

文章编号: 1672-8785(2010)06-0023-08

# 基于 Fisher 判别零空间的高光谱图像混合像元分解

金 晶<sup>1</sup> 王 斌<sup>1,2</sup> 张立明<sup>1</sup>

(1. 复旦大学电子工程系, 上海 200433;

2. 复旦大学波散射与遥感信息教育部重点实验室, 上海 200433)

**摘要:** 传统的光谱混合分析方法假设每个端元必须具有完全稳定的光谱特性, 而在实际问题中同类地物的端元光谱往往存在着差异。为了有效地抑制同物异谱对混合像元分解的影响, 本文提出一种基于 Fisher 判别零空间的高光谱遥感图像混合像元分解算法。Fisher 判别零空间方法通过对高光谱图像数据进行线性变换, 使得变换后的数据中同一端元内的光谱差异减小为零, 而不同端元间的光谱差异尽可能地增大。利用变换后的光谱数据对混合像元进行分解就可以较大程度地减少同物异谱现象对分解结果的影响。对模拟高光谱图像数据以及 Indiana 地区和 Cuprite 地区的实际 AVIRIS 数据的解混结果表明, 用 Fisher 判别零空间方法处理混合像元分解问题, 可以得到较高的分解精度。

**关键词:** 混合像元分解; 同物异谱; Fisher 判别零空间; 高光谱图像

**中图分类号:** TP751    **文献标识码:** A    **DOI:** 10.3969/j.issn.1672-8785.2010.06.006

## Decomposition of Mixed Pixels Based on Fisher Discriminant Null Space in Hyperspectral Imagery

JIN Jing<sup>1</sup>, WANG Bin<sup>1,2</sup>, ZHANG Li-ming<sup>1</sup>

(1. Department of Electronic Engineering, Fudan University, Shanghai 200433, China;

2. The Key Laboratory of Wave Scattering and Remote Sensing Information (Ministry of Education),  
Fudan University, Shanghai 200433, China)

**Abstract:** In the traditional spectral mixture analysis method, each endmember is assumed to have a constant spectral signature. However, there are always differences in endmember spectra for same ground objects. In order to restrain the effect of different endmember spectra of the same object on mixed image decomposition, a new method based on Fisher discriminant null space for decomposition of mixed pixels in hyperspectral images is proposed. In the Fisher discriminant null space method, the linear transformation of hyperspectral image data can make the endmember spectra have no variability inside each endmember group and have large differences among different endmember groups. Therefore, the negative impact resulted from the endmember spectral variability can be decreased to a larger extent by using the transformed spectra. The experimental results of both artificial data and actual remote sensing images in Indiana and Cuprite regions show that the proposed algorithm has a higher decomposition accuracy for the mixed pixels in hyperspectral images.

**收稿日期:** 2010-02-08**基金项目:** 863 国家高技术研究计划 (2009AA12Z115); 国家自然科学基金 (60672116); 上海市重点学科建设项目 (B112)**作者简介:** 金晶 (1985-), 女, 江苏人, 硕士研究生, 研究方向为混合像元分解。E-mail: 072021032@fudan.edu.cn

**Key words:** decomposition of mixed pixels; endmember spectral variability; Fisher discriminant null space; hyperspectral image

## 1 引言

由于遥感拍摄仪器空间分辨率的限制, 遥感图像中的一个像元所对应的地面区域通常覆盖了多种地物, 其像元的光谱值实际上是几种纯净地物光谱值的混合, 这种像元被称为混合像元, 混合像元内的这些纯净地物被称为端元(endmember)。将混合像元分解为典型的地物(即端元)和它们的混合比例(即丰度), 可以获取亚像元级的信息, 提高地物识别的精度, 并实现定量遥感。因此, 混合像元分解对于基于高光谱遥感图像的高精度地物分类以及地面目标的检测有着重要的意义, 并已成为近年来遥感领域的一个研究热点<sup>[1]</sup>。

光谱混合分析模型按参量之间的关系可以归结为线性和非线性模型两类。由于非线性光谱混合模型的形式一般都比较复杂, 并且其中的很多参数难以精确测量, 甚至无法获取, 所以在实际应用中人们大多是使用线性光谱混合模型来展开研究的<sup>[2]</sup>。在线性模型中, 混合光谱等于端元光谱与端元面积比例的线性组合。该模型的数学表达式如下:

$$x_b = \sum_{i=1}^p s_i a_{i,b} + e_b \quad (1)$$

式中,  $x_b$  是高光谱图像中某像元在第  $b$  波段的反射率,  $p$  是端元的数目,  $s_i$  是第  $i$  个端元的权重, 它由第  $i$  个端元占像元的比例来决定,  $a_{i,b}$  是第  $i$  个端元在第  $b$  波段的反射率,  $e_b$  是残差。结合线性光谱混合模型的物理意义, 上式还必须满足  $\sum_{i=1}^p s_i = 1$  和  $s_i \geq 0$  这两个约束条件。

传统的混合像元分解方法都假设: 在一个高光谱图像中, 地表由一定数目的地物种类(端元)组成, 每个端元的光谱特性是稳定的。实际上, 由于地形地势、土壤水分等各种因素的影响, 同类地物端元的光谱间存在着差异, 即同物异谱现象是普遍存在的。因此, 混合像元分解问

题中, 对同一类地物采用单一的端元光谱进行解混, 必然会导致分解结果的精度不高<sup>[2,3]</sup>。

目前, 已经有一些研究针对同物异谱问题提出了一定的解决方法。1998年, Roberts 等人提出了多个端元混合光谱分析方法, 即从包含大量端元光谱的库中生成所有可能的端元组合, 并选取最佳的端元组合进行分解, 从而求出每类地物所占的百分比。这种方法的求解过程复杂, 耗时较长<sup>[4]</sup>。2000年, Bateson 等人提出了一种端元束方法。区别于使用单一端元光谱的一般方法, 该方法将端元束中所有的光谱视为端元进行像元分解。由于端元数目超过光谱波段数, 因此只能求出每一类地物所占比例的最小值和最大值<sup>[5]</sup>。2000年, Asner 等人将光谱作微分处理以减小端元的光谱差异<sup>[6]</sup>; 2004年, Wu 等人通过将光谱除以各个波段的光谱均值(即作光谱归一化处理)后再作混合像元分解<sup>[7]</sup>, 这两种方法都不具有普遍适用性。

针对上述问题, 本文提出一种基于 Fisher 判别零空间的高光谱遥感图像混合像元分解算法, 其基本思路是通过在由各波段线性组合而成的特征空间中寻找一个方向, 使得在这样一个方向上, 端元内的光谱差异尽可能小而端元间的光谱差异尽可能大。另外在这个方向上对混合像元进行分解还可以显著地减少端元内的光谱差异对分解结果的影响。由于像元纯度指数(PPI)可以用来表征像元的纯度, 因此计算像元纯度指数就能在高光谱数据中寻找出纯度较高的那些像元<sup>[8]</sup>。通过 PPI 计算, 选取一定数目的纯像元作为每个端元的训练样本, 构造训练样本的类内散布矩阵零空间。在此零空间内找到类间离散度最大的投影方向, 往此方向投影得到端元样本的最优分类特征矢量, 再用全约束的最小二乘法(FCLS)解混得到每种地物的比例<sup>[9]</sup>。

## 2 方法技术介绍

### 2.1 PPI 算法

PPI 是用来表征像元纯度的指标。PPI 计算是为了在高光谱数据中寻找最纯的光谱端元，其计算原理是把每个像元看成一个  $n$  维的向量，然后所有像元组成一个向量空间，于是在这个向量空间中必然存在一组全部由位于边界位置的向量组成的基。这些边界位置的向量被投影到大量随机产生的单位向量上时，其出现在边缘位置的概率最大，这种概率就用纯度指数来表示。具体计算步骤如下：

(1) 初始化：随机产生  $k$  个  $n$  维单位向量  $skewer$ ，一般取  $k \geq 10000$ 。

(2) PPI 计算：对于每个像元向量  $pixel$ ，设定一个计数器  $N_{PPI}$ ，赋初值 0，作投影运算

$$dp = \sum_{i=1}^n pixel[i] \cdot skewer[i] \quad (2)$$

对于每个单位向量  $skewer$ ，给投影值  $dp$  极大值所对应像元的计数器  $N_{PPI}$  加 1。

(3) 高纯度像元的提取：上一步骤的计算结果  $N_{PPI}$  的大小代表像元的纯度。设定阈值  $\varepsilon$ ，计数器  $N_{PPI} \geq \varepsilon$  对应的像元被视为纯度较高的像元而保留，其余的像元被屏蔽。

可以根据具体的高光谱数据来设置阈值  $\varepsilon$ ，再提取出一定数量纯度较高的像元并将其分类以作为各类地物的同物异谱的端元样本。

## 2.2 Fisher 判别零空间算法

Fisher 判别准则的主要思想是通过对多维训练样本进行线性组合来建立新的判别量，使不同类别样本之间的距离尽可能变大，而将同类样本内的距离减至最小<sup>[10]</sup>。

假设样本的维数为  $n$ ，共有  $c$  个类别的训练样本  $C_1, C_2, \dots, C_c$ 。其中， $C_i$  为  $n \times N_i$  的矩阵，表示第  $i$  组中有  $N_i$  个训练样本构成了  $C_i$ 。样本的类间散布矩阵  $S_b$  和类内散布矩阵  $S_w$  的定义如下：

$$S_b = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^c N_i (m_i - m)(m_i - m)^T \quad (3)$$

$$S_w = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^c \sum_{x \in C_i} (x - m_i)(x - m_i)^T \quad (4)$$

式中， $N$  为样本总数， $m_i$  是  $C_i$  的样本均值， $m$  为总样本均值。样本的总散布矩阵即混合散布矩阵为  $S_t = S_b + S_w$ 。

Fisher 判别的目标是要找到一个最优的投影矩阵  $W$ ：

$$W = \arg \max_W \frac{|W^T S_b W|}{|W^T S_w W|} \quad (5)$$

在实际问题中，容易得到  $S_b$ 、 $S_w$  和  $S_t$  的秩的最大值分别为  $c-1$ 、 $N-c$  和  $N-1$ ，这都远远小于样本的维度  $n$ ，即一般情况下  $S_b$ 、 $S_w$  和  $S_t$  都是奇异的。

这里引入矩阵零空间的概念。矩阵  $A$  的零空间 (Null space) 定义为： $\{x | Ax = 0, x \in R^n\}$ 。零空间的向量数目为  $n - \text{rank}(A)$ 。

Fisher 判别零空间算法的目标是寻找属于  $S_w$  零空间的判别矢量  $q$ ，以满足  $q^T S_w q = 0$ ，且  $q^T S_b q \neq 0$ ，并使  $|q^T S_b q| / |q^T S_w q|$  尽可能变大，即使  $|q^T S_b q|$  尽可能变大。可以证明， $S_t$  的零空间为  $S_b$  和  $S_w$  共同的零空间。因此可以先通过特征分解除去  $S_t$  的零空间，该过程并不会丢失有用的判别信息。然后在维度降低了的投影空间中寻找  $S_w$  的零空间<sup>[10]</sup>。具体算法流程如下：

(1) 除去  $S_t$  的零空间

对  $S_t$  作特征分解，得到  $S'_w = U^T S_w U$ ， $S'_b = U^T S_b U$ ，其中  $U$  为由所有非零特征值对应的特征向量组成的矩阵。

(2) 计算  $S'_w$  的零空间

由于  $\text{rank}(S_t) \leq N-1$ ，所以  $U$  的维数最多为  $N-1$ ， $S'_w$  的维数最多也为  $N-1$ 。对于  $S'_w$ ，可以通过特征分解来计算  $S'_w$  的零空间  $Q$ ，通常  $\text{rank}(S'_w) = \text{rank}(S_w) \leq N-c$ ，故  $S'_w$  零空间的维数一般为  $c-1$ 。于是得到  $S''_w = Q^T S'_w Q = (UQ)^T S_w (UQ)$ ， $S''_b = Q^T S'_b Q = (UQ)^T S_b (UQ)$ 。

(3) 如果  $S''_b$  存在零空间，则将之除去，并选择最优判别量。

对于  $S''_b$ ，经过特征分解， $V$  为由最大的  $c-1$  个特征值对应的特征向量组成的矩阵即判别量，得到总的变换矩阵  $W = UQV$ 。

第(3)步可以不要，因为通常情况下  $S''_b$  是满秩的，所以判别量的个数为  $c-1$ ，这与理想的

$c$  类分类问题需要  $c - 1$  个特征向量是吻合的。

### 2.3 基于 Fisher 判别零空间的混合像元分解方法

利用 PPI 能够提取高纯度像元的特性以及 Fisher 判别零空间的原理，我们提出一种基于 Fisher 判别零空间的混合像元分解方法。由于 Fisher 判别零空间变换是线性的，所以变换后线性混合像元模型依然成立。设端元的个数为  $p$ ，则 Fisher 判别零空间算法可提取  $p - 1$  个判别量  $W_1, W_2, \dots, W_{p-1}$ ，并将它们组成变换矩阵  $W$ 。

由于 Fisher 判别零空间中的端元光谱差异为零, 因此各类端元可选任意端元样本的光谱并将它们投影到变换矩阵上, 从而得到 Fisher 判别零空间变换后的端元光谱:

$$\mathbf{a}'_i = W\mathbf{a}_i \quad (6)$$

对混合光谱作同样的变换，可得

$$\mathbf{x}' = W\mathbf{x} \quad (7)$$

线性变换后的光谱仍然满足线性混合模型，则有

$$W\mathbf{x} = W \sum_{i=1}^p s_i \mathbf{a}_i + W\mathbf{e} \quad (8)$$

即

$$\mathbf{x}' = \sum_{i=1}^p s_i \mathbf{a}'_i + \mathbf{e}' \quad (9)$$

式中,  $\mathbf{x}' = (x'_1, x'_2, \dots, x'_{p-1})^T$  表示变换后的混合像元光谱;  $\mathbf{a}'_i$  表示变换后的端元光谱,  $\mathbf{a}'_i = (a'_{i1}, a'_{i2}, \dots, a'_{i(p-1)})^T$ ,  $i = 1, 2, \dots, p$ ;  $\mathbf{e}' = W\mathbf{e}$

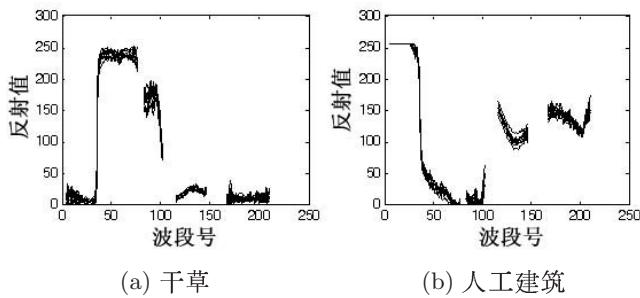


图 1 Indiana 地区的 AVIRIS 数据中提取的四种地物类型各 9 条不同的纯像元光谱

表示变换后的残差。加上约束条件  $\sum_{i=1}^p s_i = 1$  和  $s_i \geq 0$ ，即可用 FCLS 求解式 (9)。

混合像元光谱经 Fisher 判别零空间变换后，同类地物间的光谱差异大大减小了，从而使像元分解精度得到了提高。基于 Fisher 判别零空间的混合像元分解方法的具体步骤如下：

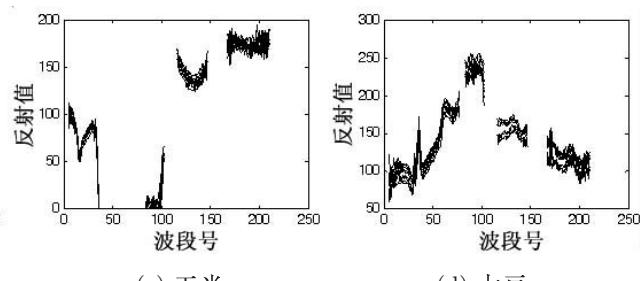
- (1) 根据 PPI 结果, 设定阈值  $\varepsilon$ , 自动选取适量的各类地物的纯像元光谱作为训练样本。
  - (2) 利用 Fisher 判别零空间算法获得前  $c - 1$  个最佳判别矢量所对应的变换矩阵。
  - (3) 将混合光谱投影到最佳判别矢量空间, 再用 FCLS 解混, 求出各端元对应的丰度。

3 实验结果

### 3.1 模拟数据

为了检验 Fisher 判别零空间算法的结果和精度,本文设计了模拟高光谱图像数据实验。从 Indiana 地区的 AVIRIS 数据中提取四种地物类型(干草、人工建筑、玉米、大豆)的纯像元光谱各 9 条作为实验样本,来模拟同物异谱现象,如图 1 所示。去除水吸收波段及噪声波段(第 1~4, 78~82, 103~115, 148~166 以及 211~220 波段),共剩下 169 个有效波段的光谱。然后模拟 4 种端元的丰度图像,其大小为  $101 \times 101$  像素。丰度图中亮度最大的顶点处的  $6 \times 6$  像素区域为该地物的 9 个纯像元样本,每个样本占  $2 \times 2$  像素区域。将随机产生的样本光谱混合系数与四种地物的丰度矩阵相乘,并加入高斯白噪声使 SNR=20dB,得到 169 个通道的模拟图像。

将模拟图像数据作最小噪声分量 (MNF) 变



INFRARED (MONTHLY)/VOL.31, No.6, JUN 2010

换<sup>[11]</sup>, 使信噪比最大的数据集中于前几个主成分中, 同时降低波段间的相关性, 以提高光谱分解精度。取 MNF 变换的前三个主成分作 PPI 运算, 分别选择 PPI 值最大的即纯度最高的 20 个像元作为四种端元的样本, 并对这 80 个训练样本作 Fisher 判别零空间分析, 再利用由前三个判别量组成的变换矩阵对混合光谱进行变换, 得到 Fisher 判别零空间变换后的光谱。

为了定量地衡量子空间上样本的区分程度, 我们采用子空间上样本的类间和类内散布矩阵的行列式的比值来反映子空间上样本的可分性。结果如表 1 所示, 可以看出 Fisher 判别零空间算法可以把类内距离减小为零, 且把类间距离拉到最大。Fisher 判别零空间法的类间方差与类内方差的比值远远大于变换之前的比值。

表 1 特征空间上样本的类内和类间距离的比较

矩阵行列式	$ S_B $ (类间)	$ S_W $ (类内)	$ S_B / S_W $
MNF Components	$2.08 \times 10^{14}$	$6.64 \times 10^5$	$3.13 \times 10^8$
Fisher Null Space	$1.13 \times 10^5$	$9.04 \times 10^{-53}$	$1.24 \times 10^{57}$

本文将利用 PPI 提取端元、取各类端元样本光谱的平均值作为端元光谱和用 FCLS 对混合光谱进行分解这两种方法与 Fisher 判别零空间方法的解混结果进行了比较。

表 2 添加噪声使 SNR=20dB 的情况下三种方法对模拟实验的分解误差比较

RMSE	干草	人工建筑	玉米	大豆	四种地物平均
像元纯度指数	0.0277	0.0266	0.0258	0.0408	0.0302
样本光谱算术平均	0.0241	0.0223	0.0237	0.0320	0.0255
Fisher 判别零空间	0.0146	0.0142	0.0169	0.0221	0.0169

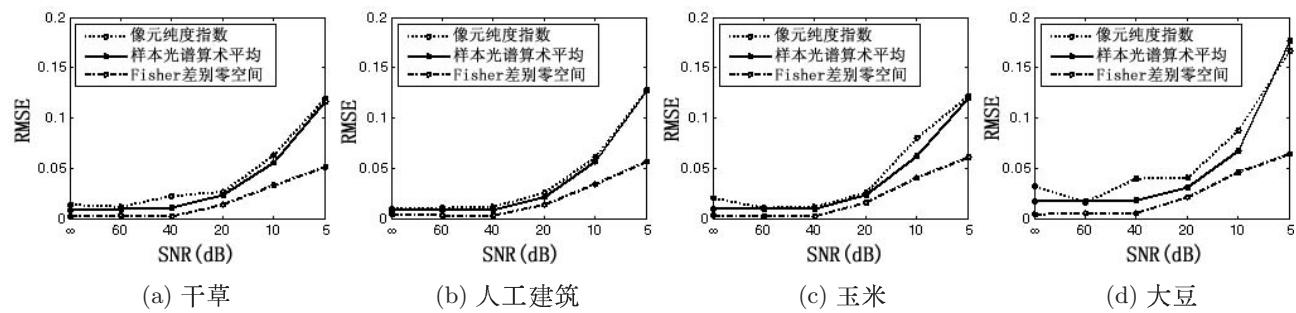


图 2 不同噪声情况下三种方法解混的 RMSE 曲线

解混结果精度的评价指标采用均方根误差(RMSE), 其表达式为

$$RMSE_k = \sqrt{\frac{1}{l \times m} \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^m (\hat{s}_k(i, j) - s_k(i, j))^2} \quad (10)$$

式中,  $\hat{s}_k(i, j)$  表示端元在空间坐标  $(i, j)$  上为像元的比例估计,  $s_k(i, j)$  表示真实的端元比例,  $l$  为列数,  $m$  为行数。所有端元丰度估计的均方根误差平均值的计算如下:

$$RMSE = \frac{1}{p} \sum_{k=1}^p RMSE_k \quad (11)$$

在添加噪声使 SNR=20dB 的情况下, 三种方法的求解精度如表 2 所示。图 2 表示添加噪声后 SNR 分别为 60dB、40dB、20dB、10dB 和 5dB 以及不添加噪声的情况下三种方法的分解结果对比。可以看出, 基于 Fisher 判别零空间的方法的分解精度最高, 而像元纯度指数方法的精度在这三种方法中属最差。由此可见, 在存在同物异谱现象的情况下, 仅仅选择单一的像元光谱作为端元并不能达到理想的分解效果。

### 3.2 实际遥感数据实验

在该部分实验中, 我们用 Fisher 判别零空间算法对实际遥感图像进行了混合像元分解, 并

分别选用 Indiana 地区的 AVIRIS 数据和 Cuprite 地区的 AVIRIS 数据进行了实验。

### 3.2.1 Indiana 地区的 AVIRIS 数据

实验中使用成像于 1992 年 7 月的一幅 AVIRIS 高光谱遥感数据。该数据包含  $0.4\mu\text{m} \sim 2.5\mu\text{m}$  内共 220 个波段的数据，其光谱分辨率为  $10\text{nm}$ ，空间分辨率为  $17\text{m}$ ，图像大小为  $145 \times 145$  像素。该地区地表的主要覆盖类型有各种农作物（包括玉米、大豆、小麦等）、植被（包括草地、树林等）以及各种人工建筑（高速公路、铁塔、房屋等）。该数据由美国 Purdue 大学提供网上下载<sup>1</sup>，同时，研究小组也给出了一份可供参考的该地区实地勘测结果<sup>[12]</sup>，它将在不同土壤开垦情况下的同一作物看成不同类型，并在忽视土壤、部分植被等背景以及一些小目标的情况下将该成像区域划分为 16 类。我们将同类地物合并，得到了六种典型的地物，它们分别为玉米、小麦、植被、人工建筑、干草、大豆。在我们的实验分析之前，该数据的第 1 ~ 4, 78 ~ 82, 103 ~ 115, 148 ~ 166 以及 211 ~ 220 波段由于水吸收或信噪比很低而被舍弃了，因此，我们是用剩下的总共 169 个波段数据进行混合像元解混实验的。

图 3 为通过用 Fisher 判别零空间法解混得到

的 6 个典型端元的丰度图。在 PPI 算法过程中设置阈值  $\varepsilon = 1000$ ，得到六种地物的不同数目的纯像元，并将它们作为样本，样本数目分别为：玉米 -5，小麦 -13，植被 -16，人工建筑 -13，干草 -15，大豆 -13，共取了 75 个样本。将图 3 的解混结果与实地调查的情况比较后可以看出，两种结果非常吻合。特别是其中的人工建筑（高速公路、铁塔、房屋等）的丰度估计结果明显比 PPI 方法的解混结果更为准确（见图 4）。这是由于人工建筑的光谱差异较大，Fisher 判别零空间算法减小了端元光谱内的差异的结果，因此它可以得到较好的解混结果。

### 3.2.2 Cuprite 地区的 AVIRIS 数据

实验中使用了成像于 1997 年 6 月 19 日的 Cuprite 地区的 AVIRIS 数据，其图像大小为  $250 \times 190$ ，波长范围是  $0.37\mu\text{m} \sim 2.48\mu\text{m}$ ，光谱分辨率为  $10\text{nm}$ ，共有 224 个波段数据。该地区位于美国内华达州的南部，其地表基本无植物覆盖，多为裸露矿物，网上提供了该地区的实地勘测的地物分布图<sup>2</sup>。这一数据已被广泛地应用于遥感图像混合像元分解算法的研究中。在算法

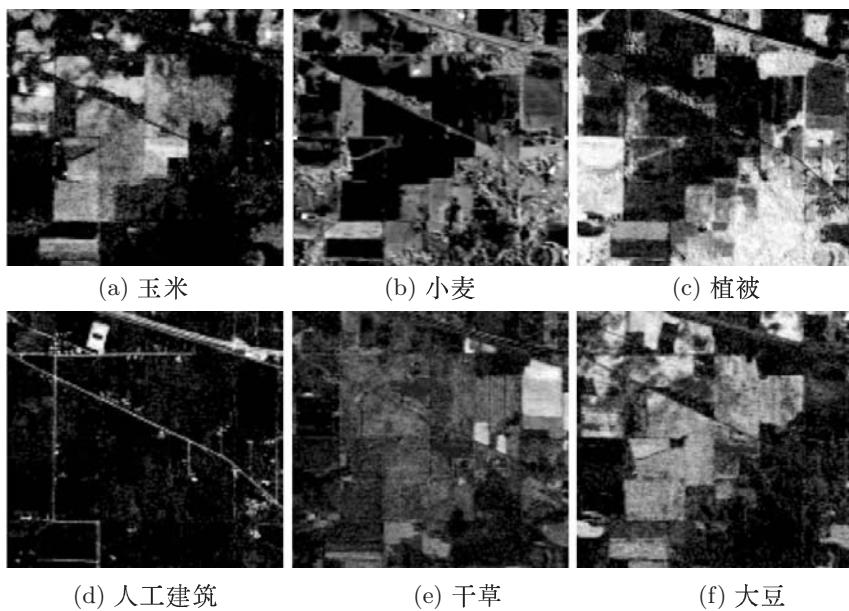


图 3 Fisher 判别零空间法的解混结果

<sup>1</sup> <http://cobweb.ecn.purdue.edu/~biehl/Multispec/documentation.html>

<sup>2</sup> <http://speclab.cr.usgs.gov/cuprite.html>

运行前, 该数据中的一些水吸收波段和信噪比很低的波段(包括第 1、2、104~113、148~167、221~224 波段)已经被预先去除, 剩下的总共 188 个波段数据被用于混合像元解混实验。

通过网上提供的该地区的实地勘测地物分布图可知该数据中典型端元的数目为 12 个<sup>[13]</sup>。在 PPI 算法过程中仍设置阈值  $\varepsilon = 1000$ , 得到 12 种地物的纯像元样本共 92 个。用 Fisher 判别零空间算法计算出的 12 个端元的丰度分布(见图 5)和实地勘测的地物分布图进行目视判别可知, 所提取的 12 个端元分别对应于下列矿物: (a) 白云母 Muscovite, (b) 沙漠地表 Desert varnish, (c) 明矾石 Alunite, (d) 高岭石 1 Kaolinite#1, (e) 蒙脱石 Montmorillonite, (f) 铝硼硅酸盐 Dumortierite, (g) 镰长石 Buddingtonite, (h) 高岭石 2 Kaolinite#2, (i) 皂石 Nortronite, (j) 钙铁硅酸盐 Andradite, (k) 石榴石 Pyrope, (l) 钙钛硅酸盐 Spheine。

Montmorillonite, (f) 铝硼硅酸盐 Dumortierite, (g) 镰长石 Buddingtonite, (h) 高岭石 2 Kaolinite#2, (i) 皂石 Nortronite, (j) 钙铁硅酸盐 Andradite, (k) 石榴石 Pyrope, (l) 钙钛硅酸盐 Spheine。



(a) PPI 方法

(b) Fisher 判别零空间方法

图 4 用两种方法对人工建筑进行分解后的结果比较

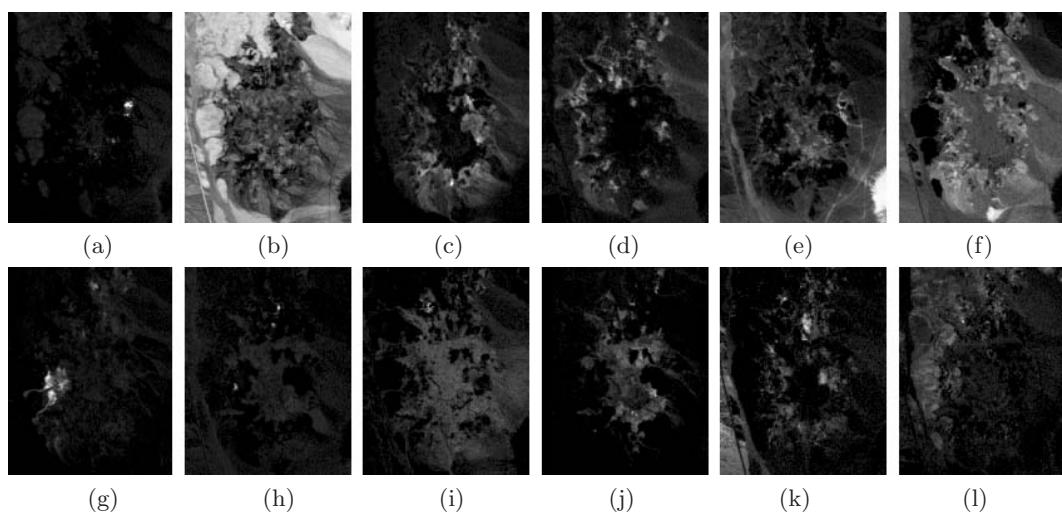


图 5 Fisher 判别零空间方法解混得到的 12 个端元的丰度图

### 3.3 实验精度分析

由于实际的遥感图像缺少标准的地物分解图, 因此无法从端元丰度图上来验证分解精度。这里我们用重构高光谱图像和原高光谱图像之间的均方根误差来衡量解混结果的好坏。我们认为由一组高质量的端元及相应的 FCLS 估算的端元丰度结果重构的高光谱图像的重构精度要高于一组低质量的端元的重构精度, 因此可以通过分析重构误差来间接评估端元提取及线性光谱解混的精度。为了能公正地评估 Fisher 判别零空间算法、像元纯度指数算法以及样本光谱算术平均算法的优劣, 这三种算法都必须用 FCLS 来估算端元的丰度。

假设  $\mathbf{I}^{(O)}$  是原高光谱图像,  $\mathbf{I}^{(R)}$  为重构的高光谱图像, 则重构均方根误差可以表示为<sup>[14]</sup>

$$RMSE\left(\mathbf{I}^{(O)}, \mathbf{I}^{(R)}\right) = \frac{1}{l \times m} \times \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^m \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left(x_k^{(O)}(i, j) - x_k^{(R)}(i, j)\right)^2} \quad (12)$$

式中,  $\mathbf{X}^{(O)}(i, j) = [x_1^{(o)}(i, j), x_2^{(o)}(i, j), \dots, x_n^{(o)}(i, j)]^T$  代表原高光谱图像在空间坐标为  $(i, j)$  上的像元光谱,  $\mathbf{X}^{(R)}(i, j) = [x_1^{(R)}(i, j), x_2^{(R)}(i, j), \dots, x_n^{(R)}(i, j)]^T$  代表对应位置的重构高光谱图像的像元光谱。

利用式(12)分别计算了模拟数据实验、Indiana 地区 AVIRIS 数据实验以及 Cuprite 的 AVIRIS

数据实验中三种不同分解方法的重构误差,结果如表3所示。从表中可以看出, Fisher判别零空间算法的重构误差明显小于像元纯度指数方法和样本光谱算术平均方法。

表3 模拟数据实验及实际数据实验中三种分解方法对应的重构均方根误差

RMSE	模拟数据	Indiana	Cuprite
像元纯度指数	10.86	18.09	3.00
样本光谱算术平均	9.17	13.02	2.61
Fisher判别零空间	0.37	4.25	1.60

## 4 结论

本文针对混合像元分解中普遍存在的同物异谱现象所引起的分解精度降低的问题,提出了基于Fisher判别零空间的高光谱遥感图像混合像元分解方法。Fisher判别零空间法通过对由端元的纯像元光谱组成的训练样本进行分析,构造了训练样本的类内散布矩阵零空间,从而使端元内的光谱差异变为零。然后在此零空间内寻找令类间散布矩阵离散度最大的判别量,即Fisher判别零空间的判别量,使不同类的端元光谱分离度达到最大,从而最大程度地减少了由于同物异谱而导致的分解误差。对模拟高光谱图像进行分解的结果表明, Fisher判别零空间法确实能减少端元内光谱差异的影响,并在分解精度上优于像元纯度指数方法和样本光谱算术平均方法。对Indiana地区和Cuprite地区的实际AVIRIS图像数据进行了分解,其结果和实地勘测的地物分布图相吻合。通过计算高光谱图像的重构误差,间接验证了Fisher判别零空间法能够有效地减小分解误差这一点。同物异谱现象普遍存在于实际的高光谱遥感图像中,这给混合像元的准确分解造成了一定的困难。本文提出的Fisher判别零空间方法能够在很大程度上提高混合像元的分解精度,具有较大的实际应用价值。

## 参考文献

- [1] Chang C-I. Hyperspectral Data Exploitation: Theory and Applications [M]. John Wiley & Sons, Inc, 2007: 107–148.
- [2] Petrou M, Foschi P G. Confidence in linear spectral unmixing of single pixels [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 1999, **37**(1): 624–626.
- [3] Asner G P. Biophysical and biochemical sources of variability in canopy reflectance [J]. *Remote Sensing of Environment*, 1998, **64**(3): 234–253.
- [4] Roberts D A. Mapping chaparral in the Santa Monica Mountains using multiple endmember spectral mixture models [J]. *Remote Sensing of Environment*, 1998, **65**(3): 267–279.
- [5] Bateson C A, Asner G P, Wessman C A. Endmember bundles: A new approach to incorporating endmember variability into spectral mixture analysis [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2000, **38**(2): 1083–1094.
- [6] Asner G P, Lobell D B. A biogeophysical approach for automated SWIR unmixing of soils and vegetation [J]. *Remote Sensing of Environment*, 2000, **74**(1): 99–112.
- [7] Wu C. Normalized spectral mixture analysis for monitoring urban composition using ETM+ imagery [J]. *Remote Sensing of Environment*, 2004, **93**(4): 480–492.
- [8] Boardman J W, Kruse F A, Green R O. Mapping target signatures via partial unmixing of AVIRIS data: in Summaries [C]. in Proc. Summaries JPL Airborne Earth Sci. Workshop, Pasadena, CA, 1995: 23–26.
- [9] Heinz D, Chang C-I. Fully constrained least squares linear mixture analysis for material quantification in hyperspectral imagery [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2001, **39**(1): 529–545.
- [10] Huang R, Liu Q S, Lu H Q, et al. Solving the small sample size problem of LDA [C]. in Proc. of the Int. Con. on Pattern Recognition, Quebec, Canada, 2002, 3: 29–32.
- [11] Green A A, Berman M, Switzer P, et al. A transformation for ordering multispectral data in terms of image quality with implications for noise removal [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 1988, **26**(1): 65–74.
- [12] Landgrebe D. Multispectral data analysis: A signal theory perspective [C]. School of Electr. Comput. Eng, Purdue Univ., West Lafayette, IN, 1998.
- [13] Swayze G, Clark R, Sutley S, et al. Ground-Truthing AVIRIS mineral mapping at Cuprite, Nevada [C]. in Summaries 3rd Annu. JPL Airborne Geosciences Workshop, 1992, 1: 47–49.
- [14] Zortea M, Plaza A. Spatial preprocessing for endmember extraction [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2009, **47**(8): 2679–2693.