

文章编号: 1672-8785(2017)05-0012-07

基于材料补偿的线性色散组合棱镜研究

杨秋杰 秦侠格 何志平 舒 嵘

(中国科学院空间主动光电技术重点实验室, 中国科学院上海技术物理研究所, 上海 200083)

摘 要: 作为传统的分光器件, 棱镜的非线性色散缺陷限制了其在精密光谱仪器中的应用。从分析棱镜非线性色散产生的本质出发, 建立了材料的色散模型, 提出了一种线性色散组合棱镜设计方法。使用非线性系数 T_1 和 T_2 相近、线性系数 V 相异的两种材料, 通过控制组合棱镜的参数和光线入射角可获得线性色散。最后通过建立线性色散组合棱镜的评价指标, 对设计结果进行了科学、合理的评价, 验证了设计理论的正确性。研究发现, 组合棱镜能够有效改善棱镜的非线性色散缺陷, 其改善程度依赖于两种材料的绝对非线性系数 P 。当 $P < 0.01$ 时, 组合棱镜可获得线性色散, 其色散曲线的非线性 (Nonlinear, NL) 优于 5%。

关键词: 组合棱镜; 色散; 非线性度; 材料

中图分类号: TN216 文献标志码: A DOI: 10.3969/j.issn.1672-8785.2017.05.003

Study of Compound Prisms with Linear Dispersion Based on Material Compensation

YANG Qiu-jie, QIN Xia-ge, HE Zhi-ping, SHU Rong

(Key Laboratory of Space Active Electro-optical Technology, Shanghai Institute of Technical Physics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200083, China)

Abstract: As a kind of traditional optical components, prisms are limited in the application of modern optical instruments because of their nonlinear dispersion. By analyzing the dispersion nature of prisms, a dispersion model of material was established and a design method of compound prisms with linear dispersion was proposed. Two kinds of materials with close nonlinear dispersion coefficients T_1 and T_2 and different linear dispersion coefficient V were used. By controlling the parameters of the compound prism and the incident angle, linear dispersion could be achieved. Finally, the evaluation index was established for the linear dispersion compound prism. The designed result was evaluated scientifically and reasonably. The correctness of the design theory was verified. It was found that the nonlinear dispersion of the compound prism was improved effectively. The improvement of nonlinear dispersion was dependent on the absolute nonlinear coefficient P of two kinds of materials. When P was greater than 0.01, the compound prism could achieve linear dispersion. The nonlinear (NL) of the dispersion curve was better than 5%.

Key words: compound prism; dispersion; nonlinear dispersion coefficient; material

收稿日期: 2017-03-02

基金项目: 中国科学院上海技术物理研究所创新专项基金资助 (CX-8)

作者简介: 杨秋杰 (1988-), 男, 河南巩义人, 博士研究生, 主要从事光学设计方面的研究工作。

E-mail: yqj488112gxx@163.com

0 引言

与光栅、傅里叶变换、声光可调谐滤波器等分光器件或技术相比, 棱镜具备自由光谱范围宽, 光能利用率高, 杂散光易于控制, 结构简单和易于加工、装调等优点, 在测热辐射谱仪等仪器中具备较大优势, 但其非线性色散效应限制了其在精密光谱仪器中的进一步应用^[1,2,3]。使用组合棱镜可以改善棱镜的非线性色散缺陷, 早在 1900 年, Abbott 和 Fowle 就提出通过材料之间的色散补偿可改善棱镜的色散非线性^[4,5]。1998 年, Bittner 提出将多块 Fery 棱镜胶合, 通过棱镜材料和角度的选择获得近似线性色散的成像光谱仪器。2003 年, Duncan 等人提出使用一级消色散组合棱镜实现大角度消色差棱镜光束旋转器。2008 年, Ebizuka 等人提出使用三种不同材料的棱镜组合^[6], 通过材料之间的色散补偿来获得线性色散棱镜。上述文献对棱镜线性色散开展了一系列研究, 但没有涉及量化的设计方法以及棱镜线性色散性能的评价指标。2008 年, Dereniak 等人利用透镜的消色差理论, 提出了小角度近似条件下的线性色散棱镜设计理论, 并论述了器件性能与平均折射率、阿贝数、部分色散的依赖关系。2011 年, Hagen 等人从 Amici 结构出发, 通过用 ZEMAX 光学设计软件自主构建优化函数, 给出了线性色散直视棱镜的设计结果^[7,8,9]。两者都提出了实现线性色散棱镜的设计方法和具体的数学推导过程。Dereniak 等人从薄光楔入手的数学推导定性给出了线性色散与平均折射率、阿贝数、部分色散的依赖关系, 但因未涉及仿真、实验验证, 对线性色散棱镜的工程实现的指导作用有限。Hagen 等人描述了依赖于商业设计软件 ZEMAX 设计的线性色散直视棱镜, 但没有阐述线性色散与材料选择、棱镜角度等因素之间的依赖关系。

本文首先基于色散非线性形成机理提出两片式线性色散组合棱镜的基本构型; 其次, 依据材料色散模型阐释其材料选择依据和光学参数的计算方法; 再次, 建立其线性色散棱镜的性能

评价指标, 对设计结果进行科学合理的评价并验证文章所述的设计理论。

1 线性色散组合棱镜基本方案

光学手册中描述材料折射率的经验公式^[10]为

$$n = \sqrt{A + \frac{B}{\lambda^2 - C} - D\lambda^2} = n_1(\lambda) + Vn_2(\lambda^2, \lambda^3, \dots) \quad (1)$$

式中, n 为材料的折射率, λ 为波长, A 、 B 、 C 和 D 分别表示与折射率有关的材料系数。折射率随波长的非线性变化导致材料的非线性色散。材料的折射率可写成 $n_1(\lambda)$ 、 $Vn_2(\lambda^2, \lambda^3, \dots)$ 之和, 其中 $n_1(\lambda)$ 表示折射率随波长的线性变化, $Vn_2(\lambda^2, \lambda^3, \dots)$ 表示折射率随波长的非线性变化。

棱镜的色散特性与光线的入射角、棱镜的顶角、棱镜的材料有关。光线经过棱镜后的偏折角为

$$\delta = 2 \arcsin \left(n * \sin \left(\frac{\alpha}{2} * \frac{\cos \left(\frac{I_1 + I_2}{2} \right)}{\cos \left(\frac{I_1 + I_2'}{2} \right)} \right) \right) - \alpha \quad (2)$$

式中, n 为材料的折射率, δ 为光线的偏转角, α 为棱镜的顶角, I_1 、 I_1' 、 I_2 、 I_2' 分别为光线在棱镜与空气接触面的入射角和折射角, 如图 3 所示。折射率随波长的非线性变化和三角函数的非线性关系会导致棱镜的非线性色散。

由 (1) 式可知, 当两种材料的 $Vn_2(\lambda^2, \lambda^3, \dots)$ 相同时, 非线性色散被消除。由 (2) 式可知, 棱镜的非线性色散与折射率随波长的非线性变化以及三角函数的非线性关系有关。因此通过选择不同的材料组合、棱镜形状和光线入射角, 可以获得线性色散组合棱镜。基于上述理论分析, 提出了如图 1 所示的两片式线性色散组合棱镜方案。

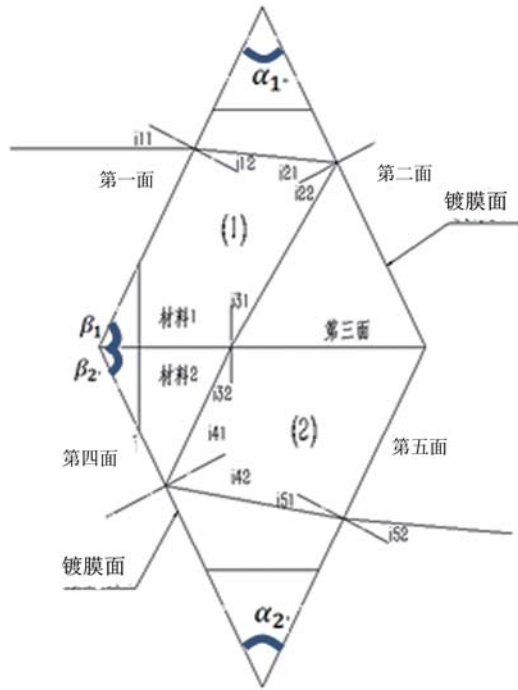


图 1 线性色散组合棱镜示意图

两片式线性色散组合棱镜由两块侧面镀膜棱镜按照“底面—底面、镀膜面互对”的方式胶合而成。宽谱平行光从第一面入射，依次经第二面的反射、第三面的折射、第四面的反射和第五面的折射实现分光，其角色散率表达式为

$$R = \frac{d\delta}{d\lambda} = \left[\frac{\sin(x - \alpha_1 + \beta_1)}{n_2 \sqrt{1 - y^2}} - \frac{\cos(x - \alpha_1 + \beta_1) \sin(i_{11})}{n_1 n_2 \sqrt{1 - y^2} \sqrt{1 - t^2}} \right. \\ \left. + \frac{\sin(i_{11})}{n_1^2 \sqrt{1 - t^2}} + \frac{\cos(\arcsin(y)) \sin(x - \alpha_1 + \beta_1)}{\sqrt{1 - p^2} \sqrt{1 - y^2}} \right] \frac{dn_1}{d\lambda} \\ + \left\{ \frac{\sin(\arcsin(y))}{\sqrt{1 - p^2}} - \frac{n_1 \sin(x - \alpha_2 + \beta_2)}{n_2^2 \sqrt{1 - y^2}} \right. \\ \left. - \frac{n_1 \cos(\arcsin(y)) \sin(x - \alpha_2 + \beta_2)}{n_2 \sqrt{1 - p^2} \sqrt{1 - y^2}} \right\} \frac{dn_2}{d\lambda} \quad (3)$$

式中， δ 为光线经过组合棱镜的偏转角， $t = \frac{\sin(i_{11})}{n_1}$ ， $x = \arcsin(\frac{\sin(i_{11})}{n_1})$ ， $y = \frac{n_1}{n_2} \sin(\arcsin(\frac{\sin(i_{11})}{n_1})) - \alpha_1 + \beta_1$ ， $p = n_2 \sin(\arcsin(\frac{n_1}{n_2} \sin(\arcsin(\frac{\sin(i_{11})}{n_1}) - \alpha_1 + \beta_1)))$

在 (3) 式中出现了大量的相似项，它们有相反的符号，如果两种材料有相同或相近的非线性色散 $Vn_2(\lambda^2, \lambda^3, \dots)$ ，那么通过合适的角度选

择就可以使相似项相消，最终获得线性色散组合棱镜，即满足

$$R = \frac{d\delta}{d\lambda} = \text{Constant} \quad (4)$$

2 线性色散组合棱镜的参数设计

由 (3) 可知，组合棱镜消色散的本质要求两种材料的非线性色散特性相同或相近。将 (1) 式做泰勒展开，可以表示为

$$n = \sqrt{A + \frac{B}{\lambda^2 - C} - D\lambda^2} \\ = A^{\frac{1}{2}} - \frac{BD}{4A^{\frac{3}{2}}} + \left(\frac{B}{2A^{\frac{1}{2}}} + \frac{BCD}{4A^{\frac{3}{2}}} \right) \frac{1}{\lambda^2} - \frac{D}{2A^{\frac{1}{2}}} \lambda^2 = V + \frac{S}{\lambda^2} + T\lambda^2 \quad (5)$$

式中， $V = A^{\frac{1}{2}} - \frac{BD}{4A^{\frac{3}{2}}}$ ， $T_1 = \frac{B}{2A^{\frac{1}{2}}} + \frac{BCD}{4A^{\frac{3}{2}}}$ ， $T_2 = \frac{D}{2A^{\frac{1}{2}}}$ 。对比 (1) 式，可知

$$n_1(\lambda) = V, Vn_2(\lambda^2, \lambda^3, \dots) = T_1 \frac{1}{\lambda^2} + T_2 \lambda^2 \quad (6)$$

两种材料的非线性色散相同即要求

$$T_{11} = T_{12}, \quad T_{21} = T_{22} \quad (7)$$

式中， T_{11} 、 T_{21} 为第一种材料的非线性色散系数， T_{12} 、 T_{22} 为第二种材料的非线性色散系数。在可见近红外波段 ($\lambda < 1 \mu\text{m}$)， $\lambda^{-2} \gg \lambda^2$ ，故决定材料非线性色散的非线性系数为 T_1 。

因此，非线性系数 T_1 、 T_2 可以作为组合棱镜材料的选择依据。当两种材料的非线性系数满足式 (7) 时，将这两种材料组合可以获得线性色散组合棱镜。

当两片棱镜材料确定后，接下来需要确定的是棱镜的形状和光线的入射角。线性色散组合棱镜要求满足式 (4)。将 $\frac{dn_1}{d\lambda}$ 、 $\frac{dn_2}{d\lambda}$ 代入方程 (4)，得到至少含有六个未知数的超越方程。

为了求解超越方程，考虑到这是用数学知识解决实际物理问题，我们始终可以根据先验知识给方程添加某种约束，从而降低求解方程的难度。本文在处理时，约定上棱镜与下棱镜的形状完全相同，且主截面均为等腰三角形。这样方程中未知数的个数从五个 (α_1 、 β_1 、 α_2 、 β_2 、 i_{11}) 减少到两个 (α_1 、 i_{11})。

含有三个未知数的非线性超越方程的求解并不容易，而且对于角色散率 Constant 的取值并没有先验知识，因此只能运用线性规划理论对

棱镜的顶角 α_1 、光线入射角 i_{11} 施加约束, 以求解最优解。本文在处理时增加了非线性度的约束条件 ($NL \leq 0.05$), 非线性度的定义在本文的第三小节有详细的论述。

$$\begin{cases} 0 < \alpha_1 < 180^\circ \\ \alpha_1 + 2\beta_1 = 180^\circ \\ -90^\circ < i_{11} < 90^\circ \\ NL \leq 0.05 \\ R = \frac{d\delta}{d\lambda} = Constant \end{cases} \quad (8)$$

3 线性色散组合棱镜的分光性能评价

3.1 棱镜分光性能的评价指标

为了科学评价所设计器件的分光性能, 引入两个物理量—角色散率和色散非线性度, 并将角色散率作为器件分光性能的评价指标。

角色散率的表达式如式 (3) 所示, 角色散率表征组合棱镜的色散能力, 是光线的偏折角对波长的一阶导数。若棱镜线性色散, 即偏折角随波长线性变化, $\delta - \lambda$ 曲线为一条直线, 则直线的斜率 R 即为角色散率。常数 R 的大小可表征棱镜色散能力的强弱。若棱镜非线性色散, 即偏折角随波长非线性变化, $\delta - \lambda$ 图线为曲线, 曲线在不同位置斜率不同, 则不同波长处的色散能力也不同。

非线性度表示色散曲线 (光线偏折角随波长的变化特性曲线) 与拟合直线间的最大偏差与最大偏折角差值的百分比。非线性度表征组合棱镜接近线性色散的程度。非线性度越小, 说明组合棱镜越接近线性色散。

3.2 线性色散组合棱镜的分光性能评价

式 (7) 要求两种材料的非线性系数完全相等, 实际上很少有材料能满足该要求。为了描述两种材料非线性系数的接近程度, 引入绝对非线性系数 P 、 Q , 定义为

$$P = |(T_{11} - T_{12})/T_{12}|, Q = |(T_{21} - T_{22})/T_{22}| \quad (9)$$

根据式 (9), 分别随机挑选 10 对满足 $P < 1\%$ 、5 对满足 $1\% < P < 10\%$ 、5 对满足 $P > 10\%$ 的材料组合, 按本文第 2 小节所述算法, 自编

MATLAB 代码, 计算每种材料组合的最佳非线性度和相应的角色散率、棱镜参数, 结果见表 1。由表 1 可知, 对于 $P < 1\%$ 的 10 种组合, 其非线性度 $NL < 5\%$; 对于 $P > 1\%$ 的 10 种组合, $NL > 5\%$ 。表 2 列出了构成组合棱镜的单棱镜在与组合棱镜具有相同光线入射角、相同棱镜顶角时的色散参数。

图 2 给出了组合棱镜、构成组合棱镜的单棱镜在相同光线入射角、相同棱镜顶角时光线偏折角随波长的变化曲线。四幅图中, 横坐标表示波长, 单位为 μm , 纵坐标表示偏折角, 单位为 $^\circ$; 红色曲线代表组合棱镜的色散曲线, 绿色、蓝色分别表示上棱镜、下棱镜的色散曲线。

四幅图中, 上棱镜、下棱镜的色散曲线明显表现出了材料的负色散特性和非线性色散特性, 且近紫外波段的色散比短波红外波段的色散厉害得多。组合棱镜与单棱镜相比, 色散的非线性得到了明显的校正, 组合 1 和组合 6 的非线性校正效果最好, 其非线性度均优于 0.05; 组合 12 和组合 17 的非线性校正效果较差, 其非线性度仅优于 21%。图 2(a) 中, 组合棱镜的非线性度达到了 2.6%, 与单棱镜的非线性度 35.5% 相比, 提高了 17.6 倍。图 2(b) 中, 组合棱镜的非线性度达到了 4%, 与单棱镜的非线性度 39% 相比, 提高了 9.8 倍。图 2(c) 中, 组合棱镜的非线性度达到了 16.1%, 与单棱镜的非线性度 38% 相比, 提高了 2.4 倍。图 2(d) 中, 组合棱镜的非线性度达到了 20.6%, 与单棱镜的非线性度 36% 相比, 提高了 1.8 倍。

图 3 给出了 20 对组合棱镜以及构成组合棱镜的单棱镜在相同光线入射角、相同棱镜顶角时, 组合棱镜和单棱镜的色散非线性度对比散点图。图中, 横坐标均表示组别, 与表 1 中的组别标号一致, 没有物理意义; 纵坐标表示色散非线性度。红色圆圈代表上、下棱镜的平均非线性度, 蓝色圆圈表示组合棱镜的非线性度。红色圆圈分布在 0.3~0.4 之间, 说明单棱镜的非线性色散普遍存在, 其色散非线性度与材料、光线的入射角无关。红色圆圈全部分布在蓝色圆圈的上方, 说明组合棱镜的非线性度普遍优于单棱镜的非线性度, 即组合棱镜校正了单棱镜的非线性

色散。在每一个组别，组合棱镜的线性度均优于单棱镜的平均线性度，这种现象在前 10 组中更加明显，说明前 10 组组合棱镜对色散非线性的校正效果更明显。蓝色圆圈呈现翘尾分布，前 10

组组合棱镜的非线性度均优于 0.05，后 10 组组合棱镜的非线性度均大于 0.05，说明虽然组合棱镜提高了单棱镜的非线性度，但是只有前 10 组实现了线性色散要求。

表 1 组合棱镜的色散参数

	Glass1	Glass2	P	Q	R	NL	α	i_{11}
1	H-ZK5	BaF3	0.01%	17.8%	0.239	0.026	12.4	9.3
2	H-ZK14	H-BaK8	0.019	19.7%	0.172	0.023	0.1	-40.7
3	H-BaK5	H-ZK3	0.019	15.6%	0.158	0.020	0.3	-48.7
4	H-ZK1	H-BaK1	0.36%	21.9%	0.608	0.008	74.1	79.8
5	H-ZBaF5	H-ZBaF52	0.06%	3.8%	0.0001	0.014	56.6	9.8
6	H-ZF39	D-ZLaF81	0.009%	11.7%	28.2	0.04	25.8	28.9
7	H-ZK1	H-BaK2	0.032	27.6%	0.752	0.006	4.9	-10.7
8	H-ZK21	H-ZK50	0.56%	16.6%	0.145	0.011	0.2	-19
9	H-K5	H-K9L	0.65%	6.9%	0.012	0.017	48.4	68.2
10	D-ZK3	H-KF6	0.95%	6.9%	22.73	0.05	28.4	42.3
11	H-ZBaF1	ZBaF1	1.1%	11.5%	0.001	0.141	50.6	16.7
12	QF5	H-QF3	3.9%	19.5%	0.016	0.161	73.6	-26.3
13	H-QF8	QF8	3.1%	11.1%	0.001	0.219	48.3	48.1
14	F5	H-F4	6.4%	48%	0.014	0.176	73.1	27.9
15	H-QK3	H-ZF5	6.3%	804%	0.137	0.238	55.6	79.5
16	H-FK61	H-FK71	16.9%	12.1%	0.002	0.10	53.9	61.9
17	H-BaK8	H-FK71	44.5%	47.8%	0.233	0.206	75.1	23.7
18	H-ZK6	H-FK61	83.1%	75.5%	0.008	0.149	56.8	71.6
19	QF1	H-BaK2	18.3%	20.2%	0.007	0.198	55.8	73.3
20	H-ZK21	H-ZF5	34.9%	4.7%	1.709	0.252	66.8	-42

表中， α 、 i_{11} 分别表示棱镜的顶角、光线入射角，“-”表示方向

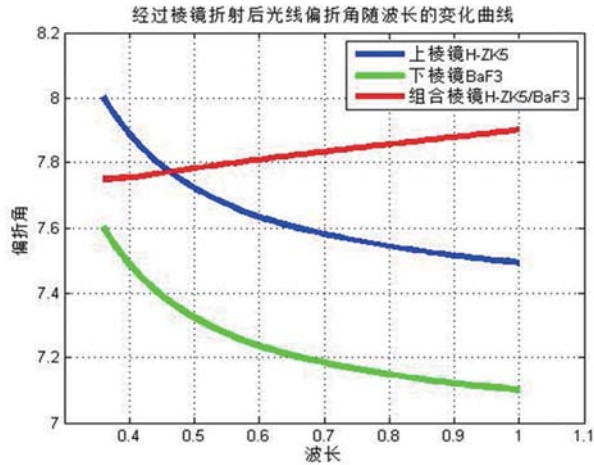
表 2 单棱镜的色散参数

	Glass1	Glass2	R_1	NL_1	R_2	NL_2	α	i_{11}
1	H-ZK5	BaF3	0.796	0.353	0.783	0.358	12.4	9.3
6	H-ZF39	D-ZLaF81	3.197	0.377	3.385	0.399	25.8	28.9
12	QF5	H-QF3	2.668	0.377	2.710	0.380	73.6	-26.3
17	H-BaK8	H-FK71	1.123	0.336	2.330	0.354	75.1	23.7

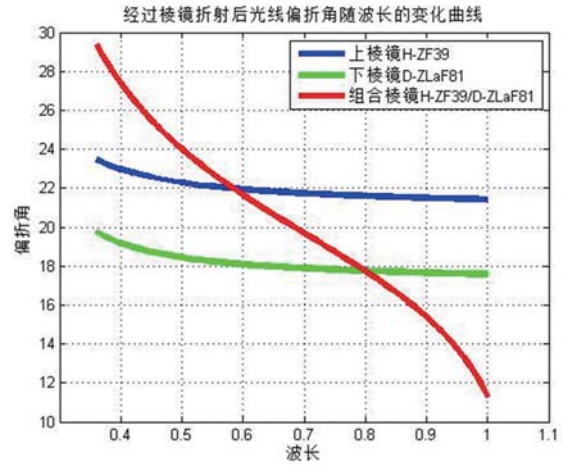
表中， R_1 、 NL_1 分别表示上棱镜的角色散率、非线性度， R_2 、 NL_2 分别表示下棱镜的角色散率、非线性度， α 、 i_{11} 分别表示棱镜的顶角、光线入射角，“-”表示方向

图 4 给出了组合棱镜的非线性度与绝对非线性系数 P 、 Q 依赖关系的散点图。横坐标分别表示绝对非线性系数 P 、 Q 的常用对数；纵坐标表示棱镜的非线性度。蓝色圆圈表示组合棱镜的非线性度，平行于横轴的红色直线表示线性

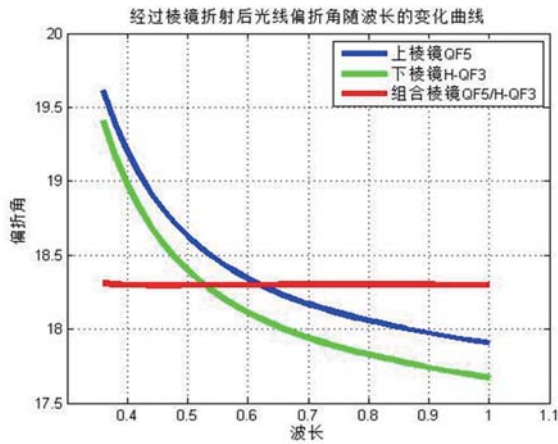
色散的度量标准 ($NL=5\%$)。图 4(a)、4(b) 中，20 组数据均取自表 1，每个蓝色圆圈代表一对组合棱镜，但圆圈与表 1 棱镜组合的对应关系没有标出。图 4(c)、4(d) 中共有 186 对棱镜组合，它们是来自 187 种材料组合的模拟结果。



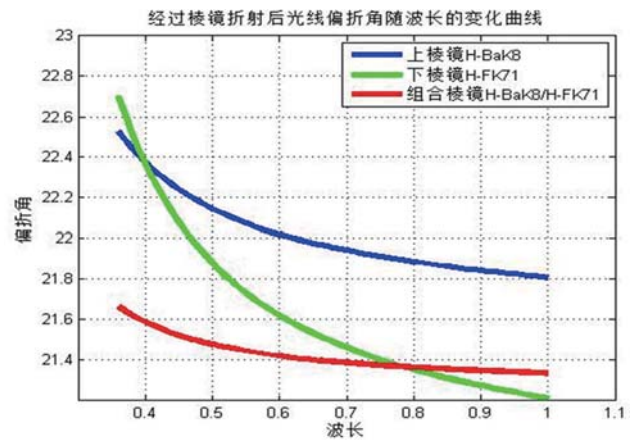
(a)



(b)



(c)



(d)

图 2 组合棱镜和构成组合棱镜的单棱镜的色散曲线

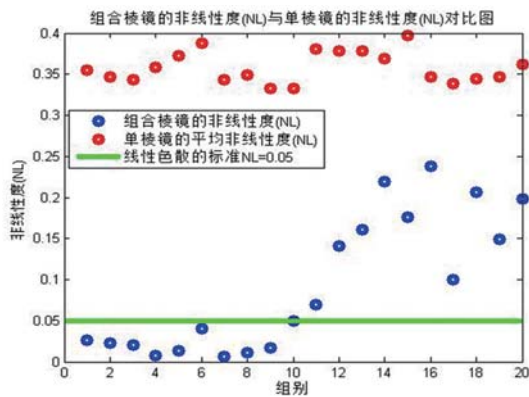


图 3 组合棱镜和单棱镜的色散非线性度对比图

图 4(a) 中, 蓝色圆圈呈现规律分布。对于

$\log(P) \leq -2$ 的棱镜组合, 其色散非线性度 $NL \leq 5\%$; 对于其他组合, 其色散非线性度 $NL > 5\%$ 。图 4(c) 中, 186 对材料组合的非线性度散点图呈现了与图 4(a) 类似的规律分布。由图 4(a)、4(c) 可以看出, 组合棱镜的色散非线性度和绝对非线性系数 P 有关; 对于 $P \leq 0.01$ 的材料组合, 通过选择合适的棱镜形状、光线入射角, 可以较容易地实现线性色散; 对于 $P > 0.1$ 的材料组合, 通过选择合适的棱镜形状、光线入射角, 实现线性色散的可能性较小。图 4(b)、4(d) 中, 蓝色圆圈呈现了无规律的散乱分布, 说明组合棱镜的色散非线性度和绝对非线性系数 Q 无关。

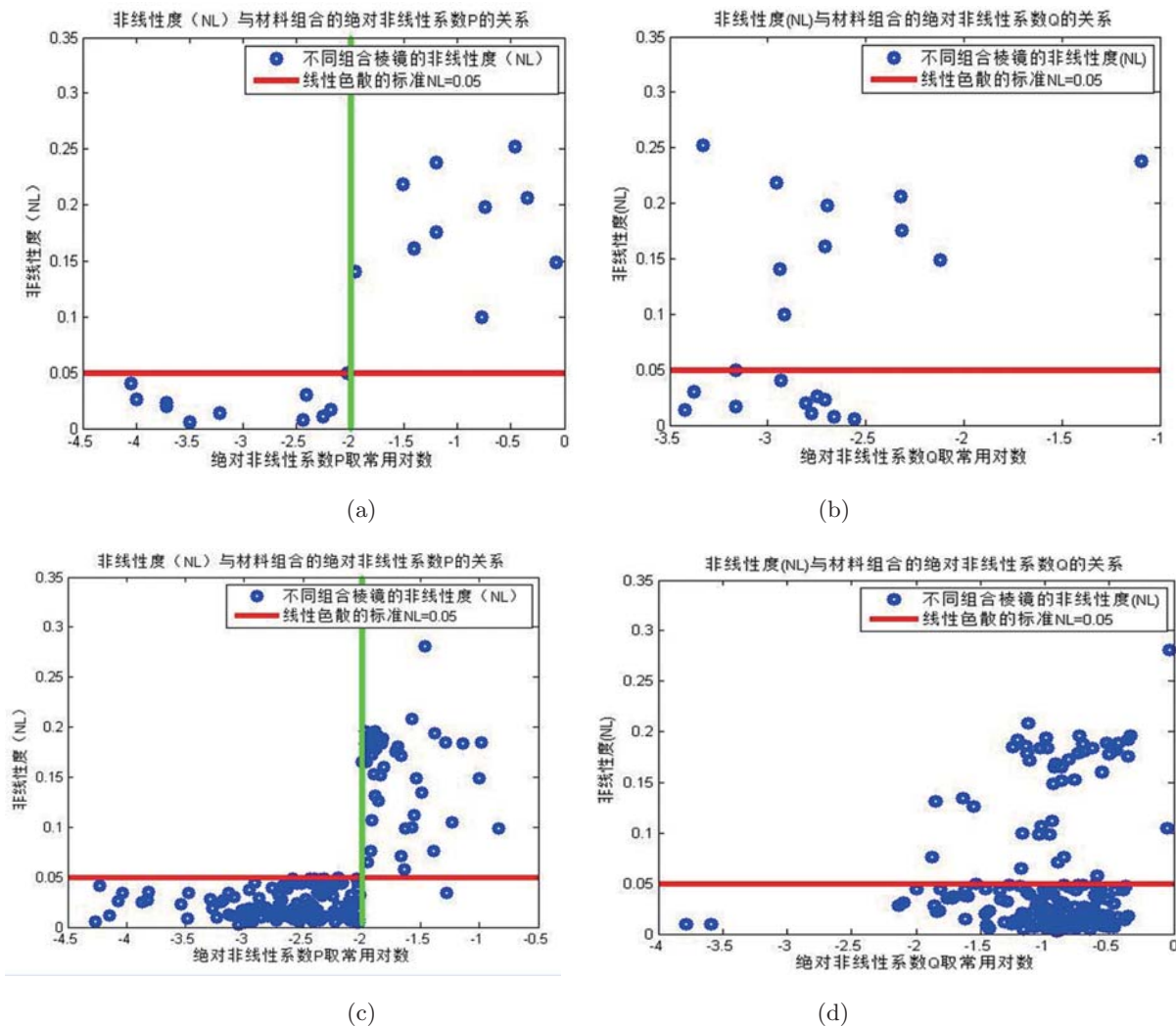


图4 非线性度与材料组合的绝对非线性系数 P、Q 的分布图

4 结论

通过数学建模、仿真计算和实验验证,对基于材料补偿方式实现线性色散组合棱镜的方法进行了研究,提出了线性色散组合棱镜分光性能的评价指标。从数学建模和模拟仿真中可知,通过两种材料组合可以获得线性色散组合棱镜;组合棱镜的色散线性度依赖于两种材料的非线性系数,若两种材料的非线性系数优于1%,则组合棱镜的色散线性度优于5%。这些结论对于光谱仪器的设计、光谱探测与成像具有重要的指导意义。

参考文献

- [1] He Z P, Wang B Y , Lv G, et al. Visible and Near-Infrared Imaging Spectrometer and its preliminary results from the Chang'e-3 project [J].*Rev. Sci. Instrum*, 2014, **85**: 083104.
- [2] Ghisleri C, Milani P Ravagnan L, et al. A Simple Scanning Spectrometer Based on a Stretchable Elastomeric Reflective Grating [J].*Applied Physics Letter*,2014,**104**(6):061910.
- [3] Ikeda Y, Kobayashi N, Sarugaku Y, et al. Machined Immersion Grating with Theoretically Predicted Diffraction Efficiency [J].*Applied Optics*, 2015,**54**(16): 5193.
- [4] Abbott C G, Fowle J, rederick E F. A Prism of Uniform Dispersion[J].*Journal of Astrophysics*, 1900,**11**:135.

(下转第 36 页)