点 与某个面的距离在公差范围内,那么 Patran 软 件则认为该节点就是这个面上的点^[7]。因此, 由 Patran 有限元模型输出的光学镜面变形前的 原始节点坐标与理论值之间存在误差。该误差 的最大值处在全局模型公差范围之内,如图1所 示。光学镜面在载荷作用下产生的刚体位移和 面形误差都很小,尤其是面形误差均方根值的 计算精度一般都要求优于1nm,而 Patran 全局 模型公差一般都设定成大于微米级。因此,需要 对 Patran 输出的原始节点坐标进行预处理,以 使其满足计算精度要求。处理方法有以下两种:

(1)根据已知的理论球面镜球心坐标和半径,对Patran输出的原始节点数据进行筛选,选取误差小于要求值的节点。



图 1 Patran 输出的镜面原始节点到镜面的距离

(2) 沿光轴方向将 Patran 输出的原始节点向 理论球面镜面投影。由于投影后的节点与原始 节点距离很近,可以认为投影后的节点与原始 节点在载荷作用下的变形量相等。

第一种方法可能会出现由于 Patran 输出的 原始节点中符合要求的节点较少而导致计算结 果不准确的情况。因此,本文选择第二种方法, 其计算过程如下:假设球面镜的光轴与 z 轴平 行,则原始节点中的 x 轴和 y 轴坐标保持不变, z 轴坐标取为

$$z'_{i} = \pm \sqrt{R_{0} - (x_{i} - x_{0})^{2} - (y_{i} - y_{0})^{2}} + z_{0} \qquad (1)$$

式中, x_0 、 y_0 、 z_0 和 R_0 分别为变形前镜面球心的 x 轴、y 轴和 z 轴坐标值以及球面半径; x_i 、 y_i 和 z_i 分别为第 i 个节点的 x 轴、y 轴和 z 轴坐 标值; z_i 为处理后第 i 个节点的 z 轴坐标值; \pm 号根据 z_i 与 z_0 的大小来选取,若 $z_i \ge z_0$,取正 号,反之则取负号。

2 刚体位移

光学镜面的刚体位移包括平移、离轴和倾 斜,可借助齐次坐标变换方法来表示。相同的空 间位置变化相对于不同坐标系的刚体位移并不 一样。用于计算光学镜面刚体位移的参照坐标 系一般定义在光学镜面的顶点上,其 Z 轴与光 轴重合。假设光学镜面在载荷作用下产生的刚 体位移为沿 x 轴、y 轴和 z 轴分别平移 d_x、d_y和 d_z ,绕x轴、y轴和z轴分别旋转 θ_x 、 θ_u 和 θ_z ,通 过齐次坐标变换可得刚体位移前后各节点坐标 值的关系式。在一般情况下,齐次坐标的变换顺 序不同,所得的变换总矩阵也不同。由于光学镜 面在载荷作用下发生的刚体位移一般非常小, $\overline{\Pi}$ $\overline{\Pi}$ $\overline{\Pi}$ $\cos \theta_x = \cos \theta_y = \cos \theta_z = 1$, $\sin \theta_x = \theta_x$, $\sin \theta_{y} = \theta_{y}$ 、 $\sin \theta_{z} = \theta_{z}$,同时忽略高阶小量,于 是可得刚体位移前后各节点坐标值间的坐标变 换总矩阵与变换顺序无关。其坐标变换表达式 可统一表示为^[2]

$$\begin{bmatrix} x'_{i} \\ y'_{i} \\ z'_{i} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\theta_{z} & \theta_{y} & d_{x} \\ \theta_{z} & 1 & -\theta_{x} & d_{y} \\ -\theta_{y} & \theta_{x} & 1 & d_{z} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{i} \\ y_{i} \\ z_{i} \\ 1 \end{bmatrix}$$
(2)

http://journal.sitp.ac.cn/hw

式中, $[x_i \ y_i \ z_i]^T$ 为第 i 个原始节点的坐标; $[x'_i \ y'_i \ z'_i]^T$ 为变形后第 i 个节点的坐标。式 (2) 可 改写为

$$\begin{bmatrix} 0 & z_{i} & -y_{i} & 1 & 0 & 0 \\ -z_{i} & 0 & x_{i} & 0 & 1 & 0 \\ y_{i} & -x_{i} & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{x} \\ \theta_{y} \\ \theta_{z} \\ d_{x} \\ d_{y} \\ d_{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x'_{i} - x_{i} \\ y'_{i} - y_{i} \\ z'_{i} - z_{i} \end{bmatrix}$$
(3)

根据式(3),对于具有 n 个节点的光学镜面可得:

$$AX = B \tag{4}$$

式中,

$$A = \begin{bmatrix} 0 & z_{1} & -y_{1} & 1 & 0 & 0 \\ -z_{1} & 0 & x_{1} & 0 & 1 & 0 \\ y_{1} & -x_{1} & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & z_{n} & -y_{n} & 1 & 0 & 0 \\ -z_{n} & 0 & x_{n} & 0 & 1 & 0 \\ y_{n} & -x_{n} & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(5)
$$X = \begin{bmatrix} \theta_{x} \\ \theta_{y} \\ \theta_{z} \\ d_{x} \\ d_{y} \\ d_{z} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} x'_{1} - x_{1} \\ y'_{1} - y_{1} \\ z'_{1} - z_{1} \\ \vdots \\ x'_{n} - x_{n} \\ y'_{n} - y_{n} \\ z'_{n} - z_{n} \end{bmatrix}$$
(6)

式(4)为超定方程组。根据法方程法^[8],式(4)的最小二乘解为

$$X = (A^T A)^{-1} A^T B (7)$$

虽然式(7) 中*A^TA*所得矩阵的条件数较大, 有病态矩阵的嫌疑,可能无法直接通过法方程 法进行求解,但是经实践证明,通过式(7)得到 的计算结果的精度满足使用要求。其中,平移精 度优于 0.1 μm,转角精度优于 0.1"。

3 面形误差

本文采用球面方程拟合法计算光学镜面的

INFRARED (MONTHLY)/VOL.35, NO.9, SEP 2014

面形误差。其基本原理是,根据最小二乘法求出 受载变形后光学镜面的最佳拟合球面;变形后 光学镜面各节点与最佳拟合球面的距离即为变 形后光学镜面的面形误差。因此,采用球面方程 拟合法计算镜面面形误差的关键步骤就是要找 出变形后光学镜面的最佳拟合球面,其求解过 程可表示为以下最优化问题^[5]:

$$\begin{cases} \min_{t \in R^{3}} f(t) = \frac{1}{2} \mathbf{r}(t)^{T} \mathbf{r}(t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{m} [r_{i}(t)]^{2} \\ r_{i}(t) = R_{i}(t) - R_{0} \\ R_{i}(t) = \sqrt{(x_{i} - t_{1})^{2} + (y_{i} - t_{2})^{2} + (z_{i} - t_{3})^{2}} \\ R_{0} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} R_{i}(t) \end{cases}$$

$$(8)$$

式中, $r(t) = [r_1(t), r_2(t), \dots, r_m(t)]^T$; $t = [t_1, t_2, t_3]$ 分别为最佳拟合球面球心的 x , y , z 坐标值; $R_i(t)$ 为变形后光学镜面各节点到最佳拟合球面 球心的距离; R_0 为变形后光学镜面最佳拟合球 面的半径; m 为节点数。可以采用高斯 – 牛顿法 求解式 (8) 的数值解。高斯 – 牛顿迭代格式如下 [9]:

$$\boldsymbol{t}_{k+1} = \boldsymbol{t}_{k} - \left[J(\boldsymbol{t}_{k})^{T}J(\boldsymbol{t}_{k})\right]^{-1}J(\boldsymbol{t}_{k})^{T}\boldsymbol{r}(\boldsymbol{t}_{k}) \quad (9)$$

式中, J(t) 为 r(t) 的 Jacobi 矩阵:

$$J(t) = \begin{bmatrix} \frac{\partial r_1}{\partial t_1} & \frac{\partial r_1}{\partial t_2} & \frac{\partial r_1}{\partial t_3} \\ \frac{\partial r_2}{\partial t_1} & \frac{\partial r_2}{\partial t_2} & \frac{\partial r_2}{\partial t_3} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial r_m}{\partial t_1} & \frac{\partial r_m}{\partial t_2} & \frac{\partial r_m}{\partial t_3} \end{bmatrix}$$
(10)

根据式 (9),以变形前光学镜面的球心坐标 为初值,通过数值迭代计算可得变形后光学镜 面的最佳拟合球面。经工程实践证明,采用高斯 - 牛顿迭代格式求解式 (8)时收敛很快,一般迭 代1~2次就能收敛。光学镜面面形误差的 RMS 值和 PV 值可表示为

$$\text{RMS} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{m} [r_i(t)]^2}{m}}$$
(11)

$$PV = \max(r_i(t)) - \min(r_i(t))$$
(12)

本文根据最佳拟合球面的半径为变形后各 节点到最佳拟合球面球心距离的平均值这一隐 含关系,将球面拟合问题描述为式(8)所示的3 个变量的最优化问题。与文献[6]采用4变量相 比,本文方法的计算量较小。

4 结束语

本文以用 Pantran/Nastran 软件对光学镜面 进行有限元分析为例,介绍了一种可从有限元 分析结果中将光学镜面变形分离为刚体位移和 面形误差的方法。通过对 Patran 输出的节点数 据进行预处理,可以减小原始数据误差,从而保 证计算精度。采用坐标变换法计算光学镜面的 刚体位移,并通过法方程法直接进行求解。该方 法计算简洁,满足精度要求。通过球面方程拟合 法计算光学镜面的面形误差,将球面拟合问题 描述为3变量最优化问题。采用高斯 – 牛顿法 进行数值迭代求解,其迭代次数少,一般为1~ 2次。经工程实践证明,本文方法的计算结果准 确,计算速度快。

参考文献

- [1] 任建岳,陈长征,何斌,等. SiC和SiC/Al在TMA空 间遥感器中的应用[J]. 光学精密工程, 2008, 16(12): 2537-2543.
- [2] 李贤辉. 光机集成有限元分析光学面形后处理研究 与实现 [D]. 长春: 中国科学院长春光学精密机械与 物理研究所, 2004.
- [3] 张军强,董得义,吴清文,等.光学遥感器镜面面形 误差及刚体位移处理方法 [J]. 仪器仪表学报, 2011, 32(6): 242-247.
- [4] 李贤辉, 吴清文, 杨洪波. 光学工程分析中的镜面 面形处理新方法 [J]. 光学技术, 2003, 29(6): 56-60.
- [5] 吴清文. 镜面面型误差的曲面方程处理方法 [J]. 光
 学精密工程, 1998, 6(6): 752–756.
- [6] 田富湘,何欣,张凯,等. 空间相机反射镜镜面面 形处理 [J]. 光学仪器, 2012, 34(6): 5-9.
- [7] 刘兵山, 黄聪. Patran从人门到精通 [M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2003.
- [8] 吕震. 反求工程 CAD 建模中的特征技术研究 [D]. 杭州: 浙江大学, 2007.
- [9] 袁亚湘, 孙文瑜. 最优化理论和方法 [M]. 北京: 科学出版社, 1997.