# 二维扫描型激光雷达的扫描特性分析

### 金辉贾建军舒嵘

### (中国科学院上海技术物理研究所,上海 200083)

**摘 要**: 在光反射矢量理论和反射镜转动定理的基础上,结合反射镜转轴与镜面的偏 心距所产生的影响对二维扫描成像特性进行了分析,给出了单点二维扫描的公式,并 以此为基础得到了仿真图像。同时对线状发射光的反射情形进行了理论计算,给出了 二维扫描镜的联合作用矩阵,得到了经过二维扫描镜两次反射后线状发射光在目标面 上的投影长度以及偏转角,为后续的数据处理提供了一些参考依据。最后对二维扫描 镜的形状进行了设计分析,以保证在满足接收视场的情况下最大程度地利用扫描镜镜 面,降低扫描镜的转动惯量,从而降低负载电机的功耗。

关键词:激光雷达;二维扫描特性;反射镜转动定理;扫描镜形状

中图分类号: V476.3 文献标识码: A DOI: 10.3969/j.issn.1672-8785.2010.06.003

# Analysis of Scanning Characteristics of a Two-dimensional Scanning Lidar

#### JIN Hui, JIA Jian-jun, SHU Rong

(Shanghai Institute of Technical Physics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200083, China)

**Abstract:** On the basis of the vector theory of optical reflection and the mirror rotation theorem, the two-dimensional scanning imaging characteristics of a LIDAR are analyzed in terms of the deviation between a rotation axis and the surface of a scanning mirror. The formula of the single point two-dimensional scanning is given and the emulation image is obtained. At the same time, through the theoretical calculation of the reflection of a line-shape laser beam, the coupling matrix of a two-dimensional scanning mirror is given and the length and deflection of the line-shape laser beam projected on the object after being reflected on two scanning mirrors are obtained. This provides a basis for the subsequent data processing. Finally, the shapes of the two-dimensional scanning mirrors are designed. This design utilizes the surface of a scanning mirror maximally while the requirement of the receiving field of view is satisfied. Thus, the rotation inertia of the scanning mirrors and the power of the load motor are reduced.

**Key words:** laser radar; two-dimensional scanning characteristics; mirror rotation theorem; shape of scanning mirror

## 1 引言

二维扫描型激光雷达对器件的要求较低,其 视场大、工作距离远且工作方式灵活。虽然相对 帧速率较慢,但是它的技术比较成熟,着陆器自 动导航中也较多运用扫描型激光雷达<sup>[1]</sup>。典型 的应用系统包括加拿大为火星探测而开发的激光 雷达 LAPS<sup>[2]</sup>,以及美国 XSS-11 微卫星上携带的 具有空间目标探测功能的扫描型雷达 SSLS<sup>[3]</sup>。 二维扫描型雷达是通过扫描镜与指向镜的

协同作用来对目标面进行二维扫描的。它可以

**收稿日期**: 2010-03-03

作者简介:金辉(1985-),男,上海人,硕士研究生,主要研究方向为光学工程。E-mail: therealkingha@gmail.com

INFRARED (MONTHLY)/VOL.31, NO.6, JUN 2010

http://journal.sitp.ac.cn/hw

避免因单面 45° 旋转扫描镜产生反射旋转造成多 元线列探测器并扫波段的扫描图像产生像旋畸 变的情况<sup>[4,5]</sup>。

单点二维扫描只需考虑发射光光轴在目标 面上的点,计算出其轨迹方程即可。

多点二维扫描的发射激光应用线状光,经 过扫描镜和指向镜的反射后,到达目标面的线 状光会产生偏转。另外接收视场在目标面的覆 盖范围相对于整个坐标系也有偏转。

为了减小扫描电机的功耗,扫描镜和指向 镜的形状要在满足接收视场要求的基础上尽量 得到充分利用。

国内对于由两面扫描镜实现二维扫描特性 的分析研究较少,本文就以上问题进行相关研 究,旨在对二维扫描型激光雷达的数据处理和 扫描镜的设计提供一些参考依据。

2 单点二维扫描分析

以星下点为坐标原点,建立坐标系。规定扫 描镜为 x 镜,绕 z 轴旋转,旋转角度记为 $\theta(-z$  轴 方向为正);指向镜为 y 镜,绕 x 轴旋转,旋转 角度记为  $\varphi(-x$  轴方向为正),如图 1 所示。



图1 单点二维扫描示意图

从角度关系可以初步得到单点二维扫描的 轨迹方程为

$$\begin{cases} x_0 = b \tan 2\theta + \frac{a}{\cos 2\varphi} \tan 2\theta \\ y_0 = a \tan 2\varphi \end{cases}$$
(1)

式中, *a* 为指向镜到目标面的距离, *b* 为扫描镜 到指向镜的距离。

http://journal.sitp.ac.cn/hw





$$\Delta C_y = \frac{r}{\cos 45^\circ} - \frac{r}{\cos (45^\circ - \varphi)}$$
(2)

修正后单点二维扫描的轨迹方程为

在通常情况下, Δ*C*的数量级较结果相差 4 至 5 个数量级,所以在精度要求不是特别高的 情况下,可以直接用 (*x*<sub>0</sub>, *y*<sub>0</sub>) 作为最终轨迹点。

取 a = 100m, b = 60mm, r = 5mm,  $\theta \in [-7.5^{\circ}, 7.5^{\circ}]$ ,  $\varphi \in [-7.5^{\circ}, 7.5^{\circ}]$ , 对以上结果进行 仿真 (见图 3)。



从仿真结果可以看到,图像中存在枕形失 真,这在公式中也有所体现,这是由二维扫描的 特性所决定的。因此,在选择扫描区域或进行数 据处理时要考虑枕形失真的影响。

INFRARED (MONTHLY)/VOL.31, NO.6, JUN 2010

# 3 多点二维扫描

由于受限于两面反射镜的扫描速率,单点 二维扫描无法在较短时间内完成对较大视场的 一次性扫描,这就需要使用多点二维扫描。多点 二维扫描应用线状光作为发射光。

3.1 反射镜转动原理



图 4 反射镜转动原理图

根据反射镜转动定理<sup>[6]</sup>,反射镜转动后像 矢量 A 在所选基准坐标系中表示为

$$A' = G \cdot A = S^{-1} \cdot R \cdot S \cdot A \tag{4}$$

式中, R是平面镜的反射作用矩阵

$$R = \begin{pmatrix} \cos(x, x'), \cos(x, y'), \cos(x, z') \\ \cos(y, x'), \cos(y, y'), \cos(y, z') \\ \cos(z, x'), \cos(z, y'), \cos(z, z') \end{pmatrix}$$
(5)

式中, *x*、*y*、*z*代表基准坐标系, *x'*、*y'*、 *z'*代表转动后的新坐标系。

*S* 是矢量 *A* 绕单位矢量 *P* 转动角度 α 后成 为矢量 *A'* 的坐标转换矩阵<sup>[5]</sup>:

$$S = \begin{pmatrix} \cos\alpha + 2P_x^2 \sin^2\frac{\alpha}{2} & P_z \sin\alpha + 2P_x P_y \sin^2\frac{\alpha}{2} & -P_y \sin\alpha + 2P_x P_z \sin^2\frac{\alpha}{2} \\ -P_z \sin\alpha + 2P_x P_y \sin^2\frac{\alpha}{2} & \cos\alpha + 2P_y^2 \sin^2\frac{\alpha}{2} & P_x \sin\alpha + 2P_y P_z \sin^2\frac{\alpha}{2} \\ P_y \sin\alpha + 2P_x P_z \sin^2\frac{\alpha}{2} - P_y & \sin\alpha + 2P_y P_z \sin^2\frac{\alpha}{2} & \cos\alpha + 2P_z^2 \sin^2\frac{\alpha}{2} \end{pmatrix}$$
(6)

式中,  $P_x$ 、  $P_y$ 、  $P_z$  是转动轴在所选基准 坐标系内的投影。

### 3.2 反射镜转动原理的应用

二维扫描中,经过扫描镜和指向镜两次反 射后,原坐标系也经过了两次变换:



图 5 坐标系的两次变换

第一次变换: 扫描镜转动  $\theta$  角度, 矢量 A 变 为 A', 基准坐标系为 xyz 坐标系,  $P_x = 0, P_y = 0, P_z = -1$ 。

$$S_{1} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0\\ \sin\theta & \cos\theta & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, R_{1} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0\\ -1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} (7)$$

INFRARED (MONTHLY)/VOL.31, NO.6, JUN 2010

得到:

$$G_{1} = S_{1}^{-1} \cdot R_{1} \cdot S_{1} = \begin{bmatrix} -\sin 2\theta & -\cos 2\theta & 0\\ -\cos 2\theta & \sin 2\theta & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(8)

在 xyz 坐标系下:

$$4' = G_1 \cdot A \tag{9}$$

第二次变换: 指向镜转动  $\varphi$  角度, 矢量 A' 变 为 A'', 基准坐标系为 x'y'z' 坐标系,  $P'_x = 0, P'_y = 1, P'_z = 0$ 。

$$S_{2}' = \begin{bmatrix} \cos\varphi & 0 & -\sin\varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\varphi & 0 & \cos\varphi \end{bmatrix}, \quad R_{2}' = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} (10)$$

得到:

$$G'_{2} = S'_{2}^{-1} \cdot R'_{2} \cdot S'_{2} = \begin{bmatrix} -\sin 2\varphi & 0 & -\cos 2\varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\cos 2\varphi & 0 & \sin 2\varphi \end{bmatrix}$$
(11)

在 x'y'z' 坐标系下:

$$A'' = G'_2 \cdot A' \tag{12}$$

http://journal.sitp.ac.cn/hw

再经过一次坐标转换,在 xyz 坐标系下得 到:

$$A'' = G \cdot A \tag{13}$$

$$G = R_1^{-1} \cdot G'_2 \cdot R_1 \cdot G_1$$

$$= \begin{bmatrix} -\sin 2\theta & -\cos 2\theta & 0\\ \sin 2\varphi \cos 2\theta & -\sin 2\varphi \sin 2\theta & \cos 2\varphi\\ -\cos 2\varphi \cos 2\theta & \cos 2\varphi \sin 2\theta & \sin 2\varphi \end{bmatrix} (14)$$

### 3.3 线状光偏转计算

发射的线状光在坐标系下平行于 z 轴。为了 表述简洁,以 1/4 圆光斑作图,线状光的方向表 示为  $[0,0,-1]^T$ 。经过两次反射后,其方向变为  $[0,-\cos 2\varphi,-\sin 2\varphi]^T$ 。



图 6 线状光的反射情形分析

经过两次反射后,线状光的长度为 L', L' 可由发射光到目标面所经过的路程结合其发散 角求得。L 为 L' 在目标面上的印记,它与 y 轴 的夹角记为 γ。由几何关系可求得

$$\begin{cases} l_1 = h \cot 2\varphi = \frac{1}{2}L' \cos 2\varphi \\ l_2 = h \tan 2\varphi = L' \frac{\sin^2 2\varphi}{2\cos 2\varphi} \\ l_3 = h \cot \alpha = \frac{1}{2}L' \sin 2\varphi \cot \alpha \end{cases}$$
(15)

式中, α为中心光线与目标面 (xy 面) 的夹角:

 $\alpha = \arcsin(\cos 2\varphi \cos 2\theta) \tag{16}$ 

http://journal.sitp.ac.cn/hw

$$\gamma = \arctan \frac{\sqrt{l_3^2 - l_2^2}}{l_1 + l_2} = \arctan \frac{\sqrt{\cot^2 \alpha - \tan^2 2\varphi}}{\tan 2\varphi + \cot 2\varphi}$$
(17)

长度为

$$L = 2\frac{l_1 + l_2}{\cos\gamma} = \frac{L'}{\cos\gamma\cos 2\varphi} \tag{18}$$

得到这两个值后,再结合单点二维扫描公 式,就能详细地得到两块扫描镜在任意位置时 线状发射光经过两块扫描镜反射后到达目标面 时的位置、发散程度及偏转角度。这样也就得到 了多点二维扫描的扫描特性。

4 反射镜镜面形状的设计分析

为了降低电机的功耗,在保证满足接收视 场的前提下应尽量减小反射镜的转动惯量,因 此有必要研究覆盖接收视场的光斑在扫描镜和 反射镜上的投影。

根据光线传播的可逆性质,该投影可以通 过等效地研究覆盖整个接收视场的发射光圆光 斑在反射镜上得到。

设接收视场的直径为 C,以上也就等于考虑了直径为 C 的圆光斑的发射问题。

### 4.1 扫描镜的镜面形状设计

光斑在扫描镜上的投影为一椭圆,其短轴 为*C*,已知其长轴为*C*/cos(45°- $\theta$ ), $\theta$ 的范围 同样取 $\theta \in [-7.5^\circ, 7.5^\circ]$ ,可知当 $\theta = -7.5^\circ$ 时得 到最大的长轴为*C*/cos52.5°。

考虑到由转轴与镜面的偏心距造成的影响:投影中心点到镜面中心的距离为 $r \tan(45^\circ - \theta)$ ,其值也是在 $\theta = -7.5^\circ$ 时最大,为 $r \tan 52.5^\circ$ 。

考虑到反射镜的对称性,镜面形状可设计为 椭圆形状,其长轴可以取 C/cos52.5°+2r tan 52.5° 加上少许余量,短轴取 C 加上少许余量。

### 4.2 指向镜的镜面形状设计

考虑光束的中心光线经扫描镜反射后到达 指向镜的情形,并在指向镜上建立一个局部坐 标系 x<sub>1</sub>y<sub>1</sub>z<sub>1</sub>。

指向镜的转动在 x<sub>1</sub>y<sub>1</sub>z<sub>1</sub> 坐标系内表现为系统的其余部分绕指向镜转轴作相反方向的转

INFRARED (MONTHLY)/VOL.31, NO.6, JUN 2010

红 外







由图中的几何关系可以得到: 中心光线与指向镜的夹角为

 $\gamma_1 = \arcsin[\cos(45^\circ - \varphi)\cos 2\theta] \tag{19}$ 

中心光线在指向镜上的投影(即光束在指向 镜上形成的椭圆光斑的长轴)与 y<sub>1</sub>轴的夹角为

 $\alpha_1 = \arctan[\tan 2\theta / \sin(45^\circ - \varphi)] \tag{20}$ 

线状光在指向镜上的投影与 y1 轴的夹角为

 $\beta_1 = \arctan(\tan 2\theta)$ 

$$\times [\sin(45^\circ - \varphi) + \cos(45^\circ - \varphi)\cot(45^\circ - \varphi)]^{-1} \quad (21)$$

指向镜的镜面形状可由以上数据再结合发 射光束来确定:



图 8 指向镜形状的确定

需要注意的是,光束椭圆投影的中心与指 向镜的转轴之间有 r'的距离,这是由之前分析 过的反射镜面与转轴存在偏心距 r 造成的, 此时 该影响不能被忽略。

$$r' = r \tan(45^\circ - \varphi) \tag{22}$$

此时可以看到,指向镜的面积和转动惯量 对于转轴并不对称,我们可以在对指向镜进行 轻量化的过程中通过相应的设计来平衡其转动 惯量。

5 结论

在二维扫描方式下,单点二维扫描得到的 图像会出现枕形失真,多点二维扫描的线状发 射光在目标面上还会出现旋转。本文给出了点 发射光在目标面的方程以及线状发射光的偏转 角度公式,为后续的数据处理提供了一些参考 依据。另外,本文还给出了能完全覆盖接收视场 的最小扫描镜面形的设计依据,为实现降低负 载电机功耗的扫描镜设计提供了参考。

### 参考文献

- Jean de Lafontaine, Arkady Ulitsky, et al. LAPS: the development of a scanning lidar s-ystem with GNC for autonomous hazard avo-idance and precision landing [C]. Spaceborne Sensors. Proceedings of the SPIE, 2004, 5418: 81–93.
- [2] Diego F. Pierrottet, Farzin Amzajerdian, et al. Characterization of 3-D imaging lidar for hazard avoidance and autonomous landing on the Moon [C]. SPIE vol.6550,Conference on Laser Radar Technology and Applications XII; 20070411-12; Orlando, FL(US).
- [3] 卜弘毅. 激光雷达在星球着陆器自动导航中的应用 [J]. **红外**, 2008, **29**(7): 9-14.
- [4] 刘素美,马红章. 45°旋转扫描镜多元并扫的图像
   畸变及软件校正 [J]. 红外与激光工程,2007,36(4):
   526-529.
- [5] 刘银年. 45° 镜多元探测器并扫成像特性和扫描 轨迹分析 [J]. 光学精密工程, 2002, 10(1): 110–115.
- [6] 连铜淑. 反射棱镜共轭理论 [M]. 北京:北京理工 大学出版社, 1988.

Infrared (monthly)/Vol.31, No.6, Jun 2010