

文章编号: 1672-8785(2013)05-0029-06

长波红外偏振探测的数学模型 分析与计算

刘宇轩 顾明剑

(中国科学院上海技术物理研究所, 上海 200083)

摘要: 为了分析研究长波红外偏振探测机理, 根据实际的探测结构, 建立了系统数学模型。运用相关公式对其中的各个因素进行了理论分析和数学计算, 分析得出了整个模型中的元器件对最终偏振探测结果的影响。根据分析结果, 提出了提高整个系统探测精度的相应方法与措施。本文的数学模型以及理论分析为整个长波红外偏振探测系统研究提供了一定的理论基础, 并为进一步的实验验证及实际应用提供了有一定参考意义的数据。

关键词: 长波红外; 偏振成像; 辐射计算

中图分类号: TN216

文献标识码: A

DOI: 10.3969/j.issn.1672-8785.2013.05.05

Analysis and Calculation of Mathematical Model of Long-wavelength Infrared Polarization Detection

LIU Yu-xuan, GU Ming-jian

(Shanghai Institute of Technical Physics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200083, China)

Abstract: To study the mechanism of long-wavelength infrared (LWIR) polarization detection, a mathematical model is established for the detection system according to its actual detection structure. Various factors in the structure are analyzed theoretically and calculated mathematically by using the related formulas. The influence of the components in the model on the final polarization detection result is obtained and the corresponding methods and measures for improving the detection precision of the whole system are proposed. The mathematical model and theoretical analysis result provide a certain theoretical basis for the study of the whole LWIR polarization detection system and provide referential data for the further experimental verification and practical application.

Key words: LWIR; polarization imaging; radiation calculation

0 引言

长波红外偏振探测是对目标自身的长波波段($6\text{ }\mu\text{m}$ – $15\text{ }\mu\text{m}$)辐射进行偏振信息的探测。这种探测可以同时获取被测目标的长波红外信息以及偏振信息, 在对地遥感和目标识别领域中具有极大的潜力。

长波红外辐射大部分来源于目标自身的辐射, 而不是通过太阳光的反射和散射来产生的, 所以与其它波段的红外辐射产生机理不同。一般被测目标为常温目标, 能量往往较低, 背景辐射会对测量结果产生较大的干扰。因此, 如何尽量消除背景辐射干扰是长波红外探测研究的重

收稿日期: 2013-04-15

作者简介: 刘宇轩(1988-), 男, 湖北宜昌人, 硕士研究生, 主要研究方向为长波红外偏振技术。

E-mail:acoscar@qq.com

要方向。

为了更好地研究长波红外的偏振探测机理，探讨系统中各种因素对探测效果的影响，本文建立了系统的数学模型，并对其中的各个因素进行理论分析和数学计算。

1 原理模型

1.1 模型构成

典型的长波红外偏振探测系统由以下几个元器件构成：被测目标、物镜（为方便计算，简化成一个理想薄透镜）、偏振片、探测器和镜筒。其原理如图 1 所示。

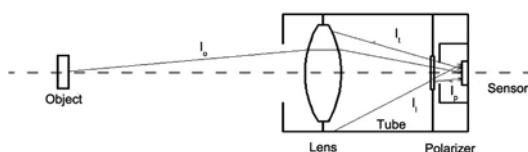


图 1 模型原理图

被测目标自身发出的辐射经过物镜的汇聚以及偏振片的起偏，在探测器上聚焦成像。最终进入到探测器上的辐射不仅仅来自于被测物体，还来自于镜头、偏振片以及镜筒等元件的自发辐射，这些辐射即为背景辐射。

1.2 参数设定

要研究系统中各个因素对偏振探测结果的影响，须先对整个系统的参数指标进行定量化设定，建立数学模型。系统的相关参数指标见表 1。

确定整个系统的参数指标后，再对各个元件的相关参数进行设定，具体参数见表 2。

根据给出的参数，可以确定系统焦距 f ：

$$f = \frac{d}{R} \cdot L \quad (1)$$

得到透镜与探测器的距离为 50 mm，同时设定偏振片与探测器的距离 l 为 20 mm。

至此，整个系统的数学模型已经构建起来。下面的小节中将根据此模型对探测系统进行偏振分析。

表 1 系统的性能指标

分辨率 R	0.02 m
探测距离 L	50 m
波长范围 $\lambda_1 \sim \lambda_2$	10~12 μm
探测温度 T	300 K

表 2 元件的相关参数指标

探测器	像元数	256×256
	像元尺寸 d	20 μm
被测目标	尺寸 a	0.02 m
	比辐射率 ε_o	0.8
	(矩形) 偏振度	0.02
物镜	偏振角	30°
	有效口径 D_l	20 mm
	透过率 τ_l	0.9
偏振片	比辐射率 ε_l	0.1
	有效口径 D_p	10 mm
	透过率 τ_p	0.5
镜筒	比辐射率 ε_p	0.5
	镜筒直径 D_t	30 mm
	比辐射率 ε_t	0.99

2 辐射能量计算

2.1 模型分析

由图 1 可知，进入探测器的能量除了目标辐射 (I_o) 外，还有透镜的自身辐射 (I_l)、偏振片的自身辐射 (I_p)、镜筒的自身辐射 (I_t) 以及其它杂散光。为了简化分析，这里不讨论其它经过反射等因素产生的杂散光。

假设被测目标发出的光为部分偏振光，透镜、偏振片和镜筒发出的光为自然光。

被测目标的光强 I_o 可以表示为^[1]

$$I_o = I_{on} + I_{op} \quad (2)$$

式中， I_{on} 为自然光的强度， I_{op} 为完全偏振光的强度。偏振度定义公式为

$$P = \frac{I_{op}}{I_{on} + I_{op}} \quad (3)$$

根据前面的设定，被测偏振方向为 30°。被测偏振度为 0.02，可以推出 $I_{on}=49I_{op}$ 。

来自被测目标的辐射能量在进入探测器之前会经过透镜和偏振片的两次衰减。其中，自然光经过偏振片时，会变成与偏振片偏振方向一致的偏振光，强度与偏振片的透过率有关；而完全偏振光的强度则要根据马吕斯定律来计算。镜筒及透镜的自身辐射只经过偏振片的一次衰减。

因此，探测器接收到的总能量为

$$I = I_{on}\tau_l\tau_p + I_{op}\tau_l \cos^2 \theta + I_l\tau_p + I_t\tau_p + I_p \quad (4)$$

式中， θ 为完全偏振光的振动方向与偏振片起偏方向的夹角。

下面将分别根据模型设定，计算式(4)中的各个辐射量。

2.2 计算公式

为了计算各个辐射分量，需要使用以下几个公式^[2]。

(1) 根据普朗克辐射定律，辐射通量密度 W 为

$$W_\lambda = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{ch/\lambda KT} - 1} \quad (5)$$

式中， W_λ 为光谱辐射通量密度，其单位为 $\text{W}\cdot\text{cm}^{-2}\cdot\mu\text{-}1$ ；T 为温度 K，c 为光速，取值为 $2.997925 \times 10^{10} \text{ cm}\cdot\text{sec}^{-1}$ ；h 为普朗克常数，取值为 $6.6256 \times 10^{-34} \text{ W}\cdot\text{sec}^2$ ；k 为玻尔兹曼常数，取值为 $1.38054 \times 10^{-23} \text{ W}\cdot\text{sec}\cdot\text{K}^{-1}$ 。

(2) 辐亮度公式

$$N = \frac{\varepsilon}{\pi} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} W_\lambda d\lambda = \frac{\varepsilon}{\pi} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{ch/\lambda KT} - 1} d\lambda \quad (6)$$

(3) 辐射功率公式

$$P = N \cdot A \cdot \Omega \cdot \cos \theta_2 \quad (7)$$

式中，A 为测量系统光学入瞳的面积； Ω 为测量系统的视场立体角； θ_2 为测量系统的视轴与辐射传输方向的夹角。

2.3 被测目标辐射计算

根据式(5)、(6)、(7)以及系统模型的参数设定，可计算被测目标的辐亮度：

$$N_0 = \frac{\varepsilon_0}{\pi} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} W_\lambda d\lambda = \frac{\varepsilon_0}{\pi} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{ch/\lambda KT} - 1} d\lambda \quad (8)$$

由此可解得 $N_0 = 15.246 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$ 。

由于被测目标尺寸 a 和透镜的口径 D_l 远远小于两者距离 L，因此可以看成是两个小面元之间的能量传输关系。面元面积和相距距离有关，所以辐射功率为

$$P_0 = \frac{N_0 a^2 \pi (\frac{D_l}{2})^2}{L^2} \quad (9)$$

可解得 $P_0 = 7.664 \times 10^{-10} \text{ W}$ 。

将被测目标的辐射分解为自然偏振光和完全偏振光，根据式(3)可求得 $P_{on} = 7.51072 \times 10^{-10} \text{ W}$ ， $P_{op} = 1.5328 \times 10^{-11} \text{ W}$ 。

2.4 透镜辐射计算

根据式(5)、(6)、(7)以及系统模型的参数设定，可计算透镜的辐亮度：

$$N_l = \frac{\varepsilon_l}{\pi} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} W_\lambda d\lambda = \frac{\varepsilon_l}{\pi} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{ch/\lambda KT} - 1} d\lambda \quad (10)$$

可解得 $N_l = 1.906 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$ 。

透镜与探测器之间的能量传递模型为探测器接收一个直径为 D_l 的圆形辐射面的辐射。辐射关系式为：

$$P_l = \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{D_l}{2}} \frac{N_l f^2 r d^2}{(f^2 + r^2)^2} dr d\varphi \quad (11)$$

可解得 $P_l = 9.211 \times 10^{-11} \text{ W}$ 。

2.5 偏振片辐射计算

根据式(5)、(6)、(7)以及系统模型的参数设定，可以计算偏振片的辐亮度：

$$N_p = \frac{\varepsilon_p}{\pi} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} W_\lambda d\lambda = \frac{\varepsilon_p}{\pi} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{ch/\lambda KT} - 1} d\lambda \quad (12)$$

解得 $N_p = 9.529 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$ 。

偏振片与探测器之间的能量传递模型为探测器接收一个直径为 D_p 的圆形辐射面的辐射。辐射关系式为

$$P_p = \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{D_p}{2}} \frac{N_p l^2 r d^2}{(l^2 + r^2)^2} dr d\varphi \quad (13)$$

可解得 $P_p = 7.044 \times 10^{-10} \text{ W}$ 。

2.6 镜筒辐射计算

根据式(5)、(6)、(7)以及系统模型的参数设定,可计算镜筒的辐亮度:

$$N_t = \frac{\varepsilon_t}{\pi} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} W_\lambda d\lambda = \frac{\varepsilon_t}{\pi} \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} \frac{2\pi h c^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{ch/\lambda K T} - 1} d\lambda \quad (14)$$

解得 $N_t = 18.867 \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$ 。

透镜与探测器之间的能量传递模型为探测器接收从探测器到透镜处的距离长度的一系列环带辐射面的辐射:

$$P_t = \int_l^f \frac{N_t \pi D_t d^2 x^2}{[x^2 + (\frac{D_t}{2})^2]^2} dx \quad (15)$$

可解得 $P_t = 1.32 \times 10^{-8} \text{ W}$ 。

2.7 系统偏振信息计算

根据上面的计算,镜筒的辐射值比其它辐射量高两个量级,以致进入探测器的其它能量被忽略不计,探测结果受镜筒能量的干扰极大,最终探测得到的只是镜筒的偏振信息。为此,在探测器前方添加冷光阑,使得镜筒的辐射无法达到探测器处便可消除镜筒辐射的干扰。

透镜及偏振片处在光路中,其辐射无法通过设置光阑来遮挡,因此不能消除。

所以忽略镜筒的辐射后,进入探测器的总能量便为

$$I = I_{on} \tau_l \tau_p + I_{op} \tau_l \cos^2 \theta + I_t \tau_p + I_p \quad (16)$$

根据 Stokes 参数定义^[3],只需要分别测量 0° 、 45° 和 90° 三个方向的光强信息,即可推算出 s_0 、 s_1 和 s_2 。

$$s_0 = I_0 + I_{90} \quad (17)$$

$$s_1 = I_0 - I_{90} \quad (18)$$

$$s_2 = 2I_{45} - I_0 - I_{90} \quad (19)$$

前面的设定中,目标完全偏振光的偏振方向为 30° ,所以可以推得:

$$s_0 = 2(P_{on} \tau_l \tau_p + P_t \tau_p + P_p) + P_{op} \tau_l (\cos^2 30^\circ + \cos^2 60^\circ) \quad (20)$$

$$s_1 = P_{op} \tau_l [\cos^2 30^\circ - \cos^2 (30^\circ - 90^\circ)] \quad (21)$$

$$s_2 = P_{op} \tau_l [2 \cos^2 (-15^\circ) - \cos^2 30^\circ - \cos^2 (-60^\circ)] \quad (22)$$

代入相关数值,计算得到三个偏振参数分别为: $s_0 = 2.191 \times 10^{-9} \text{ W}$, $s_1 = 6.898 \times 10^{-12} \text{ W}$, $s_3 = 1.195 \times 10^{-11} \text{ W}$ 。

根据偏振度和偏振方位角的计算公式,可以分别求得偏振度和偏振角。

偏振度:

$$P = \frac{\sqrt{s_1^2 + s_2^2}}{s_0} \quad (23)$$

系统测得的偏振度为 0.6298% 。

偏振度的相对误差:

$$\delta_p = \frac{|0.006298 - 0.02|}{0.02} \times 100\% = 68.51\%$$

偏振方位角:

$$\alpha = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{s_2}{s_1}\right) \quad (24)$$

系统测得的偏振方位角为 30° 。偏振方位角的相对误差为

$$\delta_\alpha = \frac{|30^\circ - 30^\circ|}{30^\circ} \times 100\% = 0\%$$

3 计算结果分析

3.1 计算结果分析

从上述计算结果可以发现,偏振度的相对误差较大,这是因为计算过程中引入了透镜与偏振片的辐射能量,且其辐射能量值与被测目标能量处在同一量级上,故引入了较大的误差。在计算偏振方位角的过程中,计算结果只与被测目标本身完全偏振光部分能量有关,因此能够准确地还原被测目标的偏振角度。

既然偏振度的误差主要是由透镜和偏振片的自身辐射造成的,因此要提高探测准确性,就必须尽量消除这两个量的影响。

在实际测量中,可对偏振片进行低温控制,例如用集成杜瓦对其和探测器进行封装,既可以使探测器保持制冷效果,也能减弱偏振片的自身辐射。

假如用集成杜瓦对偏振片和探测器进行封装,将温度控制在 100 K ,根据公式(20)、(21)、(22)和(23)可计算出偏振度 $p = 1.76\%$ 。

偏振度的相对误差:

$$\delta_p = \frac{|0.0176 - 0.02|}{0.02} \times 100\% = 11.8\%$$

可见,消除掉偏振片的自身辐射后,探测准确度有显著的提高。此时误差主要由透镜自发辐射引入。

表 3 不同偏振特性的被测目标的探测结果

被测目标实际偏振度	测量偏振度	绝对误差	相对误差
0.50%	0.4409%	0.0591%	11.82%
1.00%	0.8191%	0.1181%	11.81%
1.50%	1.3229%	0.1771%	11.81%
2.00%	1.7638%	0.2362%	11.81%
2.50%	2.2048%	0.2952%	11.81%
3.00%	2.6457%	0.3543%	11.81%
3.50%	3.0867%	0.4133%	11.81%
4.00%	3.5277%	0.4723%	11.81%
4.50%	3.9686%	0.5314%	11.81%
5.00%	4.4096%	0.5904%	11.81%

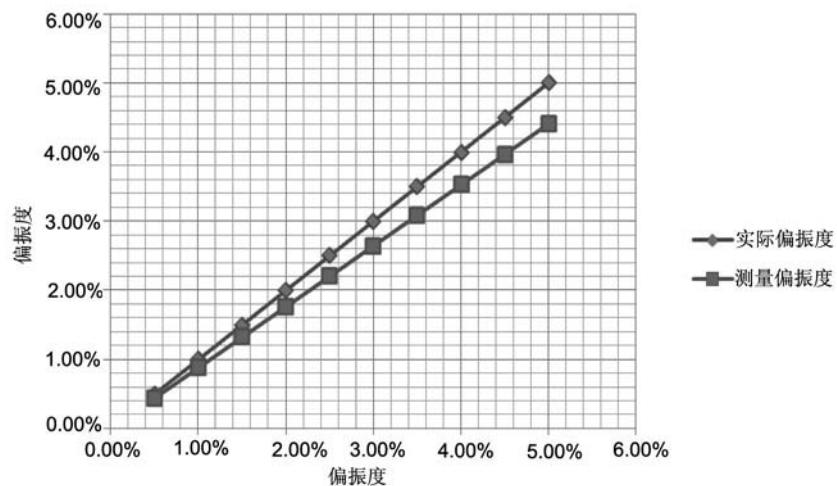


图 2 实际偏振度和测量偏振度的比较

3.2 被测目标偏振度的影响

被测目标本身的偏振特性也会影响探测精度。自然界中植物背景(草、树等)的偏振度小于0.5%；岩石沙石、裸土等背景的偏振度介于0.5%~1.5%之间；水面、水泥路面、房顶等背景的偏振度大于1.5%^[4]。下表是在恒定温度300 K下，被测目标在不同偏振度下的理论探测结果。

为了更直观地比较被测目标的实际偏振度和探测偏振度，用图表来反映两者的偏差(见图2)。

由计算结果可知，在相同入射辐射功率的情况下，随着被测目标偏振度的提高，绝对误差会越来越大。

3.3 系统温度波动的影响

表 4 系统温度波动对探测结果的影响

温度 (K)	实际偏振度	探测偏振度
297	2%	1.7730%
297.5	2%	1.7715%
298	2%	1.7699%
298.5	2%	1.7684%
299	2%	1.7669%
299.5	2%	1.7654%
300	2%	1.7638%
300.5	2%	1.7623%
301	2%	1.7608%
301.5	2%	1.7592%
302	2%	1.7577%
302.5	2%	1.7561%
303	2%	1.7546%

实际测量中，探测系统的温度不会保持恒定，会在一定范围内发生波动变化。由于偏振片已经与探测器杜瓦集成，不会受到干扰；而透镜会因此发生一定程度的自发辐射量变化。表4是系统温度波动在 $300\text{ K} \pm 3\text{ K}$ 的情况下，偏振度的探测结果变化。

从上面结果可知，随着系统温度的波动，在 6 K 的温度变化范围内，探测偏振度的变化范围为 0.0184% 。这个波动量十分小，在定标时候可以不予考虑。

4 结论

本文首先建立了长波红外偏振探测的原理模型，并在该原理模型的基础上进行了参数设定、理论计算以及分析，探讨了整个系统模型中

(上接第28页)

得出六天的平均整体相似度为 84.8% 。两种颜色空间计算的结果表明，待评价图像与参考图像之间具有较高的一致性，说明从图像的角度评价远紫外遥感 O/N_2 的反演结果是可行的。

另外，利用HSV颜色空间直方图相交匹配方法计算得到的相似度略低于RGB空间的计算结果，这可能是由HSV颜色空间的非均匀量化和图像分块造成的，具体原因还有待于进一步研究。

参考文献

- [1] Zhang Y, Paxton L J, Morrison D, et al. O/N₂ Changes During 1–4 October 2002 Storms: IMAGE SI-13 and TIMED/GUVI Observations[J]. *Journal of Geophysical Research*, 2004, **109**(A10308):1–16.
- [2] Goncharenko L, Salah J, Crowley G, et al. Large Variations in the Thermosphere and Ionosphere during Minor Geomagnetic Disturbances in April 2002 and Their Association with IMF by[J]. *Journal of Geophysical Research*, 2006, **111**(A03303):1–17.
- [3] Zhang Y, Larry J P. O/N₂ and TEC at Mid-latitudes[R]. TIMED SWG, 2007.
- [4] He M S, Liu L B, Wan W X, et al. Longitudinal Modulation of the O/N₂ Column Density Retrieved

各种因素对最终偏振度探测结果的影响，并根据其分析结果提出了一些如何提高探测准确度的方法与建议。所进行的理论分析及数学计算对于长波红外偏振探测有着一定的意义与价值，为进一步的实验验证和实际探测提供了可供参考比照的相关理论数据。

参考文献

- [1] 郁道银, 谈恒英. 工程光学[M]. 北京: 机械工业出版社, 2010:281–284.
- [2] 周世椿. 高级红外光电工程导论[M]. 上海: 中科院上海技术物理研究所教育中心, 2008:20–29.
- [3] 廖延彪. 偏振光学[M]. 北京: 科学出版社, 2003:15–30.
- [4] Ben-Dor B. Polarization Properties of Targets and Backgrounds in the Infrared [C]. SPIE, 1971: 68–76.

- from TIMED/GUVI Measurement[J]. *Geophysical Research Letters*, 2010, **37**(L20108):1–5.
- [5] Wang J, Yi T, Tang L J, et al. Retrieval of Ionospheric O/N₂ Based on FUV Imaging Data, [C]. SPIE, 2009, **7498**:74982N.
- [6] 彭圣峰, 唐义, 王静, 等. 远紫外遥感O/N₂反演技术研究 [J]. 光谱学与光谱分析, 2012, **32**(5):1–5.
- [7] 陈浩. 图像质量评价及复原系统研究 [D]. 上海交通大学, 2010.
- [8] 左博新, 明德烈, 故争光, 等. 基于图像结构的无参考模糊图像及其复原图像质量评价方法 [J]. 地理信息世界, 2008(1):13–20.
- [9] 卢子奎. 基于颜色与空间特征的图像检索研究 [D]. 泉州: 华侨大学, 2005.
- [10] 姜兰池, 沈国强, 张国煊. 基于HSV分块颜色直方图的图像检索算法 [J]. 机电工程, 2009, **26**(11):54–57.
- [11] Castleman K R. 朱志刚, 林学饮等译. 数字图像处理[M]. 北京: 电子工业出版社, 1998.
- [12] 王剑峰, 肖国强, 江健民. 基于HSI色彩空间累加直方图的图像检索算法 [J]. 计算机工程与科学, 2007, **29**(4):55–58.
- [13] 于汝涤, 王崇骏, 伍静等. 基于全局颜色的图像检索算法与实现 [J]. 计算机科学, 2004, **3**(2):142–144.
- [14] 刘芳, 王涛, 周登文. 基于颜色–空间二维直方图的图象检索 [J]. 计算机工程与应用, 2002(12):85–88.