文章编号： 1672-8785(2008)08-0030-04

辐射换热角系数的计算

白心爱
(吕梁高等专科学校物理系，山西吕梁 033000)

摘 要：为了研究目标的红外辐射特性，本文结合具体实例，对不同情况下的辐射换热角系数的求解方法作了简单的讨论，同时使一些文献中已有但未被证明的公式得到了证明。

关键词：角系数；计算；证明
中图分类号： O45 **文献标识码**： A

Calculation of Radiation Heat Transfer Angle Coefficient

BAI Xin-ai
(Dept. of Physics, Lüliang College, Lüliang 033000, China)

Abstract: In order to study the infrared radiation characteristics of the targets, the solution methods of radiation heat transfer angle coefficients in different cases are discussed simply with practical examples in this paper. Some formulas which are mentioned but are not proven in literatures are verified finally.

Key words: angle coefficient; calculation; prove

1 引言

热辐射是计算空间目标热传递时必须重点考虑的问题。在进行辐射换热或目标表面平衡温度的计算时，必须知道物体表面的热辐射性质以及换热面之间的相互位置关系，这种位置关系可用辐射换热角系数来描述。

辐射换热角系数 [1] 是代表在一个固体表面发射的辐射能量中到达另一个固体表面的能量所占的份额。反映了表面几何关系对辐射换热的影响，是辐射换热计算中一个必不可少的重要参数。

2 辐射换热角系数的求解

2.1 微元面对微元面的辐射换热角系数

定义微元面对微元面的辐射换热角系数 [1] 为

$$F_{dA_1-dA_2}=\frac{\cos\theta_1\cos\theta_2}{\pi l^2}dA_2 \qquad (1)$$

式中， l 为微面元 dA_1 和 dA_2 之间的距离， θ_1 和 θ_2 分别为两面元中心连线与法线的夹角。

微元面对微元面的辐射换热角系数通常是根据定义式 (1) 或已有公式求得的。

例 1：如图 1， dS 与 dL 分别为两块平行平板上的两个微元面，求微元面 dS 对微元面 dL 的辐射换热角系数。已知平行平板在垂直纸面方向为无限长，其几何尺寸与坐标如图 1 所示。

解：根据文献 [4] 中的式 (2) 和式 (3) 有：

$$dF_{dS-dL}=\frac{1}{2}d(\sin\psi)=\frac{1}{2}\cos\psi\times d\psi$$

而

$$\cos\psi=H/R$$

收稿日期：2008–04–22
作者简介：白心爱 (1971 ——)，女，山西离石人，副教授，硕士，主要从事红外辐射研究及物理教学。

$$R^2 = H^2 + (L-S)^2$$

$$d\psi = \frac{dL\cos\psi}{R}$$

则

$$\begin{aligned} dF_{dS-dL} &= \frac{1}{2}\cos\psi \times d\psi = \frac{1}{2}\frac{H}{R}\frac{dL\cos\psi}{R} \\ &= \frac{1}{2}\frac{H^2}{R^3}dL = \frac{1}{2}\frac{H^2}{[H^2+(L-S)^2]^{3/2}}dL \end{aligned} \tag{2}$$

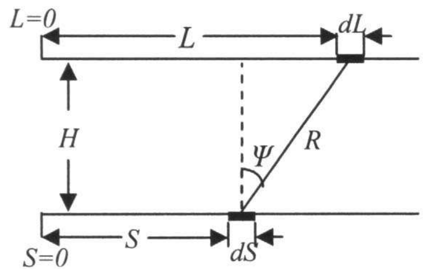


图 1　平行平板上微元面间的角系数图

2.2 微元面对有限元的换热角系数 [2,3]

用式 (1) 对微元面 dA_2 进行积分，即得微元面 dA_1 对有限元 A_2 的辐射换热角系数：

$$F_{dA_1-A_2} = \int_{A_2} \frac{\cos\theta_1\cos\theta_2}{\pi l^2}dA_2 \tag{3}$$

微元面对有限元的换热角系数通常可根据式 (3) 或直接应用公式来求解。

例 2：求微元面 dA_1 对一个与其平行的矩形 A_2 的换热角系数 $F_{dA_1-dA_2}$，已知 dA_1 的法线过矩形面 A_2 的一个角， a 、 b 为矩形的两个边长， c 为微元面与矩形的距离 (如图 2) 。

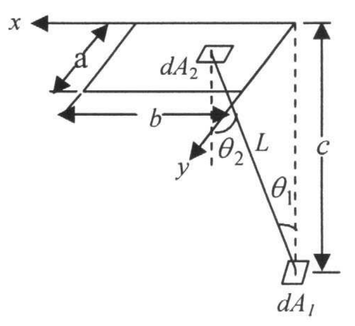


图 2　微元面对矩形的角系数图

解：首先建立如图 2 所示的坐标系，然后在矩形面内任取一微元面 dA_2，其边长为 dx 、 dy 。 dA_1 与 dA_2 的几何关系为

$$\cos\theta_1 = \cos\theta_2 = \frac{c}{L}$$

$$L^2 = c^2 + x^2 + y^2$$

则根据微元面对有限元的角系数定义式，dA_1 对 A_2 的角系数为

$$\begin{aligned} F_{dA_1-A_2} &= \int_{A_2} \frac{\cos\theta_1\cos\theta_2}{\pi L^2}dA_2 \\ &= \int_0^a\int_0^b \frac{c^2}{\pi L^4}dxdy \\ &= \int_0^a\int_0^b \frac{c^2}{\pi(x^2+y^2+c^2)^2}dxdy \end{aligned} \tag{4}$$

解积分式 (4) 并整理可得：

$$F_{dA_1-A_2} = \frac{1}{2\pi}\left[\frac{a}{\sqrt{a^2+c^2}}\tan^{-1}\frac{b}{\sqrt{a^2+c^2}} + \frac{b}{\sqrt{b^2+c^2}}\tan^{-1}\frac{a}{\sqrt{b^2+c^2}}\right]$$

令 $X = \frac{a}{c}$， $Y = \frac{b}{c}$，则

$$F_{dA_1-A_2} = \frac{1}{2\pi}\left[\frac{X}{\sqrt{1+X^2}}\tan^{-1}\frac{Y}{\sqrt{1+X^2}} + \frac{Y}{\sqrt{1+Y^2}}\tan^{-1}\frac{X}{\sqrt{1+Y^2}}\right] \tag{5}$$

该结果正是文献 [4] 中的公式 (Ⅱ –8–1) 。

例 3：微元面 dA_1 对与它相垂直的环面 A2 的角系数。已知环的内、外半径分别为 R_1 、 R_2，微元面与圆环的纵向与横向距离分别为 h 、 L 。

解：如图 3 所示，在圆环上任取一个微元面 dA_2， dA_1 与 dA_2 的几何关系为

$$dA_2 = r \times dr \times d\varphi$$

$$\cos\theta_1 = \frac{L + r\cos\varphi}{S}$$

$$\cos\theta_2 = \frac{h}{S}$$

$$S^2 = h^2 + B^2$$

$$B^2 = L^2 + r^2 + 2Lrx\cos\varphi$$

则

$$\begin{aligned} F_{dA_1-A_2} &= \int_{A_2} \frac{\cos\theta_1\cos\theta_2}{\pi S^2}dA_2 \\ &= \frac{h}{\pi}\int_0^{2\pi}\int_{r_1}^{r_2} \frac{r(L+r\cos\varphi)}{(h^2+L^2+r^2+2rL\cos\varphi)^2}d\varphi dr \end{aligned}$$

若令 $H=\dfrac{h}{L}$，$R_1=\dfrac{r_1}{L}$，$R_2=\dfrac{r_2}{L}$，$\chi=\dfrac{r}{L}$，则

$$\begin{aligned}F_{dA_1-A_2}&=\frac{H}{\pi}\int_0^{2\pi}\int_{R_{11}}^{R_2}\frac{\chi(1+\chi\cos\varphi)}{(H^2+1+\chi^2+2\chi\cos\varphi)^2}d\varphi d\chi\\&=\frac{H}{2}\left\{\frac{H^2+R_2^2+1}{[(H^2+R_2^2+1)^2-4R_2^2]^{1/2}}\right.\\&\left.-\frac{H^2+R_1^2+1}{[(H^2+R_1^2+1)^2-4R_1^2]^{1/2}}\right\}\end{aligned}\tag{6}$$

此表达式正是文献 [4] 中的公式 (Ⅱ –7)。

令式 (6) 中的 $R_1=0$，则得微元面对与它垂直圆盘的角系数, 即文献 [4] 中的公式 (Ⅱ –11)，即

$$F_{dA_1-A_1}=\frac{H}{2}\left\{\frac{H^2+R_2^2+1}{[(H^2+R_2^2+1)^2-4R_2^2]^{1/2}}-1\right\}\tag{7}$$

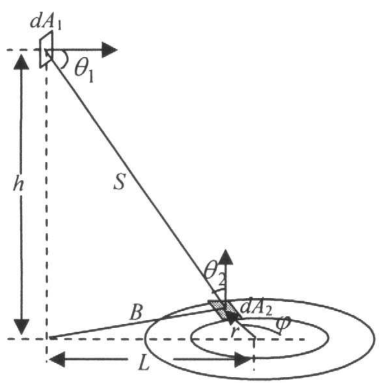


图 3 微元面对环面的角系数

2.3 有限元对有限元的换热角系数 [2,3]

有限元对有限元的辐射换热角系数的计算方法有代数分析法、直接积分法、微分法、环路积分法、矢量法、作图法和蒙特卡洛法 [5] 等。下面将通过具体的例子重点讨论代数分析法的解法。

代数分析法是利用已有的角系数公式和角系数性质，通过求解代数方程而获得角系数的方法。

例 4：求两个同轴的平行圆环间的辐射角系数 (如图 4 所示)。

解：应用同轴的平行圆盘间角系数公式 [4] 及角系数的互易性与可加性 [1] 可以求解。

如图 4 所示， A_2 和 A_3 为同轴且平行的圆环。依据角系数的可加性 [5]，得

$$F_{2-3}=F_{2-(3+4)}-F_{2-4}\tag{8}$$

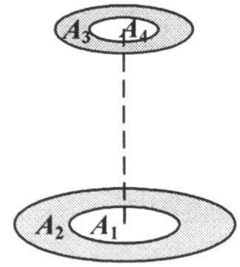


图 4 平行圆环间的角系数

而依据角角系数的互易性，有：

$$\begin{aligned}A_2F_{2-(3+4)}&=(A_3+A_4)F_{(3+4)-2}\\&=(A_3+A_4)(F_{(3+4)-(1+2)}-F_{(3+4)-1})\\&=(A_1+A_2)F_{(1+2)-(3+4)}-A_1F_{1-(3+4)}\end{aligned}\tag{9}$$

$$\begin{aligned}F_{2-4}&=\frac{A_4}{A_2}F_{4-2}=\frac{A_4}{A_2}(F_{4-(1+2)}-F_{4-1})\\&=\frac{1}{A_2}[(A_1+A_2)F_{(1+2)-4}-A_1F_{1-4}]\end{aligned}\tag{10}$$

将式 (9)、式 (10) 代入式 (8)，可得：

$$\begin{aligned}F_{2-3}&=\frac{A_1+A_2}{A_2}[F_{(1+2)-(3+4)}-F_{(1+2)-4}]\\&-\frac{A_1}{A_2}[F_{1-(3+4)}-F_{1-4}]\end{aligned}\tag{11}$$

$F_{(1+2)-(3+4)}$、$F_{(1+2)-4}$、$F_{1-(3+4)}$ 和 F_{1-4} 均可根据文献 [4] 中的公式 (Ⅱ –24–1) 求得。

例 5：一个包壳 A_1 内有一个凸形物体 A_2，求包壳 A_1 自身的角系数 F_{11}。

解： A_2 辐射出的能量全部投射在表面 A_1 上, 所以 $F_{21}=1$。利用互易关系式 $A_1F_{12}=A_2F_{21}$ 得到：

$$F_{12}=\frac{A_2}{A_1}F_{21}=\frac{A_2}{A_1}\tag{12}$$

根据角系数完整性 [1]，可得

$$F_{11}=1-F_{12}=1-\frac{A_2}{A_1}\tag{13}$$

在有些情况下，应用可加性能够简化角系数的计算，例如，在求解某一表面对另一复杂表面或不规则表面的角系数时，先将其分成几个较简单的表面，然后利用可加性计算其角系数就更为方便。

如图 5 中，$A_1=(A_2+A_4)+(A_3+A_4)-A_4$，应用角系数可加性 [5] 有：

$$F_{dA-A_1}=F_{dA-(A_2+A_4)}+F_{dA-(A_3+A_4)}-F_{dA-A_4} \quad (14)$$

而 $F_{dA-(A_2+A_4)}$、$F_{dA-(A_3+A_4)}$ 和 F_{dA-A_4} 应用文献 [4] 中的公式 (Ⅱ –8–1) 即可求得。

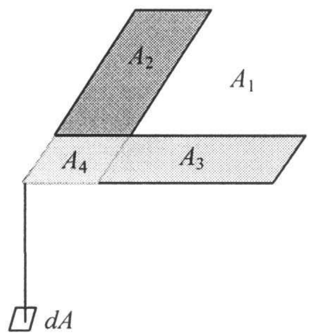


图 5 角系数示意图

对于几何形状均匀、简单的辐射表面，可以得到角系数的解析表达式；对于不等温表面辐射换热的计算 [6]，常将不等温表面划分为若干小的等温区域，在求出这些小的等温区域的角系数后，再应用角系数的可加性计算总的辐射换热角系数；对于不规则非均匀辐射表面之间的辐射换热角系数，必须采用近似的处理方法——蒙特卡洛法 [3] 进行计算。

3 小结

通过以上讨论可以看出，辐射换热角系数的求解方法灵活多样。微元面对微元面的角系数可应用定义法、公式法求解；微元面对有限元的角系数可应用积分法、公式法求解；有限元对有限元的角系数可应用代数分析法、直接积分法、微分法、环路积分法、矢量法、作图法和蒙特卡洛法 [5] 等方法求解，其中代数分析法较常用。在实际的辐射问题中，由于目标形状、表面温度等诸多因素的影响，相应角系数的计算变得复杂化了，这就需要我们根据实际情况灵活地选取适当的方法来加以处理。

参考文献

[1] 白心爱. 空间目标红外辐射特性研究 [D]. 西安电子科技大学硕士论文， 2002, 6, 16–19.

[2] 韩海玉，杨绍清. 反舰导弹长波红外辐射特性研究 [K]. 红外， 2007, 28(1): 26–30.

[3] 钱滨江，等. 传热学 [M]. 高等教育出版社， 1983, 225–265.

[4] 杨贤荣，马庆芳，原庚新，等. 辐射换角系数手册 [M]. 北京：国防工业出版社， 1982.

[5] 张永阳. 空间目标红外辐射特性研究与基于光谱的空间点目标特征提取 [D]. 南京理工大学， 2007, 11, 18–25.

国外专利介绍

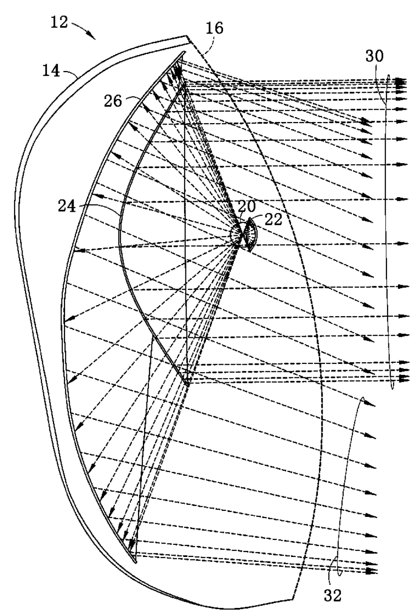
夜视红外照明器

美国专利 US7372055

(2008 年 5 月 13 日授权)

本发明提供一种供夜视照明用的照明器，该照明器由外壳和红外照明源构成，工作时，红外反射器接收来自红外照明源的辐射，将其中的红外辐射反射到大体上准直的主视场中，并使可见光透过。位于红外反射器后面的可见光反射器接收透过红外反射器的可见光，并将散射的可见光反射到次视场中。

本专利说明书共 6 页，其中有 2 张插图。



高 编译