

文章编号: 1672-8785(2010)08-0038-06

用蒙特卡罗方法和 MATLAB 计算冷屏内壁 表面辐射光线落入探测器芯片的比例

王忆锋 范乃华 毛京湘

(昆明物理研究所, 云南昆明 650223)

摘 要: 介绍了用蒙特卡罗方法和 MATLAB 计算圆形冷屏内壁表面辐射落入探测器芯片比例的一种解决方案。该方案基于三维空间中的方向数概念, 首先利用 MATLAB 命令生成冷屏内壁表面上的随机点, 再赋予该点一组随机方向数, 获得一条随机直线方程, 以判断它是直接投向芯片平面还是经反射后投向芯片平面。对于反射的情况, 根据镜面反射的性质及解析几何公式, 生成该直线在冷屏内壁上的反射光线, 并判断它们是否落在探测器芯片区域。经统计后, 可算出冷屏各部分落入芯片表面的辐射光线在冷屏内壁表面发射出来的总光线数中所占的比例。该方法具有编程简单和方便实用等特点。

关键词: 冷屏; 表面辐射; 红外成像系统; 蒙特卡罗方法; MATLAB

中图分类号: O435 **文献标识码:** A **DOI:** 10.3969/j.issn.1672-8785.2010.08.009

Calculating the Ratio of Radiation Rays Falling on Detector Chip from Inner Wall of Cold Shield with Monte Carlo Method and MATLAB

WANG Yi-feng, FAN Nai-hua, MAO Jing-xiang

(Kunming Institute of Physics, Kunming 650223, China)

Abstract: A method for calculating the ratio of the radiation rays falling on a detector chip from the inner wall of a circular cold shield by using the Monte Carlo method and MATLAB is presented. It is based on the directional number concept in three-dimensional space. First, a random point on the surface of the inner wall in the cold shield is generated with MATLAB. Then, a group of random directional numbers is associated to that point to form an equation for a random straight line and whether it is projected to the chip plane directly or to the chip plane after reflection is judged. In the case of reflection, the radiation rays reflected from the inner wall of the cold shield are generated according to the property of specular reflection and whether they fall on the chip region is judged. After statistical analysis, the ratio of the number of the radiation rays falling on the detector chip to the total number of the radiation rays emitted from the surface of the inner wall of the cold shield can be calculated. This method has the features of easy programming and simple operation.

Key words: cold shield; surface radiation; infrared imaging system; Monte Carlo method; MATLAB

收稿日期: 2010-01-26

作者简介: 王忆锋(1963-), 男, 湖南零陵人, 工学士, 高级工程师, 主要从事器件仿真研究。E-mail: wangyifeng63@sina.com

1 引言

冷屏是制冷型红外成像系统的构件之一。一方面, 冷屏限制了探测器芯片的视场角^[1-6]; 另一方面, 冷屏内壁由于其自身温度产生的表面辐射可能通过直接投射、一次或多次反射等途径落入探测器芯片, 从而成为一个影响探测器信噪比的噪声源。冷屏内壁的表面辐射对探测器芯片的影响一般没有可以用解析表达式来描述的函数关系, 而是需要根据具体的结构参数来作数值计算。本文以圆形冷屏为例, 介绍了利用蒙特卡罗方法和 MATLAB 计算落入探测器芯片的辐射光线数在冷屏内壁表面产生的总辐射光线数中所占比例的一种解决方案。

2 算法的基本思路

本文所述算法的基础之一是三维空间几何中的方向数概念^[7]。如图 1 所示, 通过坐标系原点 O 并且平行于直线 L 的直线 OM 上任意一点 W 的坐标 (p, q, s) 称为直线 L 的方向数; 而

$$\begin{cases} \cos \alpha = \frac{p}{\sqrt{p^2 + q^2 + s^2}} \\ \cos \beta = \frac{q}{\sqrt{p^2 + q^2 + s^2}} \\ \cos \gamma = \frac{s}{\sqrt{p^2 + q^2 + s^2}} \end{cases} \quad (1)$$

称为直线 OM 的方向余弦。直线 L 通过点 $M_0(x_0, y_0, z_0)$ 的方程可以写为

$$\frac{x - x_0}{p} = \frac{y - y_0}{q} = \frac{z - z_0}{s} \quad (2)$$

另外, 直线 L 通过 $M_1(x_1, y_1, z_1)$ 和 $M_2(x_2, y_2, z_2)$ 两点的方程为

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1} \quad (3)$$

假设冷屏内壁呈镜面状态, 且暂不考虑表面发射率、温度和二次及多次反射等因素。冷屏内壁表面的自身辐射大体上可以分为三部分, 即顶面、侧面和底面辐射, 它们可以分别计算。另外, 从直观上可以判断, 顶面辐射一般必须经过多次反射后才可能落入芯片。由于本文不考

虑二次以上的反射, 故略去顶面辐射的影响, 主要分析侧面和底面辐射对探测器芯片的影响。

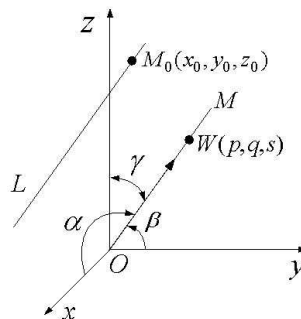


图 1 通过点 $M_0(x_0, y_0, z_0)$ 的直线 L 及其方向数概念

在冷屏内壁表面上随机选取一点, 通过赋予该点一组随机方向数而形成一条光线, 并依据反射定理及空间解析几何等有关知识, 判断其投射或一次反射是否落在探测器芯片区域内。统计出落入芯片区域的光线数, 即可算出冷屏各部分的表面辐射光线在总光线中所占的比例。

3 冷屏内壁侧面辐射对探测器芯片的影响

考虑图 2 所示的一种简化圆形冷屏与探测器芯片之间的几何结构, 其中 z 轴与冷屏圆心及芯片中心的连线重合。冷屏整体为一个圆柱结构, 半径为 R, 高度为 H; 冷屏的开口半径为 r; 矩形探测器芯片的尺寸为 $2a \times 2b$ 。冷屏内壁侧面的表面辐射光线可以根据其去向分为三类: 第 I 类直接投向冷屏顶面; 第 II 类投向冷屏底面; 第 III 类投向相对侧面。

对于冷屏柱面上的随机点, 采用以下极坐标形式生成

$$\begin{cases} x_A = R \cos \theta \\ y_A = R \sin \theta \\ z_A = H \cdot \text{rand}(1) \end{cases} \quad (4)$$

式中, $\theta = 2\pi \cdot \text{rand}(1)$ 。

已知 A 点的坐标为 (x_A, y_A, z_A) , 产生一组随机数 (p, q, s) , 并将该组随机数作为经过点 A 的直线 AB 的方向数, 根据式 (2) 就可以写出直

线 AB 的方程。当 $z = H$ 时, 直线 AB 与芯片平面相交, 其交点 E 的坐标为

$$\begin{cases} x_E = \frac{p(H - z_A)}{s} + x_A \\ y_E = \frac{q(H - z_A)}{s} + y_A \end{cases} \quad (5)$$

当 $z = 0$ 时, 直线 AB 与 xoy 平面相交, 其交点 D 的坐标为

$$\begin{cases} x_D = -\frac{pz_A}{s} + x_A \\ y_D = -\frac{qz_A}{s} + y_A \end{cases} \quad (6)$$

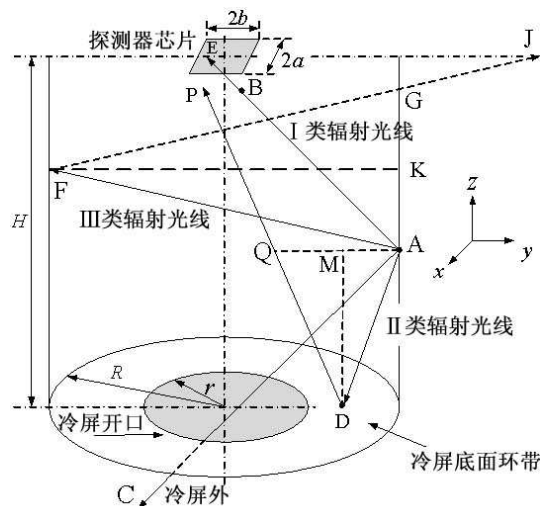


图 2 冷屏内壁侧面辐射

具体的分类标准如下:

(1) 当 $x_E^2 + y_E^2 \leq R^2$ 时, 辐射光线落在冷屏顶面内 (可以在程序中加一个计数器来统计投向冷屏顶面的光线数), 为第 I 类辐射光线; 当同时满足 $|x_E| \leq a$ 、 $|y_E| \leq b$ 时, E 点落在芯片区域内。

(2) 当 $x_D^2 + y_D^2 \leq R^2$ 时, 辐射光线落在冷屏底面内 (可以在程序中加一个计数器来统计投向冷屏底面的光线数), 为第 II 类辐射光线; 当 $x_D^2 + y_D^2 \leq r^2$ 时, 辐射光线落在冷屏底面的环带上 (可在程序中置入计数器来统计), 只有这部分辐射光线才可能反射回探测器芯片; 其余部分的辐射光线通过孔径到达冷屏之外, 其对芯片光敏元的影响可不再考虑。

已知 D 点的坐标为 $D(x_D, y_D, 0)$, MD 为等腰三角形 $\triangle ADQ$ 的顶角平分线 (高), M 点的坐标为 (x_D, y_D, z_A) , Q 点的坐标为 (x_Q, y_Q, z_A) 。因为 $QD = AD$, $AQ = QM + MA = 2MA$, 故有

$$\begin{cases} (x_Q - x_D)^2 + (y_Q - y_D)^2 = \Delta^2 \\ (x_Q - x_A)^2 + (y_Q - y_A)^2 = 4\Delta^2 \end{cases} \quad (7)$$

式中

$$\Delta = \sqrt{(x_A - x_D)^2 + (y_A - y_D)^2} \quad (8)$$

在 MATLAB 中输入下列语句:

```
syms p q s xA yA xD yD MA AD Delta
[xQ,yQ]=solve('(xQ-xD)^2+(yQ-yD)^2
=Delta^2','(xQ-xA)^2+(yQ-yA)^2=4*Delta^2',
'xQ','yQ')
```

可以得到 x_Q 和 y_Q 的两组表达式, 这里选取满足 $x_Q^2 + y_Q^2 \leq R^2$ 的那一组值。由于即使用 simple() 命令化简后, 计算结果仍然较长, 故可不必再追求写出其解析表达式, 而将化简结果直接复制、粘贴到 MATLAB 程序中。

根据式 (3) 可以写出直线 DQ 的方程; 当 $z = H$ 时, 直线 DQ 与芯片所在平面相交, 其交点 P 的坐标为

$$\begin{cases} x_P = \frac{H(x_Q - x_D)}{z_Q} + x_D \\ y_P = \frac{H(y_Q - y_D)}{z_Q} + y_D \end{cases} \quad (9)$$

如果 $|x_P| \leq a$, $|y_P| \leq b$, 则表明 P 点落在芯片区域内, 计数器加 1。

(3) 如果 (1) 和 (2) 都不满足, 即当 $x_E^2 + y_E^2 > R^2$ 且 $x_D^2 + y_D^2 > R^2$ 时, 则为投向相对侧面的第 III 类辐射光线。

设从点 A 发出的一条光线投射到对面冷屏内壁的 F 点, 其坐标为 (x_F, y_F, z_F) , 它们满足下列关系:

$$\begin{cases} \frac{x_F - x_A}{p} = \frac{y_F - y_A}{q} = \frac{z_F - z_A}{s} \\ x_F^2 + y_F^2 = R^2 \end{cases} \quad (10)$$

在 MATLAB 中输入下列语句:

```
syms p q s xA yA zA R
```

$z_F = \text{simple}(\text{solve}(' (p*(z_F - z_A)/s + x_A)^2 + (q*(z_F - z_A)/s + y_A)^2 = R^2, 'z_F'))$

其结果可写为

$$z_F = \left[-s(px_A + qy_A) + (p^2 + q^2)z_A \pm s\sqrt{(p^2 + q^2)R^2 - (qx_A - py_A)^2} \right] [p^2 + q^2]^{-1} \quad (11)$$

其中 z_F 值的选取必须满足 $z_F > z_A$, 即选取朝向探测器芯片的反射光线。另有

$$\begin{cases} x_F = \frac{p(z_F - z_A)}{s} + x_A \\ y_F = \frac{q(z_F - z_A)}{s} + y_A \end{cases} \quad (12)$$

FG 是 AF 的反射光线。取 $\triangle AFG$ 为等腰三角形, 可求出 G 点的坐标为 $(x_A, y_A, 2z_F - z_A)$ 。根据式 (3) 可以写出直线 FG 的方程, 它与芯片所在大平面 ($z = H$) 的交点坐标为

$$\begin{cases} x_J = \frac{(H - z_F)(x_A - x_F)}{z_F - z_A} + x_F \\ y_J = \frac{(H - z_F)(y_A - y_F)}{z_F - z_A} + y_F \end{cases} \quad (13)$$

如果 $|x_J| \leq a$ 且 $|y_J| \leq b$, 则表明 J 点落在芯片区域内, 计数器加 1。随机模拟过程中可能会出现 $z_F = z_A$ 的情况, 即这时从 A 点投射到 F 点的光线又被反射回 A 点, 因此有 $x_F = x_A = x_J$ 、 $y_F = y_A = y_J$ 。需要在程序中加入一条语句来加

以判断。若直接按式 (13) 进行计算, 则会出现语法错误。

根据上述过程, 可以编写一个 MATLAB 程序 (限于篇幅, 源程序略)。表 1 列出了当冷屏结构参数取 $R=8$ 、 $H=20$ 、 $r=5$ 、 $a=2$ 和 $b=3$ 时的一次计算结果。

4 冷屏底面辐射对探测器芯片的影响

如图 3 所示, 冷屏底面由于有一个圆形孔径而呈现为一个圆环。它产生的辐射光线可以分为两类: 第 I 类直接投射到冷屏顶面; 第 II 类先投射到冷屏侧面, 再经过一次反射后落入冷屏顶面。

圆环上的随机点 $U(x_U, y_U, 0)$ 可采用以下极坐标形式生成。

$$\begin{cases} x_U = \rho \cos \theta \\ y_U = \rho \sin \theta \\ z_U = 0 \end{cases} \quad (14)$$

式中, $\rho = r + (R - r) \cdot \text{rand}(1)$, $\theta = 2\pi \cdot \text{rand}(1)$ 。

同时产生一组随机数 (p, q, s) , 并将该组随机数作为经过点 U 的直线 UV 的方向数, 于是根据式 (2) 就可以写出直线 UV 的方程。当 $z = H$ 时, 直线 UV 与芯片所在平面相交, 其交点 T 的坐标为

$$\begin{cases} x_T = \frac{pH}{s} + x_U \\ y_T = \frac{qH}{s} + y_U \end{cases} \quad (15)$$

表 1 不同总光线数下冷屏侧壁表面的各类辐射光线落入芯片区域的比例

总光线数 N		10000	100000	1000000	10000000	100000000
I	投射到冷屏顶面的光线数	1834	18153	183132	1827714	18258036
	直接落入芯片区域的光线数	161	1576	16487	164322	1641548
	落入芯片光线在总光线数中所占比例 (%)	1.61	1.576	1.6487	1.6432	1.6415
II	投射到冷屏侧面的光线数	6350	63494	634705	6347248	63499890
	侧面一次反射进入芯片的光线数	77	818	7929	80817	808183
	落入芯片光线在总光线数中所占比例 (%)	0.77	0.818	0.7929	0.80817	0.80818
III	投射到冷屏底面的光线数	1816	18353	182163	1825038	18242074
	投射到冷屏底面环带上的光线数	1279	12793	126079	1260150	12597037
	底面环带一次反射进入芯片的光线数	24	176	2009	19253	194273
	落入芯片光线在总光线数中所占比例 (%)	0.24	0.176	0.2009	0.19253	0.19427

(1) 如果 $x_T^2 + y_T^2 \leq R^2$, 同时 $|x_T| \leq a$ 、 $|y_T| \leq b$, 则表明 T 点落在芯片区域内;

(2) 如果 $x_T^2 + y_T^2 > R^2$, 说明直线 UV 与冷屏侧面相交。但是如果 T 点落在冷屏侧面以外, 就需要重新确定 UV 与冷屏侧面的交点 W 的坐标。

将直线 UV 的方程与柱面圆周方程联立, 可以写出

$$\left(\frac{pz_W}{s} + x_U\right)^2 + \left(\frac{qz_W}{s} + y_U\right)^2 = R^2 \quad (16)$$

执行以下程序:

```
syms p q s xU yU zU R
```

```
zW=simple(solve('(p*zW/s+xU)^2+(q*zW/s+yU)^2=R^2','zW'))
```

可以得到

$$z_W = \left[-s(px_U + qy_U) \right.$$

$$\left. \pm s\sqrt{(p^2 + q^2)R^2 - (qx_U - py_U)^2} \right] [p^2 + q^2]^{-1} \quad (17)$$

z_W 可能为负值。根据这里的情况, 选取 $z_W > 0$ 的计算结果。

如图 3 所示, 在 UW 与其镜面反射线 WLN 构成的平面 UWL 中, $\triangle UWL$ 为等腰三角形, L 点的坐标为 (x_U, y_U, z_L) 。因为 $UW=WL$, 根据直线长度计算公式, 容易求出

$$z_L = 2z_W \quad (18)$$

根据式 (3) 可以写出直线 WL 的方程, 并求出 WL 与芯片所在 (大) 平面的交点坐标 $S(x_S, y_S, H)$ 为

$$\begin{cases} x_S = \frac{H - z_W}{z_W} (x_U - x_W) + x_W \\ y_S = \frac{H - z_W}{z_W} (y_U - y_W) + y_W \end{cases} \quad (19)$$

如果 $|x_S| \leq a$ 且 $|y_S| \leq b$, 则表明 S 点落在芯片区域内, 计数器加 1。

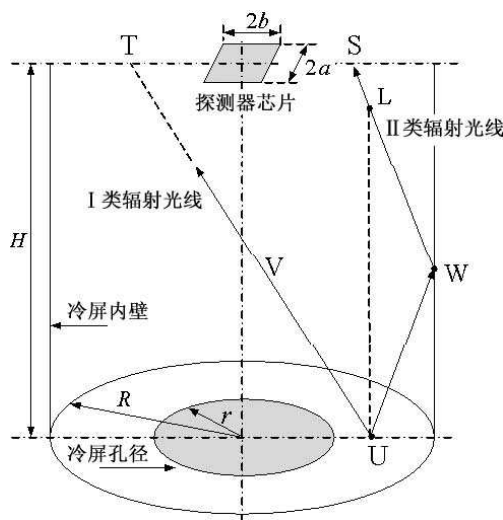


图 3 冷屏底面产生的辐射光线

根据上述过程, 可以编写一个 MATLAB 程序 (限于篇幅, 源程序略)。表 2 所示为当冷屏结构参数取 $R=8$ 、 $H=20$ 、 $r=5$ 、 $a=2$ 和 $b=3$ 时, 其中一次的计算结果。

表 2 不同总光线数下冷屏底面辐射光线经投射和一次反射后落入芯片区域的比例

总光线数 N	10000	100000	1000000	10000000	100000000
I 直接投向冷屏顶面的光线数	417	4207	41870	419779	4186851
落入芯片的光线数	67	497	4958	50111	499815
落入芯片光线在总光线数中所占比例 (%)	0.67	0.497	0.4958	0.50111	0.49982
投向冷屏侧壁的光线数	9583	95793	958130	9580221	95813149
II 经一次反射落入芯片的光线数	247	2263	23702	234289	2339660
落入芯片光线在总光线数中所占比例 (%)	2.47	2.263	2.3702	2.3429	2.3397

5 结束语

在几何光学中, 光源发出的光被抽象地表示成无数条传播能量的光线。从上述计算结果中可

以看到, 当随机产生的光线数 N 值达到 $10^6 \sim 10^8$ 时, 所得各项比例系数已经稳定和趋同; 不妨认为, 即使 N 再大, 例如 10 亿或 100 亿条光线, 除了运算时间大幅增加以外, 结果仍将大体如此。

在工程应用中,冷屏结构参数有一个折衷选择、优化设计的问题,其宗旨就是要将达到探测器芯片的非信号光线减至最少。这一指标可以通过定义相应的比例系数来量化,例如用本文介绍的落入探测器芯片的光线数与总光线数之比来描述。根据叠加性原理,各部分表面辐射的影响可以分别计算和分析。本文所述的分析计算过程概念清晰,程序实现简单,具有可操作性和简洁性,并且只要修改程序中包括冷屏边界曲线方程在内的相应参数,其即可用于矩形^[1]、田径场型^[2]、糖果型^[3]等冷屏结构的分析。

参考文献

- [1] 王忆锋,范乃华.用蒙特卡罗方法和 MATLAB 计算矩形冷屏的视场角[J].*光电技术应用*,2008,23(6): 18-21.
- [2] 王忆锋,范乃华.用蒙特卡罗方法和 MATLAB 计算田径场形冷屏的视场角[J].*激光与红外*,2009,39(3): 274-276.
- [3] 王忆锋,庄继胜,毛京湘.用蒙特卡罗方法和 MATLAB 计算糖果形冷屏的视场角[J].*红外*,2009,30(11): 45-48.
- [4] 王忆锋,范乃华,庄继胜.用 MATLAB 实现圆形冷屏限制下投影面积的准确计算[J].*激光与红外*,2009,39(5): 397-398.
- [5] 王忆锋,范乃华,庄继胜.圆形冷屏下长线列器件光敏元立体角的变化趋势及其成像仿真[J].*红外技术*,2009,31(11): 631-633.
- [6] 毛京湘,范乃华,王忆锋.圆形冷屏下红外焦平面器件光敏元的立体角及其成像仿真[J].*红外与激光工程*,2009,38(6): 957-960.
- [7] 《数学手册》编写组.*数学手册*[M].北京:高等教育出版社,1979.
- ~~~~~
- (上接第23页)
- [3] Jackson R D, Jones C A, Uehara G, et al. Remote detection of nutrient and water deficiencies in sugarcane under variable cloudiness [J]. *Remote Sensing of Environment*, 1980, 11: 327-331.
- [4] Ponzoni F J, de Goncalves J L M. Spectral features associated with nitrogen, phosphorus, and potassium deficiencies in Eucalyptus saligna seedling leaves [J]. *International Journal of Remote Sensing*, 1999, 20(11): 2249-2264.
- [5] 王珂,沈掌泉, Abou-Ismael O. 不同钾营养水平的水稻冠层和叶片光谱特征研究初报[J].*科技通报*, 1997, 13(4): 211-214.
- [6] GONG Peng, PU Rui-Liang, Heald C. Analysis of in situ hyperspectral data for nutrient estimation of giant sequoia [J]. *International Journal of Remote Sensing*, 2002, 23(9): 1827-1850.
- [7] 程一松,胡春胜,王成,等.养分胁迫下的夏玉米生理反应与光谱特征[J].*资源科学*, 2001, 23(6): 54-58.
- [8] 王磊,白由路,陈仲新.低温胁迫下的夏玉米苗期高光谱特征[J].*农业网络信息*, 2004, 19(4): 27-33.
- [9] 刘良云,靳志伟,王纪华.光谱法预测烟叶中的烟碱、钾和氮素[J].*烟草科技*, 2005, 49(6): 26-29.
- [10] 乔欣,马旭,张小超.大豆叶绿素和钾素信息的冠层光谱响应[J].*农业机械学报*, 2008, 39(4): 108-111.
- [11] 谢瑞芝,周顺利,王纪华.玉米叶片高光谱反射率、吸收率与色素含量的关系比较分析[J].*玉米科学*, 2006, 14(3): 70-73.
- [12] 易秋香,黄敬峰,王秀珍.玉米叶绿素高光谱遥感估算模型研究[J].*科技通报*, 2007, 23(1): 83-87.
- [13] 王磊,白由路.不同氮处理春玉米叶片光谱反射率与叶片全氮和叶绿素含量的相关研究[J].*中国农业科学*, 2005, 38(11): 2268-2276.
- [14] 谭昌伟,王纪华,黄文江,等.夏玉米叶片全氮、叶绿素及叶面积指数的光谱响应研究[J].*西北植物学报*, 2004, 24(6): 1041.
- [15] CHENG Qian, HUANG Jing-Feng, Wang Xiu-Zhen, et al. In situ hyperspectral data analysis for pigment content estimation of rice leaves [J]. *Journal of Zhejiang University Science*, 2003, 4(6): 727-733.
- [16] 林芬芳,陈祝炉,王珂.基于傅里叶变换红外光谱和 siPLS-GA-PLS 的水稻叶片氮素含量预测研究[J].*红外与毫米波学报*, 2009, 28(4): 277-280.
- [17] YANG Xiao-Hua, HUANG Jing-Feng, WANG Fu-Min. A modified chlorophyll absorption continuum index for chlorophyll estimation [J]. *Journal of Zhejiang University SCIENCE A*, 2006, 7(12): 2002-2006.
- [18] 邢东兴,常庆瑞.基于光谱分析的果树叶片全氮、全磷、全钾含量估测研究—以红富士苹果树为例[J].*西北农林科技大学学报(自然科学版)*, 2009, 37(2): 141-147.
- [19] 邢东兴,常庆瑞.基于花期果树冠层光谱反射率的果树树种辨识研究[J].*红外与毫米波学报*, 2009, 28(3): 207-211.
- [20] 唐延林,王秀珍,黄敬峰.棉花高光谱及其红边特征(I)[J].*棉花学报*, 2003, 15(3): 146-150.
- [21] 牛铮,陈永华,隋洪智.叶片化学组分成像光谱遥感探测机理分析[J].*遥感学报*, 2000, 4(2): 125-130.