

文章编号: 1672-8785(2020)08-0036-08

大型激光陀螺几何形变对标度因数的影响

翟二江¹ 郭文阁^{1*} 姚黎郇² 张立松² 徐学东¹ 刘诗彤¹ 魏明明¹ 全秋叶¹

(1. 西安石油大学理学院, 陕西 西安 710065;

2. 中国科学院国家授时中心量子频标研究室, 陕西 西安 710600)

摘 要: 大型激光陀螺仪的标度因数对环形腔的几何形变有很强的依赖性。根据大型激光陀螺仪的结构和工作特性, 对影响测量精度的关键技术进行了研究, 并对影响标度因数的环形腔的几何形变进行了计算分析, 得到了环形腔几何形变后的标度因数变化情况。此外, 还提出了环形腔发生几何形变时标度因数的优化方法, 并给出了温度和应力对标度因数影响的变化量。结论认为, 在生产条件、工作环境和腔体结构相同的情况下, 对标度因数进行补偿将有利于大型激光陀螺仪测量精度的提高。

关键词: 激光陀螺仪; 环形腔; 光路结构; 几何形状

中图分类号: T-012 **文献标志码:** A **DOI:** 10.3969/j.issn.1672-8785.2020.08.006

Influence of Geometric Deformation of Large Laser Gyroscope on Scale Factor

ZHAI Er-jiang¹, GUO Wen-ge^{1*}, YAO Li-xun², ZHANG Li-song², XU Xue-dong¹,

LIU Shi-tong¹, WEI Ming-ming¹, QUAN Qiu-ye¹

(1. School of Science, Xi'an Shiyou University, Xi'an 710600, China;

2. Quantum Frequency Standard Laboratory, National Time Service Centre,

Chinese Academy of Sciences, Xi'an 710600, China)

Abstract: The scale factor of large laser gyroscope has a strong dependence on the geometric deformation of the ring cavity. According to the structure and working characteristics of the large laser gyroscope, the key technologies affecting the measurement accuracy are studied, and the geometric deformation of the ring cavity which affects the scaling factor is calculated and analyzed. The variation of the scaling factor after the geometric deformation of the ring cavity is obtained. In addition, the optimization method of the scale factor of the ring cavity is presented, and the variation of temperature and stress on the scale factor is given. It is concluded that when the production conditions, working environments and cavity structures are same, the compensation of scale factor is beneficial to the improvement of measuring accuracy of large laser gyroscope.

Key words: laser gyroscope; ring cavity; optical structure; geometrical shape

收稿日期: 2020-06-07

基金项目: 超稳激光精密测量应用研究项目(Y817R4101); 中国科学院国际合作计划国际杰出学者项目(Y954HZ11)

作者简介: 翟二江(1995-), 男, 硕士生, 主要研究方向为光电子学。

*通讯作者: E-mail: wguo@xsyu.edu.cn

0 引言

大型激光陀螺仪是一种基于萨格纳克效应的惯性传感器^[1], 即旋转会使环形腔中两个反向传播光束的频移偏移量与角速度成一定比例。大型激光陀螺仪精度的提升推动了地球物理学、大地测量以及广义相对论测试的新应用^[2]。影响环形激光陀螺仪测量精度的因素主要来源于光路结构。本文主要研究环形腔的几何形变对标度因数的影响。激光陀螺仪由正方形或三角形光学环形腔组成。在几种环形腔设计方法中, 射线矩阵法被广泛用于处理平面或非平面环形谐振器中的光轴扰动^[3]; 基于非平面环形谐振器实现了改进的失准或光轴稳定性^[4]; 采用广义射线矩阵方法对环形腔内的球面镜所引起的扰动源进行了研究^[5]。然而, 大多数文献中的扰动源为环形腔的光学组件角度存在的误差^[6], 却很少有文献就外界因素对腔体结构形变的影响进行研究。在大型环形激光陀螺系统中, 环形腔是核心敏感单元, 其稳定性对激光陀螺的测量精度有直接影响^[7-10]。

根据相关文献, 温度会使反射镜产生失谐, 从而对测量精度造成影响。本文分析了几种环形腔形变的情况, 建立了针对环形腔几何形变的标度因数补偿模型, 同时通过优化标度因数来改善其对大型激光陀螺测量精度的影响。

1 理论

大型环形激光陀螺的工作原理是基于萨格纳克效应的^[11-15]。在闭合的光学环路中, 两束相向传播的光波从该环路中的任意一点出发, 分别按顺时针和逆时针方向沿环路传输一周。如果闭合环路相对于惯性空间转动, 则两束光会出现干涉现象^[16-18]。由于光速不变, 两束光到达新的光源位置所用的时间不同, 即产生了光程差^[19-24]。

在理想条件下对该现象进行了分析。如图 1 所示, 假设理想条件下的环形光路为方形光学环路, 方形的边长为 a , 旋转角速度为 Ω ,

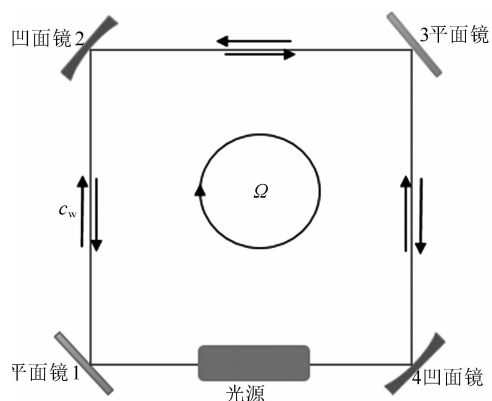


图 1 方形环路中的萨格纳克效应

则光学腔上的平均切向速度为

$$v = \frac{1}{2}a\Omega \quad (1)$$

当环路静止时, 光波经过方形光路传输的时间为

$$t = \frac{4a}{c} \quad (2)$$

式中, c 为真空中的光速。

顺时针和逆时针传输的光束在环形腔中的速度合成公式为

$$\begin{cases} c_{cw} = c + \frac{1}{2}a\Omega \\ c_{ccw} = c - \frac{1}{2}a\Omega \end{cases} \quad (3)$$

相应的传输时间分别为

$$\begin{cases} t_{cw} = \frac{4a}{c + \frac{1}{2}a\Omega} \\ t_{ccw} = \frac{4a}{c - \frac{1}{2}a\Omega} \end{cases} \quad (4)$$

可以得到顺时针光和逆时针光的时间差为

$$\Delta t = \frac{4a^2\Omega}{c^2 - \frac{1}{4}a^2\Omega^2} \quad (5)$$

由于 $c^2 \gg \frac{1}{4}a^2\Omega^2$, 顺时针光和逆时针光之间的光程差可以表示为

$$\Delta L = c \cdot \Delta t = \frac{4a^2\Omega}{c} = \frac{4A}{c} \cdot \Omega \quad (6)$$

式中, A 为方形光路的面积。则相位差可以表示为

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi\Delta L}{\lambda} = \frac{8\pi A}{\lambda c} \cdot \Omega \quad (7)$$

让顺时针光和逆时针光同时在腔内共振, 那么两束光的频率均可由式(8)求得:

$$f = \frac{mc}{L} \quad (8)$$

则两束光的频率差为

$$\Delta f = f_{\text{ccw}} - f_{\text{cw}} = \frac{mc}{L_{\text{ccw}}} - \frac{mc}{L_{\text{cw}}} \approx \frac{mc}{L^2} \Delta L = \frac{f\Delta L}{L} \quad (9)$$

已知 $\Delta L = \frac{4A\Omega}{c}$, 则

$$\Delta f = \frac{4A}{\lambda L} \cdot \Omega \quad (10)$$

所以标度因数为

$$K = \frac{4A}{\lambda L} \quad (11)$$

式中, 环形腔的腔长 L 和光路面积 A 均与环形腔的结构有关。环形腔的形变会影响标度因数的取值, 导致差频输出存在误差。

2 几何形变的特性

环形激光陀螺主要用于测量地球的自转参数。大尺寸激光陀螺仪具有高测量精度和长期运行稳定性, 因此陀螺仪的几何形状需要长期保持极高的稳定性。受到温度和应力等影响, 长时间的运行会使腔结构产生一定程度的几何形变。根据反射镜的不同位移情况, 可以将复杂的几何形变分为两类: 一类是环形腔形状发生变化; 另一类是环形腔形状不发生变化。目前不对其它情况展开讨论。

当环形腔发生形变后, 标度因数中的腔长 L 和光路面积 S 会随着环形腔形变发生变化, 从而影响标度因数的稳定性。几何形变的类别与程度不同, 标度因数受影响的程度也不同。为了研究相同的外界因素对环形腔几何形变的影响, 我们可以假设反射镜三维坐标中的 x 、 y 和 z 在各自坐标轴上变化时坐标变化量的最大值相同, 且三个方向上的变化各自独立。这样就可以在外界因素的影响程度相同时对几种几何变化情况进行全面分析。图 2 为环形腔未

发生形变时的坐标示意图。

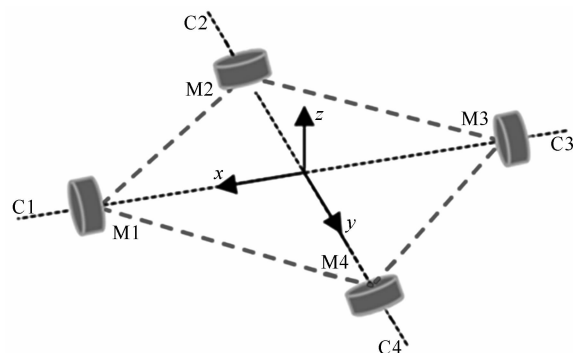


图 2 环形腔的坐标系

采用三维坐标对环形腔的反射镜进行表示:

$$\begin{cases} M_1 = \left(\frac{l}{2}, 0, 0\right) \\ M_2 = \left(0, -\frac{l}{2}, 0\right) \\ M_3 = \left(-\frac{l}{2}, 0, 0\right) \\ M_4 = \left(0, \frac{l}{2}, 0\right) \end{cases} \quad (12)$$

式中, l 为方形腔体的边长。

温度影响环形腔时产生的形变量为

$$c(t) = \epsilon \cdot L \cdot \Delta t \quad (13)$$

式中, ϵ 为线性热膨胀系数(单位为 $1/^\circ\text{C}$)。目前国外采用合金材料制作腔体结构^[10]。合金的热膨胀系数 ϵ 为 $6 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$, Δt 为温度变化量, 腔长 L 为 4000 mm。则腔体的腔长变化为

$$L' = L + c(t) \quad (14)$$

相应的标度因数为

$$K = \frac{4A}{\lambda L'} \quad (15)$$

3 外界因素对几何形变的影响分析

3.1 温度对几何形变的影响

温度使得环形腔产生均匀变化。图 3 为温度影响环形腔时产生内缩和外扩形变的示意图。

采用三维坐标来表示环形腔几何整体内缩形变, 且暂不考虑 z 轴的变化情况:

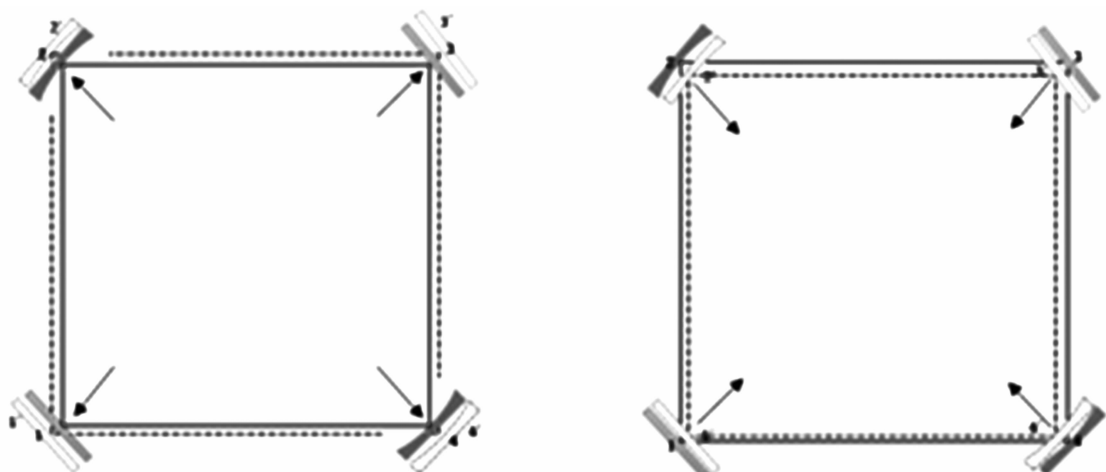


图 3 温度影响环形腔时的形变示意图

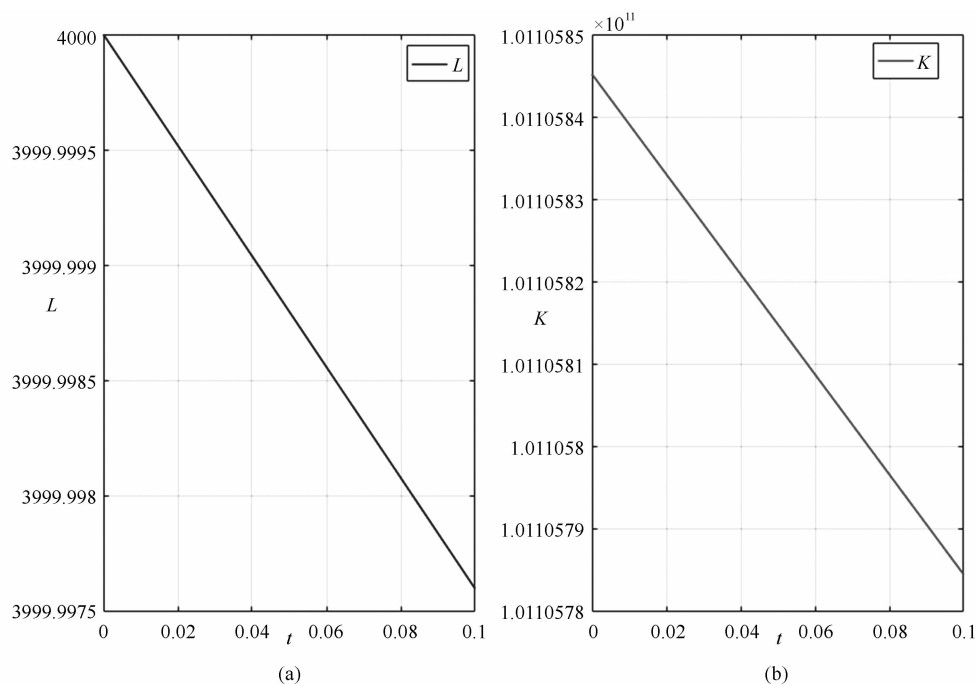


图 4 (a)腔长拉伸的变化; (b)标度因数的变化

$$\begin{cases} M'_1 = \left(\frac{l}{2} + c, 0, 0 \right) \\ M'_2 = \left(0, -\frac{l}{2} - c, 0 \right) \\ M'_3 = \left(0, -\frac{l}{2} - c, 0 \right) \\ M'_4 = \left(0, \frac{l}{2} + c, 0 \right) \end{cases} \quad (16)$$

经过计算后可知, 温度变化量 t 与腔长 L 和标度因数 K 的变化关系分别如图 4(a)和图 4(b)所示。

用同样的方法可以得到环形腔整体拉伸的

温度变化量 t 与腔长 L 和标度因数 K 的变化关系(分别见图 5(a)和图 5(b))。

腔体出现均匀的拉伸和内缩时, 腔长 L 及标度因数 K 都随着温度变化量 t 的变化而呈线性变化。当 t 的变化范围为 $0 \sim 0.1^\circ\text{C}$ 时, K 的变化量为 7×10^4 。腔体出现内缩时, K 的变化量与腔体拉伸时基本相同。

拉伸和内缩都是腔体的损耗。当温度变化量升高或降低时, 环形腔材料会出现体积变化。因此, 激光陀螺仪搭建环境的温度变化控制是保证其测量稳定性的关键。

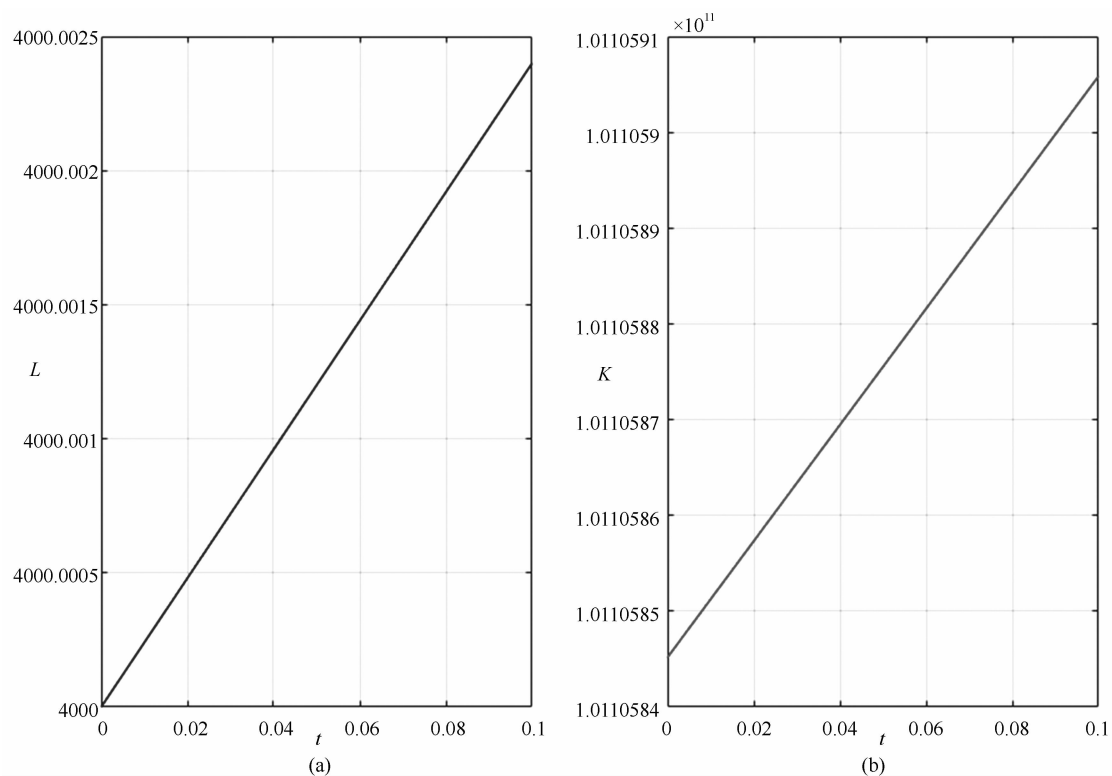


图 5 腔体拉伸时, 腔长与标度因数的变化

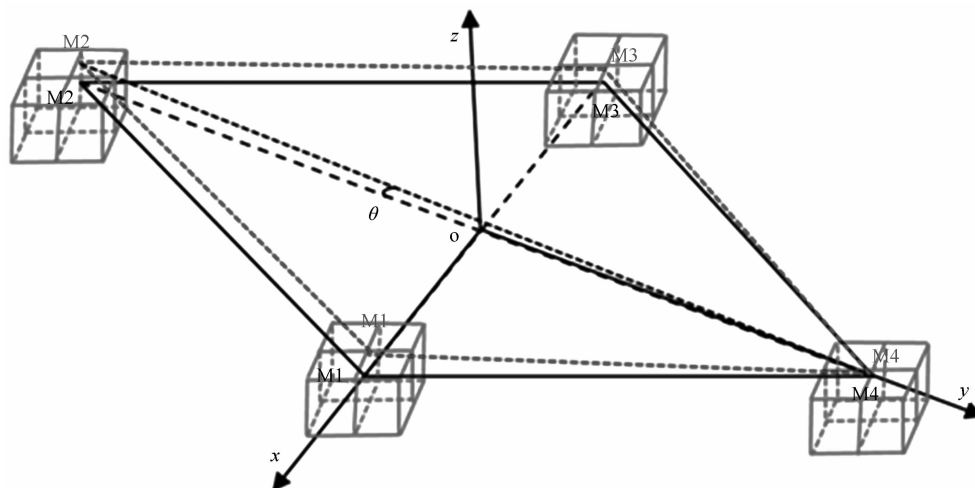


图 6 腔体的组合形变

3.2 其他因素对几何形变的影响

其他外界因素也会对环形腔的几何形变产生影响, 此时需要考虑腔体整体倾斜和温度变化的叠加影响并对其进行分析。应力会对环形腔整体产生一个角度为 θ 的倾斜角。图 6 所示为腔体的组合形变情况。

采用三维坐标来表示环形腔的形变, 同时考虑 z 轴的变化情况:

$$\begin{cases} M'_1 = \left(\frac{l}{2} + c, 0, 0 \right) \\ M'_2 = \left(0, -\frac{l}{2} - c, h_1 \right) \\ M'_3 = \left(0, -\frac{l}{2} - c, h_2 \right) \\ M'_4 = \left(0, \frac{l}{2} + c, h_1 \right) \end{cases} \quad (17)$$

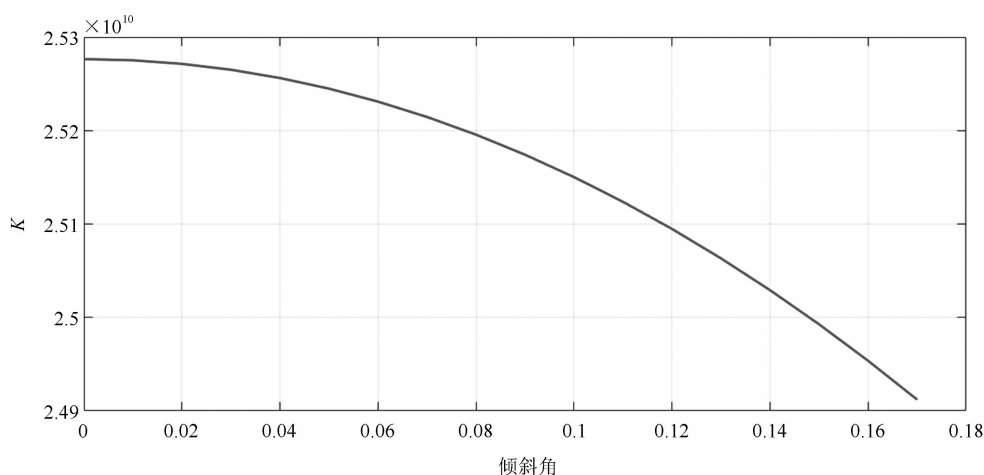


图 7 倾斜角对标度因数变化的影响

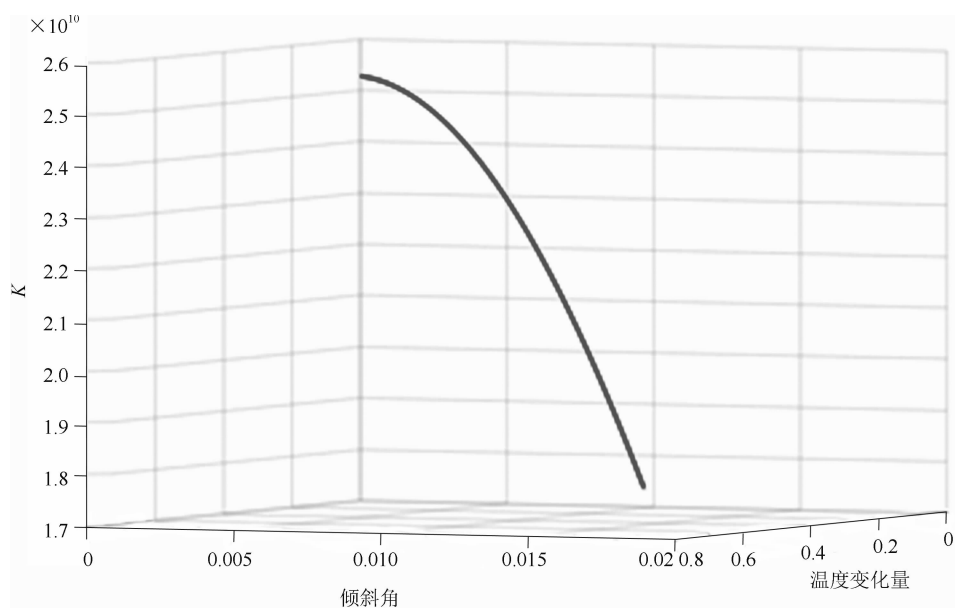


图 8 腔体组合形变对标度因数变化的影响

经过计算可知, 倾斜角对标度因数变化的影响如图 7 所示。

当环形腔一边的高度发生变化时, 腔长 L 可认为不变, 标度因数 K 随着抬起倾斜角 θ 的变化出现非线性衰减。衰减速度不同, 即一边抬起的衰减速度逐步增加。当 θ 的变化超过 1° 时, K 的变化量(百分比)接近 4%。

从图 8 中可以看出, 温度变化量和腔体倾斜角对标度因数的影响呈非线性衰减。温度变化量的范围为 $0 \sim 0.8^\circ\text{C}$, 倾斜角从水平量变化到 1° , 标度因数 K 的变化量急剧增大, 对陀螺仪的稳定性产生影响。

搭建激光陀螺仪时, 应在环形腔的反射镜位置上安装水平仪, 用于监测谐振腔的水平高度变化情况。此外, 将由环形腔和平台倾斜角引起的高度变化控制在一个波长范围内, 以保证激光陀螺仪标度因数的稳定性。

通过对几种典型的谐振腔几何形变方式进行分析, 可以得到各种变化发生后标度因数 K 随温度变化量 t 的变化关系。对于实际应用过程中谐振腔的某一随机几何形变, 都可以将其表示为已分析的几类典型形变的组合:

$$K = \sum_{i=1}^n [\beta_i f_i(x, y, z) - k_i] + \frac{R \sin(\theta/2) \cos(\theta/2)}{\sin(\theta/2) + \cos(\theta/2)} \quad (18)$$

式中, K 为谐振腔几何形变后的标度因数, k_i 为所搭建激光陀螺仪的谐振腔几何形状在理想状态下的标度因数, β_i 为反射镜坐标对应于形变的匹配系数, n 为谐振腔某一形变下涉及到的形变类型数量, θ 为对角线间的夹角, R 为方形环形腔系数模型。

当对角线同时出现各自垂线方向的移动时, 如果某一条对角线再沿其轴向移动, 那么通过对两种对角线的变化进行组合即可表示一种新的对角线变化情况。标度因数与变化程度的关系如图 9 所示。其中, x 和 y 轴分别表示环形腔横向和纵向的形变情况。当形变趋向于横向形变时, 标度因数的衰减更迅速; 而趋向于纵向形变时, 标度因数的衰减则较为缓慢。

为了更好地监测大尺寸激光陀螺仪的几何形变并进行标度因数补偿, 应在环形腔的四面反射镜处安装 x 、 y 、 z 三个轴向的位移监测部件, 同时监测对角线的夹角。当谐振腔因外界因素而产生形变后, 环形腔几何形状的重新调整与恢复需要消耗较长时间, 难以满足大型环形激光陀螺仪实时监测的需求。在建立了环形腔几何形变对标度因数影响的模型后, 就可以在激光陀螺仪不停机的状态下, 根据实时监测的反射镜坐标和对角线夹角数据对环形腔几何形变所带来的标度因数变化进行补偿, 从而满足大型环形激光陀螺仪的实时测量需求。

4 结语

本文研究了由温度热膨胀引起的环形激光陀螺环形腔的尺寸变化情况。对环形腔的形变特性进行了系统分析, 同时采用数学建模的方式对环形腔的几何形变问题进行了计算, 并描述了外界环境干扰下环形腔几何形变的变化特性。另外还分析了温度热膨胀导致的环形腔尺寸变化情况。不同的材料、腔长和温度变化量都会对环形腔的形变产生影响。最后给出了环形腔的优化调整方案。这些结果对于提升大型测地激光陀螺仪的测量精度具有重要的意义。

参考文献

- [1] Liu K, Zhang F L, Li Z, et al. Large-scale passive laser gyroscope for earth rotation sensing [J]. *Optics Letters*, 2019, **44**(11): 2732–2735.
- [2] Virgilio A D, Beverini N, Carelli G, et al. Analysis of ring laser gyroscopes including laser dynamics [J]. *European Physical Journal C*, 2019, **79**(7): 573.
- [3] Sheng S. Optical-axis perturbation singularity in an out-of-plane ring resonator [J]. *Optics Letters*, 1994, **19**(10): 683–685.
- [4] Yuan J, Long X, Chen M, et al. Generalized ray matrix for spherical mirror reflection and its application in square ring resonators and monolithic tri-axial ring resonators [J]. *Optics Express*, 2011,

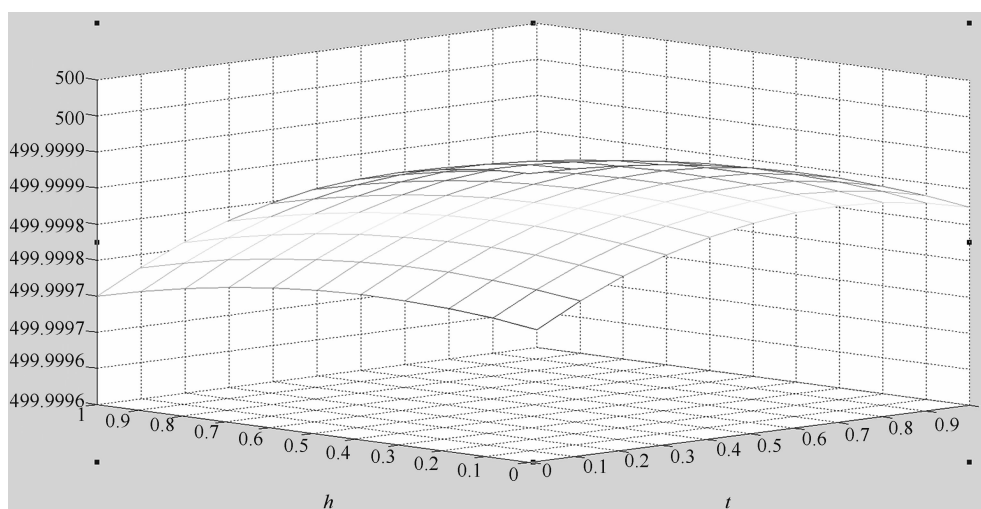


图 9 环形腔几何形变的组合变化

- 19(7): 6762–6776.
- [5] Rodloff R. A laser gyro with optimized resonator geometry [J]. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 1987, **23**(4): 438–445.
- [6] Virgilio A D, Allegrini M, Beghi A, et al. A ring lasers array for fundamental physics [J]. *Comptes Rendus Physique*, 2014, **15**(10): 866–874.
- [7] Belfi J, Beverini N, Bosi F, et al. Deep underground rotation measurements: GINGERino ring laser gyroscope in Gran Sasso [J]. *Review of Scientific Instruments*, 2017, **88**(3): 034502.
- [8] Belfi J, Beverini N, Bosi F, et al. First results of GINGERino, a deep underground ringlaser [J]. *arXiv: Instrumentation and Detectors*, 2016, **1601**: 02874.
- [9] Cuccato D, Beghi A, Belfi J, et al. Controlling the non-linear intracavity dynamics of large He-Ne laser gyroscopes [J]. *Metrologia*, 2014, **51**(1): 97–107.
- [10] Schreiber U K, Rowe C H, Wright D N, et al. Precision stabilization of the optical frequency in a large ring laser gyroscope [J]. *Applied Optics*, 1998, **37**(36): 8371–8381.
- [11] Bilger H R, Stedman G E. Stability of planar ring lasers with mirror misalignment [J]. *Applied Optics*, 1987, **26**(17): 3710–3716.
- [12] Hurst R B, Rabeendran N, Schreiber K U, et al. Correction of backscatter-induced systematic errors in ring laser gyroscopes [J]. *Applied Optics*, 2014, **53**(31): 7610–7618.
- [13] Sridhar G, Agarwalla S K, Singh S, et al. Cavity ring-down technique for measurement of reflectivity of high reflectivity mirrors with high accuracy [J]. *Pramana*, 2010, **75**(6): 1233–1239.
- [14] Yuan J, Long X, Liang L, et al. Nonplanar ring resonator modes: generalized Gaussian beams [J]. *Applied Optics*, 2007, **46**(15): 2980–2989.
- [15] Hurst R B, Wells J P, Stedman G E, et al. An elementary proof of the geometrical dependence of the Sagnac effect [J]. *Journal of Optics*, 2007, **9**(10): 838–841.
- [16] Aronowitz F, Collins R J. Mode coupling due to backscattering in a He-Ne traveling-wave ring laser [J]. *Applied Physics Letters*, 1966, **9**(1): 55–58.
- [17] Barnett G A, Benson S V, Madey J M, et al. Warm cavity modes of free-electron laser resonators with on-axis holes [J]. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 1993, **29**(2): 479–486.
- [18] Stefani F, Belfi J, Maccioni E, et al. A heterodyne frequency-stabilization method for large ring laser gyroscopes with Sub-nW output power [C]. Prague: Joint European Frequency and Time Forum & International Frequency Control Symposium, 2013.
- [19] Dunn R W, Shabalin D E, Thirkettle R J, et al. Design and initial operation of a 367-m² rectangular ring laser [J]. *Applied Optics*, 2002, **41**(9): 1685–1688.
- [20] Rowe C H, Schreiber U, Cooper S J, et al. Design and operation of a very large ring laser gyroscope [J]. *Applied Optics*, 1999, **38**(12): 2516–2523.
- [21] Khankhua S, Ashraf M W, Afzulpurkar N, et al. Design and simulation of MEMS based tuning fork micro-gyroscope [J]. *Applied Mechanics and Materials*, 2011, **110–116**: 5036–5043.
- [22] Dunn R W. Design of a triangular active ring laser 13 m on a side [J]. *Applied Optics*, 1998, **37**(27): 6405–6409.
- [23] Arnaudon L, Bordry F, Coosemans W, et al. Effects of tidal forces on the beam energy in LEP [C]. Washington: International Conference on Particle Accelerators, 1993.
- [24] Azarova V V, Makeev A P, Kuznetsov E V, et al. Frequency Response of Laser Gyroscopes in a Wide Range of Rotation Velocities [J]. *Gyroscopy and Navigation*, 2018, **9**(3): 191–198.